

مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده با استفاده از روش تفاضل محدود: مقایسه چهار روش مختلف

رامتین معینی

استادیار، دانشکده عمران و

حمل و نقل، دانشگاه اصفهان.

پست الکترونیک:

r.moeini@eng.ui.ac.ir

در این تحقیق، مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده مورد بررسی قرار می‌گیرد که در آن مخزن ضربه‌گیر ساده با دو فرض لوله بدون اصطکاک و با اصطکاک و در دو حالت بستن تدریجی و ناگهانی شیر، بررسی می‌شود. معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از چهار روش از دسته روش‌های تفاضل محدود که عبارتند از: اولر صریح، اولر ضمنی، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهارم، حل شده است. نتایج حاصل از حل مسئله نمونه با استفاده از تمامی روش‌ها در حالت‌های مختلف، تجزیه و تحلیل می‌شود. مقایسه نتایج، نشان دهنده آن است که در تمامی حالت‌ها دامنه تغییرات سطح سیال با استفاده از روش اولر ضمنی در مقایسه با سایر روش‌ها کمتر می‌باشد. به عبارت دیگر، در حالت لوله بدون اصطکاک، دامنه نوسانات به دست آمده با استفاده از روش اولر ضمنی به طور متوسط حدود ۳ درصد کمتر از روش رانگ کوتای مرتبه چهار بوده و در حالت لوله با اصطکاک دامنه نوسانات به دست آمده با استفاده از روش اولر ضمنی به ترتیب به طور متوسط حدود ۴، ۳ و ۲ درصد کمتر از روش‌های اولر صریح، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهار می‌باشد. علاوه بر این، در حالت لوله بدون اصطکاک نتایج در روش اولر ضمنی در مقایسه با سایر روش‌ها، سریع‌تر همگرا شده است. در حالی که، نتایج همگرایی در حالت لوله با اصطکاک در روش رانگ کوتای مرتبه چهارم نسبت به سایر روش‌ها سریع‌تر می‌باشد.

واژگان کلیدی: ضربه قوچ، مخزن ضربه‌گیر ساده، روش تفاضل محدود، مدل‌سازی عددی.

۱- مقدمه

تحمیل می‌نماید. برای جلوگیری از صدمات ناشی از ضربه قوچ، راهکارهای مختلفی توسط طراحان این سیستم‌ها پیشنهاد شده است که راهکار استفاده از تأسیسات مختلف بنا به اقتضای طرح از مهم‌ترین آنها می‌باشد.

یکی از مفیدترین وسایل مورد استفاده، مخازن ضربه‌گیر است که در بالادست دریچه‌ها و سایر تأسیسات کنترل کننده جریان و در نزدیکی آنها نصب می‌شود. مخازن ضربه‌گیر با توجه به ساختار و شکل آنها به انواع مخازن ضربه‌گیر ساده^۱، روزنه‌ای^۲، دیفرانسیلی^۳ (تفاوتی)، یک‌طرفه^۴ و تحت فشار^۵ (بسته) تقسیم‌بندی می‌شود.

یکی از مهم‌ترین پدیده‌هایی که در برخی از سیستم‌های هیدرولیکی تحت فشار، نظیر خطوط انتقال آب، روی می‌دهد، پدیده ضربه قوچ است که از تغییر ناگهانی سرعت جریان سیال در لوله به وجود می‌آید. پدیده ضربه قوچ با ایجاد موج‌های سریع، زودگذر و میرا، صدماتی به لوله‌ها و سایر تأسیسات نصب شده بر روی آنها وارد می‌کند. قدرت تخریبی این موج فشار به حدی است که همه ساله، خسارات زیادی را بر سیستم‌های انتقال آب

¹- Simple Surge Tank

²- Orifice Surge Tank

³- Differential Surge Tank

⁴- One-way Surge Tank

⁵- Air chamber (Closed) Surge Tank

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۰۹/۰۸، بازنگری ۱۳۹۶/۰۴/۱۹، پذیرش ۱۳۹۶/۰۴/۲۲.

(DOI): 10.22091/cer.2017.468.1007

بهینه مخازن ضربه‌گیر و تحلیل جریان در آنها اشاره نمودند [۱۴]. به عنوان نمونه، ساتن^{۱۳} روش‌های ابتکاری در تحلیل تقریبی جریان در مخزن ضربه‌گیر را به کار برد [۱۵]. فرانک^{۱۴}، از روش‌های تفاضل محدود و اجزای محدود در تحلیل نوسانات جریان در مخزن ضربه‌گیر استفاده نموده و نتایج را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرد [۶-۱۰]. گولهان^{۱۵}، از روش خطوط مشخصات بهمنظور تحلیل جریان گذرا در مخازن ضربه‌گیر استفاده نمود [۱۱]. روش‌های عددی و تفاضل محدود توسط محققینی چون گیل و ایک^{۱۶} و سلک^{۱۷} برای تحلیل نوسانات جریان در مخزن ضربه‌گیر مورد استفاده قرار گرفت [۱۲ و ۱۳]. ورناس و پاپایوآنو^{۱۸} و نیکولت^{۱۹} و همکاران، روش‌های ابتکاری و عددی تقریبی و کلاسیک^{۲۰} و همکاران از روش‌های عددی، بهمنظور تحلیل نوسانات جریان در مخزن ضربه‌گیر استفاده نموده و نتایج را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند [۱۴-۱۷]. کیم^{۲۱} با استفاده از الگوریتم ژنتیک (GA^{۲۲}) از روش پاسخ ضربه ناگهانی^{۲۳} در طراحی مخزن ضربه‌گیر استفاده نمود [۱۸]. همچنین، جیو^{۲۴} و همکاران با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت^{۲۵}، روش تفاضل‌های محدود را برای تحلیل نوسانات جریان در مخزن ضربه‌گیر به کار بردند [۱۹]. آن^{۲۶} و همکاران نیز از نرم‌افزار فلوئنت در تحلیل هیدرولیکی و پایداری مخزن ضربه‌گیر دریچه‌دار^{۲۷} استفاده نمودند [۲۰]. در نهایت، اسکولویچ^{۲۸} و همکاران، یکی از روش‌های بهینه‌سازی، بهنام سطح

همچنین این مخازن با توجه به میزان توانایی خنثی نمودن ضربه، در حجم‌های مختلف ساخته می‌شوند. مخازن ضربه‌گیر با در نظر گرفتن میزان ضربه قوچ حجم آب و هوای داخل مخزن، طراحی می‌گردد. لذا، در طراحی مخزن ضربه‌گیر لازم است که حداقل و حداقل تراز آب، شدت میرایی نوسانات، فراوانی یا دوره تناوب نوسانات مورد بررسی قرار گیرد. بدینهی است که آگاهی از حداقل تراز آب داخل مخزن برای جلوگیری از سرریز آب درون آن و آگاهی از حداقل تراز آب برای جلوگیری از تخلیه کامل مخزن لازم و ضروری است.

