



University Of Qom



Modeling the Flow Pattern Over Duckbill Weirs Under Free and Submerged Flow Conditions Using FLOW-3D

Mohammadreza Zayeri^{1✉}, Mojtaba Jasempour Saeedavi², Mehdi Ghomeshi³,
Mehdi Daryaei⁴

1. Corresponding author, Associate Professor, Department of Hydraulic Structures, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. E-mail: m.zayri@scu.ac.ir
2. M.Sc. in Hydroinformatics, Department of Hydraulic Structures, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. E-mail: jasempour.m@scu.ac.ir
3. Professor, Department of Hydraulic Structures, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. E-mail: ghomeshi@scu.ac.ir
4. Associate Professor, Department of Hydraulic Structures, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. E-mail: m.daryaei@scu.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 22 Mar 2026
Revised 16 Jun 2026
Accepted 04 Jul 2026
Published 04 Jul 2026

Keywords:
Flow Pattern,
Duckbill Weir,
Discharge Coefficient,
Numerical Modeling,
Submerged Flow.

ABSTRACT

Weirs are among the most common and simplest structures for measuring and regulating flow, installed along the channel axis perpendicular to the flow direction. The duckbill weir, with its trapezoidal plan section, increases flow-conveyance capacity by extending the effective crest length relative to the channel width. In this study, the three-dimensional flow field over duckbill weirs with central angles of 15, 30, 45, 60, and 75 degrees was numerically investigated using FLOW-3D under both free- and submerged-flow conditions. Validation against experimental data showed that the trend and magnitude of the computed discharge agreed well with the measured values, with an average error of 2.8%. Comparison of the water-surface profile prediction errors confirmed the superiority of the RNG turbulence model over the $k-\epsilon$ model; the RMSE and AME values were 0.0825 and 0.0631 m for the RNG model and 0.0934 and 0.0887 m for the $k-\epsilon$ model, respectively. Under free-flow conditions, the discharge coefficient (C_d) decreased as the central angle increased, and this reduction became more pronounced at higher hydraulic heads; the greatest reduction occurred for the 75-degree weir, attributed to its longer crest length and the interference of flow jets in the apex region. Conversely, under submerged-flow conditions, the 60- and 75-degree weirs exhibited greater resistance to submergence owing to their longer effective length, such that at a constant submergence ratio, the discharge over the 75-degree weir was on average about 30% greater than that over the 45-degree weir.

Cite this article: Zayeri MR, Jasempour Saeedavi M, Ghomeshi M, Daryaei M. Modeling the Flow Pattern Over Duckbill Weirs Under Free and Submerged Flow Conditions Using FLOW-3D. Civil Infrastructure Researches. 2026; 12(1): 145-162. <https://doi.org/10.22091/cer.2026.15609.1676>



Introduction

Efficient water management and reliable hydraulic structures are vital for national development, which makes accurate, well-designed weirs essential. The duckbill weir, characterized by a trapezoidal plan section, increases flow-conveyance capacity by extending the effective crest length relative to the channel width, thereby reducing upstream water-level fluctuations. Over the past two decades, understanding the complex flow dynamics over such structures has become an active topic in hydraulic engineering. Computational fluid dynamics (CFD) simulations using FLOW-3D together with the RNG $k-\epsilon$ turbulence model and the volume-of-fluid (VOF) method can accurately predict water-surface profiles, velocity distributions, and energy dissipation under both free- and submerged-flow conditions. Previous studies have shown that the performance of weirs with a finite crest length is strongly governed by the degree of submergence, with the discharge coefficient (C_d) decreasing as submergence increases. However, dedicated numerical investigations of duckbill weirs—particularly their three-dimensional flow field and their transition from free to submerged flow—remain limited. This study numerically evaluates the flow behavior, velocity and pressure distributions, and energy dissipation of duckbill weirs at different opening angles, aiming to fill this knowledge gap and to improve design guidance through numerical modeling validated against experimental data.

Methodology

The numerical model was validated using experiments conducted in a 12-m-long laboratory channel. Different weir configurations (45° and 60° duckbill weirs and a rectangular weir) were tested, with geometric and hydraulic parameters such as H_T , L_c , P , W , α , and t_w influencing the discharge coefficient. Under submerged-flow conditions, the discharge reduction coefficient (ψ) was used to quantify weir performance. A three-dimensional CFD simulation in FLOW-3D was employed to solve the Reynolds-averaged

Navier–Stokes (RANS) equations with turbulence closure. The wall-function approach was adopted to model the near-wall regions efficiently and to avoid excessive mesh refinement near the walls. A mesh-sensitivity analysis showed that the results stabilized at 1,531,910 cells. The y^+ values ranged between 54 and 79, satisfying the wall-function requirements, while the Reynolds numbers varied from 12,389 to 37,489. Compared with near-wall modeling, the wall-function method proved computationally efficient. These results confirm the reliability of the numerical model and underline the importance of mesh independence and appropriate turbulence modeling when simulating flow over complex hydraulic structures.