با توجه به موارد مذکور، بهمنظور طراحی تانک ضربه‌گیر، در ابتدا لازم است که جریان سیال در زمان وقوع پدیده ضربه قوچ تحلیل شود. به عبارت دیگر، بایستی معادلات حاکم بر جریان سیال در زمان وقوع این پدیده تعیین و با استفاده از روش‌های مناسب حل شوند. روش‌های مختلفی بهمنظور حل معادلات مذکور ارائه شده است که هریک از آنها مزایا و معایب خاص خود را دارا می‌باشند. این روش‌ها را می‌توان در دسته‌های کلی روش مشخصات (MOC^۶)، روش خطوط (موج) مشخصات (WCM^۷)، روش تفاضل محدود (FDM^۸)، روش اجزای محدود (FEM^۹) و روش احجام محدود (FVM^{۱۰}) تقسیم‌بندی نمود [۱-۳].

تحقیقات متعددی در خصوص استفاده از هریک از روش‌های مذکور در تحلیل جریان گذرا^{۱۱} (انتقالی) در طول سالیان متتمدی انجام شده است که از ذکر آنها اجتناب می‌شود. ولیکن در خصوص تحقیقات انجام شده بهمنظور طراحی مخازن ضربه‌گیر و تحلیل جریان در آنها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود. کیندر و ازدامار^{۱۲} به صورت جامع به تحقیقات انجام شده در خصوص طراحی

¹³- Sutton

¹⁴- France

¹⁵- Gulhan

¹⁶- Gill and Eke

¹⁷- Selekt

¹⁸- Vournas and Papaioannou

¹⁹- Nicolet

²⁰- Klasinc

²¹- Kim

²²- Genetic

²³- Impulse response method

²⁴- Guo

²⁵- Fluent

²⁶- An

²⁷- Throttled surge tank

²⁸- Skulovich

⁶- Method Of Characteristics

⁷- Wave Characteristics Method

⁸- Finite Difference Method

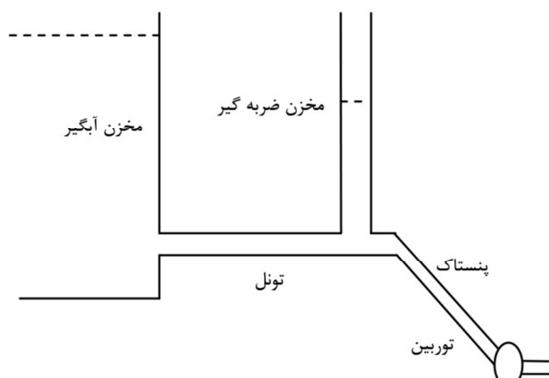
⁹- Finite Element Method

¹⁰- Finite Volume Method

¹¹- Transient

¹²- Kendir and Ozdamar

- ۲- بهبود خصوصیات تنظیمی پمپ‌ها و توربین‌های هیدرولیکی.
- ۳- تأمین جریان لازم پس از باز شدن دریچه تا زمان سرعت گرفتن جریان سیال.
- ۴- ذخیره جریان اضافی در لوله پس از بسته شدن دریچه که باعث جلوگیری از افزایش فشار سطح سیال می‌شود.
- مخزن ضربه‌گیر ساده، ساده‌ترین نوع مخازن ضربه‌گیر است که در آن یک استوانه و یا میله قائم به خطوط لوله متصل می‌گردد. شکل ۱ نمونه‌ای از یک مخزن ضربه‌گیر ساده را نشان می‌دهد که بر روی توپل انتقال آب از مخزن سد به توربین‌های نیروگاه نصب شده است.



شکل ۱- نمونه‌ای از یک مخزن ضربه‌گیر ساده [۲۲].

- مخازن ضربه‌گیر ساده یکی از ساده‌ترین و مطمئن‌ترین وسایل مقابله با ضربه فوق است که مزایای خاص خود را دارا می‌باشد. به عنوان نمونه، بهره‌برداری و نگهداری از این نوع مخزن ضربه‌گیر، ساده بوده و از نظر کارکرد نیز به کوچکترین تغییرات فشار حساس است و بدون هیچ‌گونه تأخیر زمانی وارد عمل می‌شود. در مقابل، استفاده از این نوع مخزن ضربه‌گیر، محدودیت‌هایی نیز دارد که از مهم‌ترین آنها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:
- ۱- مشکل یخ‌زدگی در نقاط سردسیر که عملاً بهره‌برداری از آن را در فصل سرما محدود می‌سازد.
 - ۲- سرریز شدن آب از مخزن در شرایطی که افزایش

بی^{۲۹}، را در طراحی بهینه مخزن ضربه‌گیر تحت فشار مورد استفاده قرار دادند [۲۱].

با وجود آنکه در حال حاضر، پدیده ضربه فوق امری شناخته شده است؛ ولیکن بهدلیل وسعت و گستردگی ابعاد این مسئله، دامنه تحقیقات در این حوزه ادامه دارد. بنابراین در این تحقیق، مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به همین منظور، انجام مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده، با دو فرض خط لوله بدون اصطکاک و با اصطکاک و در دو حالت بستن تدریجی و ناگهانی شیر بررسی می‌شود. معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از روش تفاضل‌های محدود حل می‌شود. در این مطالعه، برای حل معادلات از روش‌های اولر صریح^{۳۰}، اولر ضمنی^{۳۱}، روش حدس و اصلاح اولر^{۳۲} و روش رانگ کوتای مرتبه چهارم^{۳۳} استفاده می‌گردد. سپس، نتایج حاصل از حل مسائل نمونه با استفاده از تمامی روش‌ها در حالت‌های مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. با توجه به موارد مذکور، نوآوری تحقیق حاضر را می‌توان حل معادلات حاکم بر رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده در حالت‌های مختلف و با استفاده از روش‌های عددی مختلف ذکر نمود.

۲- مخزن ضربه‌گیر ساده

مخزن ضربه‌گیر، لوله و یا استوانه‌ای قائم است که به مجاری عبوری جریان و خطوط لوله‌ها متصل می‌شود. از مهم‌ترین کاربردهای مخازن ضربه‌گیر می‌توان به موارد زیر اشاره نمود [۲۲]:

- ۱- کاهش دامنه نوسانات تغییرات فشار با برگرداندن امواج فشار.

²⁹- Bi-level

³⁰- Explicit Euler

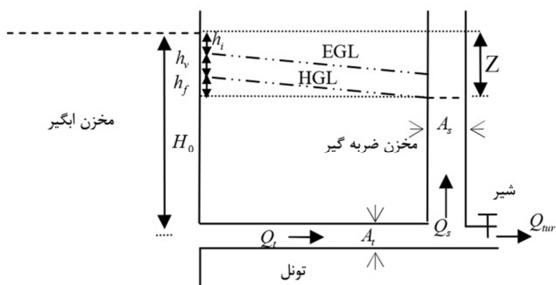
³¹- Implicit Euler

³²- Predictor-Corrector Euler

³³- Rung-Kutta

اصطکاک پایین‌تر از تراز آب داخل مخزن قرار می‌گیرد

[۲۲]



شکل ۲- مدل‌سازی مخزن ضربه‌گیر ساده [۲۲].

به‌منظور تشریح و محاسبه نوسانات و تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر از معادلات تعادل دینامیکی و پیوستگی سیال استفاده می‌شود. در این تحقیق، جهت ساده‌سازی معادلات، فرضیات زیر مدنظر قرار می‌گیرد [۲۲]:

۱- جداره مجرای عبور جریان صلب بوده و همچنین سیال عبوری از مجا ر تراکمناپذیر است. براساس فرض مذکور، کوچکترین تغییر جریان در نقطه‌ای از سیستم به صورت آئی به سراسر سیستم منتقل می‌شود و لذا سیال عبوری از مجا حرکت حلزونی (کند) دارد.

۲- اینرسی سیال در مخزن ضربه‌گیر در مقایسه با سیال عبوری از خط لوله، بسیار کوچک بوده و لذا می‌توان از آن صرف‌نظر نمود.

۳- تلفات سیستم در حالت جریان گذرا را می‌توان با استفاده از روابط حاکم بر جریان پایدار^{۳۴} و با منظور نمودن سرعت متناظر جریان، محاسبه نمود.

علاوه‌بر این در به‌دست آوردن روابط حاکم بر مسئله، فرض بر این است که خط لوله، افقی بوده و سطح مقطع جریان در طول خط انتقال، ثابت می‌باشد. همچنین، مطالعه نوسانات تراز آب در مخزن ضربه‌گیر بر فرض تراکمناپذیری آب استوار است. شایان ذکر است که

ارتفاع مخزن به مقدار زیاد، اقتصادی نباشد.

با این وجود، در سیستم خطوط لوله‌ها با ارتفاع استاتیکی کم، مخزن ضربه‌گیر ساده و سیله‌ای بسیار مناسب برای مقابله با ضربه قوچ است.

۳- معادلات حاکم بر مسئله

به‌منظور طراحی تانک ضربه‌گیر، لازم است که حجم سیال ورودی به مخزن این ضربه‌گیر برای کاهش اثرات پدیده ضربه قوچ بر روی تأسیسات شبکه، محاسبه شود. بنابراین در ابتدا معادلات حاکم بر این پدیده تشریح می‌شود. به‌منظور تشریح معادلات حاکم بر مسئله، مخزن ضربه‌گیر ساده‌ای در بالادست یک شیر بر روی یک خط لوله جریانی که آب را از منبعی به پایین‌دست منتقل می‌کند، در نظر گرفته می‌شود (شکل ۲). در شکل ۲، یک شیر کنترل به‌منظور نشان دادن عملکرد هیدرولیکی پمپ و یا توربین به کار گرفته شده است. تغییر در میزان بازشدنگی شیر باعث تغییر میزان جریان شده و در نتیجه باعث ایجاد نوسانات و تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر خواهد شد. زمانی که شیر به صورت ناگهانی باز می‌شود، مخزن ضربه‌گیر، جریان لازم را تا هنگامی که آب در بالادست به اندازه کافی سرعت بگیرد تأمین می‌کند. از طرف دیگر با بسته شدن ناگهانی شیر، مخزن ضربه‌گیر به منزله منبع ذخیره‌ای برای جریان اضافی در خط لوله وارد عمل شده و بدین ترتیب از کاهش ناگهانی سرعت جریان و در نتیجه افزایش ناگهانی فشار بالادست جلوگیری می‌کند. به عبارت دیگر، با بسته شدن شیر و کاهش دبی جریان عبوری از آن مازاد جریان به داخل مخزن هدایت می‌شود. با ورود جریان به داخل مخزن، تراز آب مخزن ضربه‌گیر در اثر اینرسی جریان اضافی ابتدا به‌طور ناگهانی بالا رفته و پس از مدتی نوسان، مجدداً ساکن می‌شود. این زمان، همان مدت زمان لازم برای انتقال جریان داخل لوله از یک وضعیت دائمی به وضعیت دائمی دیگر است. شایان ذکر است که در صورت برقراری جریان دائمی در خط لوله، تراز آب داخل مخزن به‌دلیل وجود افت فشار ناشی از

^{۳۴}- Steady

$$\sum F = F_1 - F_2 - F_3 = \gamma A_t (-Z - h_v - h_i - h_f) \quad (4)$$

همچنین، با استفاده از روابط (۵) و (۶)، جرم و اندازه حرکت (مومنتوم) سیال محاسبه می‌شوند:

$$m = \frac{\gamma A_t L}{g} \quad (5)$$

$$m v = \frac{\gamma A_t L}{g} \left(\frac{Q_t}{A_t} \right) \quad (6)$$

بنابراین نرخ تغییرات اندازه حرکت (مومنت) برابر است با:

$$\frac{d}{dt}(mv) = \frac{\gamma A_t L}{g} \frac{d}{dt} \left(\frac{Q_t}{A_t} \right) \quad (7)$$

در روابط فوق، Q_t ، دبی لوله، g ، شتاب ثقل و L طول لوله می‌باشد. سایر پارامترها پیش از این تعریف شده است.

با ترکیب روابط (۴) و (۷) و با استفاده از قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$\frac{\gamma A_t L}{g} \frac{d}{dt} \left(\frac{Q_t}{A_t} \right) = \gamma A_t (-Z - h_v - h_i - h_f) \quad (8)$$

با منظور نمودن رابطه توانی افت هد سیستم (رابطه ۹)، تغییرات دبی جریان خطوط لوله براساس رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود:

$$h = h_v + h_i + h_f = c Q_t |Q_t| \quad (9)$$

$$\frac{dQ_t}{dt} = \frac{g A_t}{L} (-Z - c Q_t |Q_t|) \quad (10)$$

در روابط فوق، C ، ضریب افت هد می‌باشد. شایان ذکر است که ضریب افت هد با استفاده از روابط مختلفی محاسبه می‌شود. در این تحقیق برای محاسبه این ضریب از رابطه دارسی وايسباخ استفاده می‌شود:

$$C = \frac{fL}{12.1 D_t^5} \quad (11)$$

فرض مذکور تنها در صورتی قابل قبول است که دوره تناوب نوسانات تراز سطح سیال از زمان لازم برای اینکه امواج فشاری ایجاد شده در اثر بسته شدن شیر بتوانند طول خط لوله واقع در بالادست مخزن ذخیره را طی کنند، بهمیزان قابل توجهی بیشتر باشد. این شرط با توجه به سرعت بالای این امواج در اکثر موارد صادق است. معادلات حاکم بر نوسانات تراز سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده را می‌توان مستقیماً با استفاده از اصول پایستاری جرم و مقدار اندازه حرکت برای مخزن ضربه‌گیر ساده بهدست آورد.

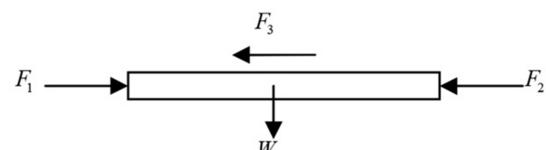
شکل ۳- دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر خط لوله افقی با سطح مقطع ثابت و طول L را نشان می‌دهد. براین اساس، نیروهای وارد بر سیال داخل این خط لوله عبارتند از [۲۲]:

$$F_1 = \gamma A_t (H_0 - h_v - h_i) \quad (1)$$

$$F_2 = \gamma A_t (H_0 + z) \quad (2)$$

$$F_3 = \gamma A_t h_f \quad (3)$$

که در روابط فوق، F_1, F_2, F_3 ، نیروهای وارد بر سیال، A_t ، سطح مقطع خط لوله، H_0 ، هد استاتیکی سیال، γ ، وزن مخصوص سیال، h_v ، هد سرعت ورودی به خط لوله، h_i ، افت هد ورودی، h_f ، افت هد طولی (اصطکاکی) در طول خط لوله بین مخزن آبگیر و مخزن ضربه‌گیر (تلفات سیستم) و Z ، سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر نسبت به سطح اولیه مخزن ضربه‌گیر می‌باشد (حرکت سطح سیال به سمت بالا مثبت منظور می‌شود).



شکل ۳- دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر خط لوله افقی.

با منظور نمودن جهت حرکت مثبت جریان از مخزن آبگیر به سمت مخزن ضربه‌گیر خواهیم داشت:

(۱۴) از رابطه (۱۵) نیز به منظور تعیین پارامترها استفاده می‌شود [۲۰].

۴- روش حل معادلات حاکم بر مسائله

معادلات ارائه شده برای مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده، یک دستگاه معادلات درگیر مرتبه اول هستند که برای حل آنها روش‌های عددی مختلفی ارائه شده است. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به روش‌های تفاضل‌های محدود، اجزای محدود، احجام محدود، اجزای مرزی^{۳۵} و روش‌های طیفی^{۳۶} اشاره نمود. هریک از این دسته روش‌ها دارای مزايا و معایب ویژه‌ای هستند که کارآيی آنها را به مسائلی خاص، محدود می‌کند. لازم به ذکر است هرچند که تاکنون روش‌های عددی مختلف ارائه شده است ولیکن روشی که در تمامی حوزه‌های مسائل مهندسی برتری قاطعی نسبت به سایر روش‌ها داشته باشد، پیشنهاد نشده است.

روش تفاضل‌های محدود به دلیل قدمت، از یک سو و انعطاف‌پذیری و سادگی استفاده، از سوی دیگر به صورت گسترده‌ای برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مهندسی از جمله مهندسی آب مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین در این تحقیق، روش تفاضل محدود به منظور دستگاه معادلات درگیر مرتبه اول ارائه شده برای مسئله، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش تفاضل محدود اصولاً براساس بسط سری تیلور^{۳۷} توابع پیوسته استوار شده است. حل انواع معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش تفاضل‌های محدود را می‌توان در چهار مرحله اصلی زیر تقسیم‌بندی نمود:

- ۱- گسسته‌سازی حوزه فیزیکی مسئله،
- ۲- گسسته‌سازی معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی،
- ۳- تشکیل معادلات تفاضل‌های محدود،
- ۴- حل دستگاه معادلات تفاضل‌های محدود.

³⁵- Boundary Elements

³⁶- Spectral Methods

³⁷- Taylor Series Expansion

در رابطه (۱۱)،^f ضریب دارسی وايسباخ، D_s ، قطر لوله A_s ، سطح مقطع مخزن ضربه‌گیر می‌باشد. با اعمال رابطه پيوستگي برای مخزن ضربه‌گیر ساده شکل ۲ خواهیم داشت:

$$Q_t = Q_s + Q_{tur/pum} \quad (12)$$

در رابطه فوق، Q_s ، دبی جریان ورودی به مخزن ضربه‌گیر و یا خروجی از آن (جریان ورودی مثبت منظور می‌گردد) و $Q_{tur/pum}$ ، جریان ورودی به توربین/ پمپ (جریان خروجی از شیر) می‌باشد. همچنانی جریان ورودی به مخزن ضربه‌گیر و یا خروجی از آن براساس رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود:

$$Q_s = A_s \left(\frac{dz}{dt} \right) \quad (13)$$

بنابراین، با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) خواهیم داشت:

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{1}{A_s} (Q_t - Q_{tur/pum}) \quad (14)$$

با استفاده از رابطه (۱۴) تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده در حالت بستن ناگهانی شیر قابل محاسبه است و بنابراین محاسبه حداکثر و حداقل سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر و طراحی مخزن ضربه‌گیر ساده امکان‌پذیر می‌باشد.

علاوه‌براین، در حالت بستن تدریجی شیر، از رابطه (۱۵) برای محاسبه دبی جریان ورودی به توربین/ پمپ (جریان خروجی از شیر) استفاده می‌شود:

$$Q_{tur/pum} = Q_{tur/pum} \left(1 - \frac{t}{t_c} \right) \quad (15)$$

که در رابطه فوق، t_c ، مدت زمان بستن کامل شیر می‌باشد.

با حل همزمان دو رابطه درگیر (۱۰) و (۱۴)، مقدار دبی جریان در لوله و تراز سطح آب در مخزن ضربه‌گیر ساده برای هر گام زمانی بدست می‌آید. شایان ذکر است که در حالت بستن تدریجی شیر، علاوه‌بر روابط (۱۰) و

با استفاده از رابطه (۱۹) و با اعمال شرط مرزی، به دست آوردن مقادیر مجھول در زمان‌های مختلف ($n = 1, 2, 3, \dots$) امکان پذیر است. با توجه به اینکه در روش مذکور، محاسبه مستقیم مقدار مجھول y^{n+1} ممکن می‌باشد، روش مذکور، اولر صریح نامیده می‌شود.

۲-۴- روش اولر ضمنی

در صورتی که بهمنظور حل رابطه (۱۶)، معادله دیفرانسیل مذکور در نقطه فرضی t_{n+1} ، زمان y^{n+1} بازنویسی شود، خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dt} \Big|^{n+1} = f^{n+1} \quad f^{n+1} = f(t_{n+1}, y^{n+1}) \quad (20)$$

با استفاده از تقریب تفاضل‌های پسرو بهمنظور محاسبه مشتق اول، معادله تفاضل‌های محدود حاکم بر مسئله مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} = f^{n+1} \quad (21)$$

$$y^{n+1} = y^n + \Delta t f^{n+1} \quad (22)$$

با توجه به اینکه در روش مذکور محاسبه مستقیم مقدار مجھول y^{n+1} امکان پذیر نیست و حل آن مستلزم استفاده از روش‌های خاص، نظری روش‌های تکراری^{۳۸} است، روش مذکور روش اولر ضمنی نامیده می‌شود.

۳-۴- روش حدس و اصلاح اولر

روش‌های اولر صریح و اولر ضمنی روش‌هایی مرتبه اول هستند. در حالت کلی، دستیابی به جواب‌های دقیق با استفاده از روش‌های مرتبه اول، مستلزم گسسته‌سازی‌های بسیار کوچک حوزه زمان (Δt) می‌باشد. افزایش تعداد گسسته‌سازی‌ها به افزایش هزینه محاسباتی منجر می‌شود. بهمنظور جلوگیری از وقوع این مشکل می‌توان از

بهمنظور حل معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از روش تفاضل‌های محدود، روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. در این تحقیق، روش‌های اولر صریح، اولر ضمنی، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهارم بهمنظور حل دستگاه معادلات درگیر مرتبه اول ارائه شده برای مخزن ضربه‌گیر ساده، مورد استفاده قرار می‌گیرد که در ادامه برای هریک از آنها توضیحاتی به اختصار ارائه می‌شود.

۱-۴- روش اولر صریح

در صورتی که معادله دیفرانسیل حاکم بر یک مسئله آغاز، به صورت رابطه (۱۶) تعریف شود که در آن حل مسئله از شرط آغازین $y(t_0) = \bar{y}_0$ شروع شده و در حوزه باز زمان ادامه می‌یابد؛ در ابتدا لازم است که حوزه مسئله گسسته‌سازی شود (Δt).

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad y(t_0) = \bar{y}_0 \quad (16)$$

که در رابطه فوق $f(t, y)$ تابعی غیرخطی از متغیر y است.

بهمنظور حل رابطه (۱۶)، لازم است که رابطه‌ای برای محاسبه مقدار تابع مجھول متغیر y در نقطه‌ای فرضی، t_n ، بر حسب مقدار تابع در نقطه یا نقاط قبلی ارائه گردد. بنابراین، در نقطه مورد نظر خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dt} \Big|_n = f^n \quad f^n = f(t_n, y^n), \quad y^n = y(t_n) \quad (17)$$

با استفاده از تقریب تفاضل‌های پیشرو بهمنظور محاسبه مشتق اول، معادله تفاضل‌های محدود حاکم بر مسئله مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} = f^n \quad (18)$$

$$y^{n+1} = y^n + \Delta t f^n \quad (19)$$

³⁸- Iterative Method

است که در آن مقدار y^{n+1} براساس روابط (۲۷) و (۲۸) با استفاده از روش‌های تکراری محاسبه می‌شود. روش پیشنهادی را روش حدس و اصلاح اولر می‌نامند.

$$\bar{y}^{n+1} = y^n + \Delta t f^n \quad (27)$$

$$y^{n+1} = y^n + \frac{1}{2} \Delta t (f^n + \bar{f}^{n+1}) \quad (28)$$

۴-۴- روش رانگ کوتای مرتبه چهارم

به دلیل دقت بالای مورد نیاز در حل برخی از مسائل آغاز مقداری مرتبه اول، استفاده از روش‌های با مرتبه‌های بالاتر از روش‌های قبلی ضروری است. یکی از متداول‌ترین روش‌های مرتبه بالا، روش رانگ کوتای مرتبه چهارم است.

در صورتی که بهمنظور حل رابطه (۱۶)، از روشی استفاده شود که معادله تفاضل‌های محدود حاصل از کاربرد آن روش در حل معادله دیفرانسیل مورد نظر به صورت رابطه (۲۹) نمایش داده شود، خواهیم داشت:

$$y^{n+1} = y^n + \Delta y \quad (29)$$

در رابطه فوق مقدار Δy را می‌توان براساس رابطه (۳۰) و به صورت ترکیب خطی از مقادیر $\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta y_3$ و Δy_4 محاسبه نمود.

$$\Delta y = C_1 \Delta y_1 + C_2 \Delta y_2 + C_3 \Delta y_3 + C_4 \Delta y_4 \quad (30)$$

که در رابطه (۳۰) داریم:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \Delta t f(t_n, y^n) \\ \Delta y_2 &= \Delta t f(t_n + a_2, y^n + \beta_2) \\ \Delta y_3 &= \Delta t f(t_n + a_3, y^n + \beta_3) \\ \Delta y_4 &= \Delta t f(t_n + a_4, y^n + \beta_4) \end{aligned} \quad (31)$$

شایان ذکر است که پارامترهای روابط فوق به گونه‌ای تعیین می‌شوند که رابطه حاصل، بسط سری تیلور مرتبه چهارم y^{n+1} باشد. لذا خواهیم داشت:

$$y^{n+1} = y^n + \frac{1}{6} (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4) \quad (32)$$

روش‌های موسوم به روش‌های مرتبه بالاتر استفاده نمود که در آنها از تقریب تفاضل‌های محدود مرتبه بالاتر بهمنظور محاسبه مشتق مرتبه اول dy/dt استفاده می‌شود.

در صورتی که بهمنظور حل رابطه (۱۶)، معادله دیفرانسیل مذکور در نقطه فرضی $t_{n+\frac{1}{2}}, y^{n+\frac{1}{2}}$ زمان بازنویسی شود، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} \Big|_{n+\frac{1}{2}} &= f^{n+\frac{1}{2}} \\ f^{n+\frac{1}{2}} &= f(t_{n+\frac{1}{2}}, y^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (33)$$

با استفاده از تقریب مرکزی بهمنظور محاسبه مشتق اول، معادله تفاضل‌های محدود حاکم بر مسئله مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y^{n+1} = y^n + \Delta t f^{n+\frac{1}{2}} \quad (34)$$

رابطه (۳۴) شامل دو مجهول y^{n+1} و $f^{n+\frac{1}{2}}$ است و لذا نمی‌توان مستقیماً مقدار y^{n+1} را محاسبه نمود. بهمنظور رفع این مشکل $f^{n+\frac{1}{2}}$ از رابطه زیر تقریب زده می‌شود:

$$f^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (f^n + f^{n+1}) \quad (35)$$

بنابراین معادله تفاضل‌های محدود حاکم بر مسئله مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y^{n+1} = y^n + \frac{1}{2} \Delta t (f^n + f^{n+1}) \quad (36)$$

روش پیشنهادی، روش اولر اصلاح شده^{۳۹} نامیده می‌شود. در حالت کلی، روش اولر اصلاح شده از دقت بیشتری برخودار است؛ ولیکن هزینه محاسباتی بیشتری نیز دارد. بهمنظور رفع این مشکل، روشی پیشنهاد شده

³⁹- Modified Euler Method

اولر صریح و حدس و اصلاح اولر دامنه نوسانات افزایش می‌یابد؛ ولی با استفاده از روش‌های اولر ضمنی و رانگ کوتای مرتبه چهارم، دامنه تغییرات سطح سیال بهترتیب ($3/896$ ، $3/801$ و $3/962$ - $3/994$) می‌باشد. در این حالت نیز مقایسه نتایج نشان‌دهنده آن است که در روش اولر ضمنی، دامنه تغییرات سطح سیال، کمتر بوده و نتایج در این روش، با سرعت بیشتری همگرا می‌شود و یا به عبارتی میرایی نوسانات سریع‌تر است. علت این رویداد را می‌توان خطای کلی هریک از روش‌های مورد استفاده، ذکر نمود. همچنین در مقایسه با حالت بستن ناگهانی شیر در خط لوله بدون اصطکاک، دامنه تغییرات سطح سیال کمتر است.

جدول ۱- مقدادیر مسائل نمونه مورد مطالعه.

مقادیر	پارامترهای مسائل مورد مطالعه
$0/5$ (مترمکعب بر ثانیه)	دبی خطوط لوله انتقال
$0/5$ (متر)	قطر خطوط لوله انتقال
100 (متر)	طول خطوط لوله انتقال
1 (متر)	قطر مخزن ضربه‌گیر
1000 (ثانیه)	مدت زمان حل مساله
$0/1$ (ثانیه)	گام زمانی (Δt)
60 (ثانیه)	زمان بستن تدریجی شیر
$0/01$	ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ (f)

شایان ذکر است در صورتی که دامنه تغییرات سطح سیال در طول زمان به شرایط پایدار برسد، روش را پایدار و در صورتی که دامنه تغییرات در طول زمان افزایش یابد روش را ناپایدار گویند [۲۲]. لذا برای خط لوله بدون اصطکاک و در حالت‌های بستن تدریجی و ناگهانی شیر، روش‌های اولر صریح و حدس و اصلاح اولر روش‌هایی

که در رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned}\Delta y_1 &= \Delta t f(t_n, y^n) \\ \Delta y_2 &= \Delta t f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y^n + \frac{\Delta y_1}{2}) \\ \Delta y_3 &= \Delta t f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y^n + \frac{\Delta y_2}{2}) \\ \Delta y_4 &= \Delta t f(t_n + \Delta t, y^n + \Delta y_3)\end{aligned}\quad (33)$$

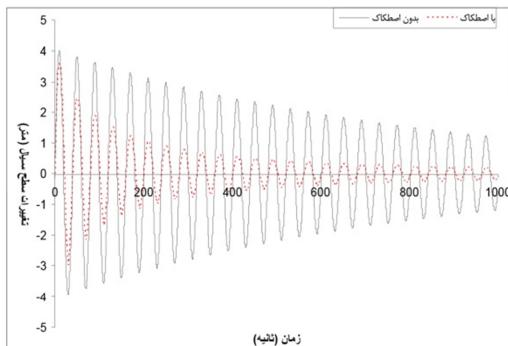
۵- تجزیه و تحلیل نتایج

در این تحقیق، برای تحلیل نوسانات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر به منظور طراحی مخزن ضربه‌گیر ساده، معادلات حاکم بر مسأله با استفاده از روش‌های اولر صریح، اولر ضمنی، روش حدس و اصلاح اولر و روش رانگ کوتای مرتبه چهار حل می‌شود. بدین منظور برنامه‌ای در محیط نرمافزار فرتون^{۴۰} تهیه شده و مسائل نمونه‌ای با استفاده از آن حل شده است. مسائل نمونه با دو فرض لوله با و بدون اصطکاک و در دو حالت بستن ناگهانی و تدریجی شیر مدنظر قرار گرفته است. اطلاعات مسائل نمونه مورد بررسی، مطابق جدول ۱ است.

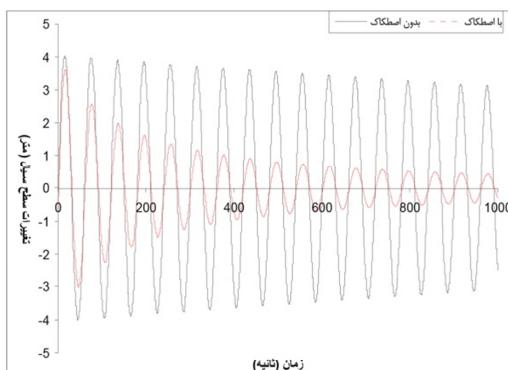
شکل ۴، تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده برای خط لوله بدون اصطکاک و در حالت‌های بستن ناگهانی و تدریجی شیر را نشان می‌دهد. نتایج نشان‌دهنده آن است که در حالت بستن ناگهانی شیر با استفاده از روش‌های اولر صریح و حدس و اصلاح اولر، دامنه نوسانات افزایش می‌یابد؛ در حالی که با استفاده از روش‌های اولر ضمنی و رانگ کوتای مرتبه چهارم، دامنه تغییرات سطح سیال بهترتیب ($4/016$ ، $4/049$ و $3/918$ - $4/156$) می‌باشد. در نتیجه، مقایسه نتایج نشان می‌دهد که دامنه تغییرات سطح سیال در روش اولر ضمنی کمتر بوده و نتایج در روش اولر ضمنی سریع‌تر همگرا می‌شود؛ به عبارت دیگر، میرایی نوسانات سریع‌تر است. همچنین، در حالت بستن تدریجی شیر نیز با استفاده از روش‌های

⁴⁰- Fortran

کوتای مرتبه چهارم پایدار هستند.



(ب) اولر ضمنی

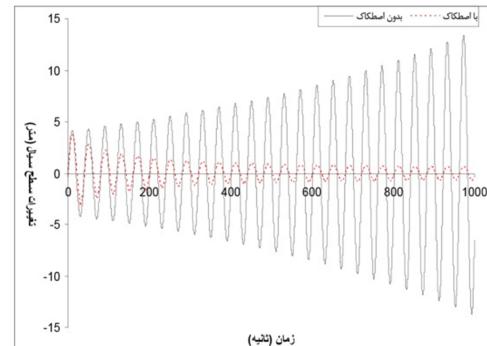


(د) رانگ کوتای مرتبه چهارم

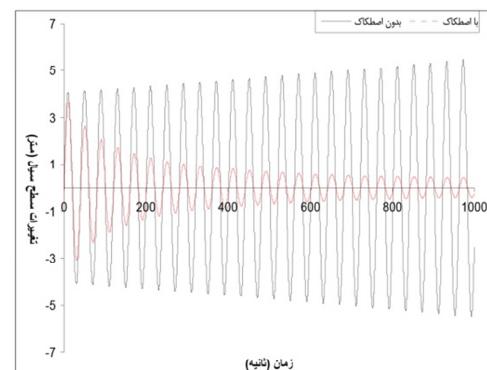
سریع‌تر است. علاوه‌بر این، در مقایسه با حالت بستن ناگهانی شیر و لوله با و بدون اصطکاک، سطح سیال کمتر است.

دامنه تغییرات سطح سیال با استفاده از روش‌های اولر صریح، اولر ضمنی، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهارم به ترتیب ($3/583$ ، $3/496$ ، $-3/075$ ، $-3/078$) و ($3/578$ ، $-2/981$ ، $-2/882$ ، $3/581$) می‌باشد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که در روش اولر ضمنی، نسبت به سایر روش‌ها دامنه تغییرات سطح سیال کمتر بوده و پس از این روش کمترین دامنه تغییرات سطح سیال به ترتیب با استفاده از روش‌های رانگ کوتای مرتبه چهارم، حدس و اصلاح اولر و اولر صریح به دست می‌آید که علت آن را می‌توان خطای کلی هریک از روش‌های مورد استفاده ذکر نمود.

ناپایدار می‌باشند؛ ولیکن روش‌های اولر ضمنی و رانگ



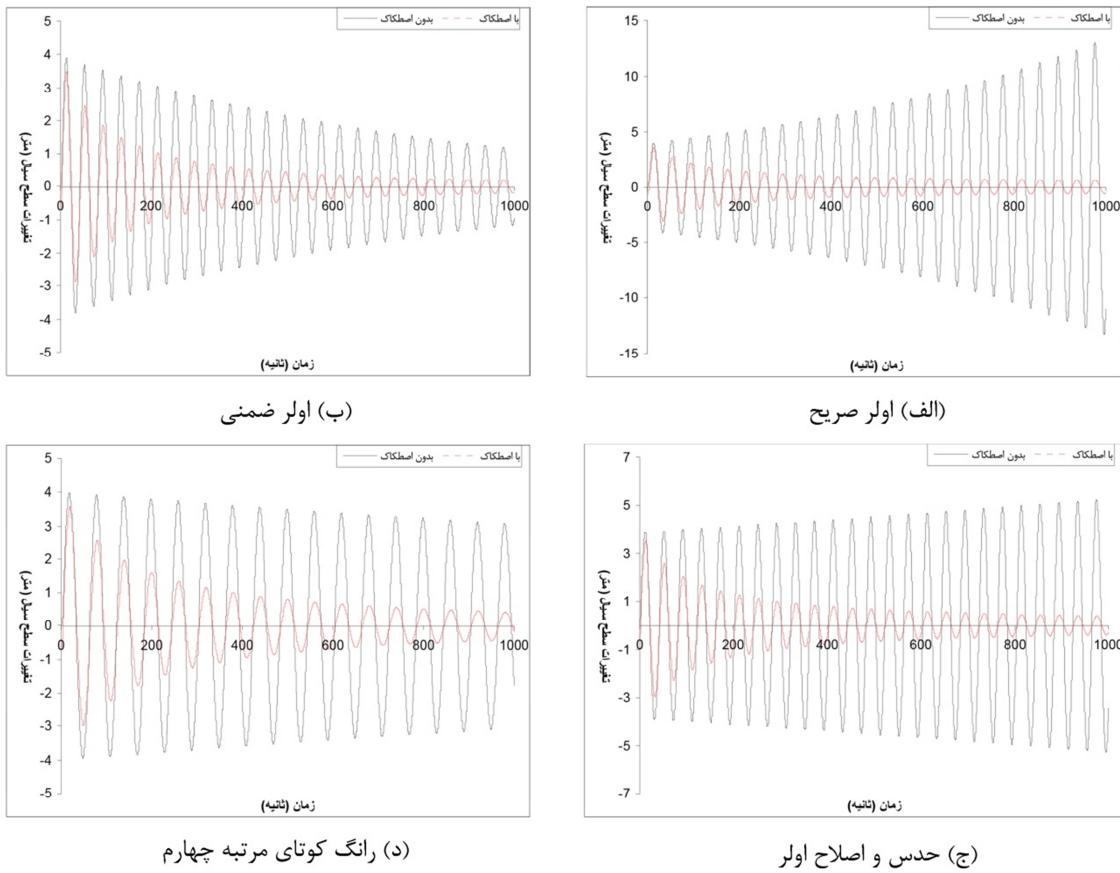
(الف) اولر صریح



(ج) حدس و اصلاح اولر

شکل ۴- تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده در حالت بستن ناگهانی شیر و لوله با و بدون اصطکاک.

شکل ۵، تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده برای خط لوله با اصطکاک و در حالت بستن ناگهانی و تدریجی شیر را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که در حالت بستن ناگهانی شیر، تغییرات سطح سیال با استفاده از روش‌های اولر صریح، اولر ضمنی، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهارم به ترتیب ($3/682$ ، $3/647$ ، $-3/146$ ، $3/649$ ، $-2/949$ ، $3/592$ ، $3/591$ ، $-3/069$ ، $3/622$) می‌باشد. مقایسه نتایج نشان‌دهنده آن است که دامنه تغییرات سطح سیال در روش اولر ضمنی در مقایسه با سایر روش‌ها کمتر بوده و پس از این روش کمترین دامنه تغییرات سطح سیال به ترتیب با استفاده از روش‌های رانگ کوتای مرتبه چهارم، حدس و اصلاح اولر و اولر صریح حاصل می‌شود. همچنین نتایج در روش رانگ کوتای مرتبه چهارم در مقایسه با سایر روش‌ها سریع‌تر همگرا می‌شود و یا به عبارت دیگر، میرایی نوسانات



شکل ۵- تغییرات سطح سیال در مخزن ضربه‌گیر ساده در حالت بستن تدریجی شیر و لوله با و بدون اصطکاک.

ضربه قوچ بررسی شد. بدین منظور رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده با دو فرض لوله بدون اصطکاک و با اصطکاک و در دو حالت بستن تدریجی و ناگهانی شیر مدل‌سازی شد و معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از چهار روش از دسته روش‌های تفاضل‌های محدود شامل اولر صریح، اولر ضمئی، حدس و اصلاح اولر و رانگ کوتای مرتبه چهارم، حل شد.

نتایج حاصل از حل مسائل نمونه با استفاده از تمامی روش‌ها و در حالت‌های مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. مقایسه نتایج نشان داد که در تمامی حالات، دامنه تغییرات سطح سیال با استفاده از روش اولر ضمئی در مقایسه با سایر روش‌ها کمتر می‌باشد. علاوه‌بر این در حالت لوله بدون اصطکاک نتایج در روش اولر ضمئی در مقایسه با سایر روش‌ها سریع‌تر همگرا شده و در حالت لوله با اصطکاک، همگرایی نتایج در روش رانگ کوتای مرتبه چهارم در مقایسه با سایر روش‌ها سریع‌تر رخ

همچنین همگرایی نتایج در روش رانگ کوتای مرتبه چهارم در مقایسه با سایر روش‌ها سریع‌تر بوده و به عبارتی میرایی نوسانات، سریع‌تر است. علاوه‌بر این در مقایسه با حالت بستن تدریجی شیر در خط لوله بدون اصطکاک، دامنه تغییرات سطح سیال کمتر است. لازم به ذکر است که برای خط لوله با اصطکاک و در حالاتی بستن تدریجی و ناگهانی شیر، تمامی روش‌های مورد استفاده پایدار هستند. در خصوص دلایل نتایج حاصل شده ذکر این نکته ضروری است که در حالت کلی روش‌های صریح نمی‌توانند مسئله انتقال موج را بدون نوسان‌های عددی حل نمایند؛ در حالی که اصطکاک، سرعت همگرایی آنها را افزایش می‌دهد.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل‌سازی رفتار هیدرولیکی مخزن ضربه‌گیر ساده بهمنظور کاهش صدمات ناشی از پدیده

پایدار هستند. این در حالی است که برای خط لوله با اصطکاک و در حالت‌های بستن تدریجی و ناگهانی شیر، تمامی روش‌های مورد استفاده، پایدار می‌باشند.

می‌دهد. همچنین برای خط لوله بدون اصطکاک و در حالت‌های بستن تدریجی و ناگهانی شیر، روش‌های اولر صریح و حدس و اصلاح اولر روش‌هایی ناپایدار می‌باشند؛ ولی روش‌های اولر ضمنی و رانگ کوتای مرتبه چهارم،

مراجع

- [1] Izquierdo, J., & Iglesias, P.L. (2002), “Mathematical modeling of hydraulic transients in simple systems”, *Mathematical and Computational Modeling*, 35(7), 801–812.
- [2] Wood, D.J., Lindireddy, S., Boulos, P.F., Karney, B., & Mcpherson, D.L. (2005), “Numerical methods for modeling transient flow”, *Journal of American Water Works Association*, 97(7), 104–15.
- [3] Zhao, M., & Ghidaoui, M. (2004), “Godunov-type solutions for water hammer flows”, *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, 130(4), 341–8.
- [4] Kendir, T.E., & Ozdamar, A. (2013), “Numerical and experimental investigation of optimum surge tank forms in hydroelectric power plant”, *Renewable Energy*, 60, 323-331.
- [5] Sutton, B.A. (1960), “Series solutions of some surge tank problems”, *Proc. Inst. Civil Engrs*, 16, 225-233.
- [6] France, P.W. (1977), “Comparison between experimental and numerical investigations of the motion of the water surface in a model surge tank”, *Advances in Water Resources*, 1(1), 49-51.
- [7] France, P.W. (1980), “Surge tank water level variations following rapid valve opening”, *Advances in Water Resources*, 3(1), 41-3.
- [8] France, P.W. (1983), “Finite element solution for mass oscillations in a surge tank”, *Advances in Water Resources*, 6(2), 200-204.
- [9] France, P.W. (1984), “Mathematical models for surge analysis”, *Engineering Analysis*, 1(2), 107-9.
- [10] France, P.W. (1996), “Finite element solution for mass oscillations in a surge tank on sudden valve opening”, *Advances in Engineering Software*, 26(3), 185-7.
- [11] Gulhan, A. (1984). Study of water hammer in hydroelectric power plants by taking turbine and regulation characteristics into account. Master of Science Thesis, ITU, Istanbul [in Turkish].
- [12] Gill, M.A., & Eke, O.C. (1987), “Mass oscillations in surge tanks on sudden opening of the valve”, *Water Power Dam Constr.*, 36-39.
- [13] Selek, B. (1993). Computerized calculation of surge tank oscillations and water hammers in hydraulic power plants. Master of Science Thesis, Adana: Cukurova University, [in Turkish].
- [14] Vournas, C.D., & Papaioannou, G. (1995), “Modelling and stability of a hydro plant with two surge tanks”, *Energy Conversion, IEEE Transaction*, 10(2), 368-75.
- [15] Nicolet, C., Avellan, F., Prénat, J.E., Sapin, A., & Simond, J.J. (2001), “A new tool for the simulation of dynamic behaviour of hydroelectric power plants”, In: 10th international meeting of the work group on the behaviour of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions, project LMH e SIMSEN. Lausanne: IMHEF/EPFL, Norway.
- [16] Nicolet, C. (2007). Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems. Ph.D. Thesis. Lausanne, EPFL n_3751.
- [17] Klasinc, R., & Bilus, I. (2009), “Experimental and numerical approach to surge tank improvements”, In: International symposium on water management and hydraulic engineering, paper A100, 339-48.
- [18] Kim, S.H.(2010), “Design of surge tank for water supply systems using the impulse response method with the GA algorithm”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 24 (2), 629-636.
- [19] Guo, L., Liu, Z., Geng, J., Li, D., & Du, G.S. (2013), “Numerical study of flow fluctuation attenuation performance of a surge tank”, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 25(6), 938-943.
- [20] An, J.F., Zhang, J., Yu, X.D., & Chen, S. (2014), “Influence of flow field on stability of throttled surge tanks with standpipe”, *Journal of Hydrodynamics*, 25(2), 294-299.

- [21] Skulovich, O., Perelman, L., & Osteld, A. (2013), “Bi-level Optimization of Closed Surge Tanks Placement and Sizing in Water Distribution System Subjected to Transient Events”, 16th Conference on Water Distribution System Analysis, WDSA 2014, Procedia Engineering, 89, 1329-1335.
- [22] Chaudhry, M.H. (1979). Applied Hydraulic Transients. New York, USA: Van Nostrand Reinhold Company.

R. Moeini*

Assistant Professor,
Department of Civil
Engineering, Faculty of Civil
Engineering and
Transportation, University of
Isfahan.

e-mail: r.moeini@eng.ui.ac.ir

Hydraulic Behavior Modeling of the Simple Tank Using the Finite Difference Method: a Comparison of Four Different Methods

In this paper, the hydraulic modeling of a simple surge tank with two assumptions of with or without friction condition at both gradually and suddenly valve closing is studied. The four different kinds of the finite difference method called the Explicit Euler, Implicit Euler, Predictor-Corrector Euler and Rung-Kutta methods are used to solve hydraulic equations and the results are presented and compared. Comparison of the results shows that in all cases, by using the Implicit Euler method, the fluid level variation is less than other available methods. In other words, the fluid level variation obtained using Implicit Euler is about 3 percent less than that obtained using Rung-Kutta method at without friction condition. In addition, at friction condition, the fluid level variation obtained using Implicit Euler is about 4, 3 and 2 percent less than that obtained using Explicit Euler, Predictor-Corrector Euler and Rung-Kutta methods, respectively. Moreover, the results converge faster than the other methods at without friction condition using Implicit Euler method and finally the results converge faster than the other methods at friction condition using Rung-Kutta method.

Keywords: Water hammer, Simple surge tank, Finite Difference Method, Numerical Modeling.

* Corresponding author