Results

This study investigates the discharge coefficient (C_d) of duckbill weirs with crest opening angles ranging from 0° to 75° . The results show that C_d decreases as the opening angle increases, with the 75° weir exhibiting the greatest reduction owing to its longer crest length and the interference of flow jets in the apex region. A mathematical relationship of the form $C_d = a + b \cdot [h_o/(h_o + P)]$ was derived using linear fits for each angle ($R^2 > 0.84$) and validated against the experimental and numerical data ($R^2 = 0.89$). The FLOW-3D simulations revealed that larger angles (60° – 75°) intensify turbulence and vortex formation downstream, whereas submergence ($t/h > 0.8$) reduces the free discharge by approximately 40%. Under submerged conditions, the 75° weir maintained $\psi \approx 1$ up to $t/h = 0.8$, outperforming the other models. The pressure and velocity fields confirmed that larger opening angles induce stronger turbulence and larger vortices, which in turn affect the hydraulic performance of the structure. Overall, the findings highlight the critical role of the opening angle in optimizing weir performance and provide a predictive model for C_d under varying flow conditions.

Conclusion

This study numerically investigated the flow patterns over duckbill weirs under free-

and submerged-flow conditions using FLOW-3D with the RNG turbulence model. The results show that larger opening angles (60° – 75°) enhance turbulence, lateral flows, and vortex formation downstream, whereas smaller angles ($\leq 30^{\circ}$) increase the downstream pressure due to the collision of lateral flows. The discharge coefficient (C_d) decreases as the opening angle increases, particularly for the 75° weir, where flow interference is most pronounced. A mathematical relationship was derived to predict C_d as a function of the opening angle and the upstream water level, and was validated with high accuracy ($R^2 = 0.89$). Larger angles generate complex three-dimensional vortices that intensify turbulence and energy transfer. Under submerged conditions, the 60° and 75° weirs exhibited greater resistance to submergence, such that at a constant submergence ratio the discharge over the 75° weir was on average about 30% greater than that over the 45° weir. The study underscores the critical role of the crest opening angle in optimizing weir performance and provides insight into the flow dynamics and hydraulic efficiency of duckbill weirs under varying conditions.

Funding Statement

This research project has been conducted using the special research grants of first author from Shahid Chamran University of Ahvaz, under grant number SCU.WH1404.43525.

Declaration of Competing Interest

■ **No competing interests:** The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Authors' Contributions

Mohammadreza Zayeri:

Data curation; Formal analysis; Investigation; Methodology; Resources; Software; Validation; Visualization; Roles/Writing – original draft.

Mojtaba Jasempour Saeedavi:

Data curation; Formal analysis; Investigation; Methodology; Resources; Software; Validation; Visualization; Roles/Writing – original draft.

Mehdi Ghomeshi:

Conceptualization; Methodology; Project administration; Validation; Roles/ Writing – review & editing.

Mehdi Daryaee:

Conceptualization; Methodology; Supervision; Validation; Roles/ Writing – review & editing

مدل سازی الگوی جریان در سرریزهای نوک اردکی تحت شرایط جریان آزاد و مستغرق با استفاده از FLOW-3D

محمدرضا زایری^۱، مجتبی جاسم پورسعیدآوی^۲، مهدی قمشی^۳، مهدی دریایی^۴

۱. نویسنده مسئول، دانشیار، گروه سازه های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. رایانامه: m.zayri@scu.ac.ir
۲. کارشناس ارشد هیدروانفورماتیک، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. رایانامه: jasempour.m@scu.ac.ir
۳. استاد، گروه سازه های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. رایانامه: gghomeshehi@scu.ac.ir
۴. دانشیار، گروه سازه های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. رایانامه: m.daryaei@scu.ac.ir

چکیده

سرریزها از متداول ترین و ساده ترین سازه های اندازه گیری و تنظیم جریان هستند که در امتداد محور کانال و عمود بر جهت جریان نصب می شوند. سرریز نوک اردکی نوعی سرریز با مقطع افقی دوزنقه ای است که با افزایش طول مؤثر تاج نسبت به عرض کانال، ظرفیت عبور جریان را افزایش می دهد. در این پژوهش، میدان جریان سه بعدی روی سرریزهای نوک اردکی با زوایای مرکزی ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه نسبت به محور کانال، با استفاده از نرم افزار FLOW-3D و در دو شرایط جریان آزاد و مستغرق به صورت عددی بررسی شد. صحت سنجی مدل عددی با داده های آزمایشگاهی نشان داد که روند و مقدار دبی محاسبه شده با میانگین خطای ۲/۸ درصد، تطابق خوبی با مقادیر اندازه گیری شده دارد. مقایسه خطای پیش بینی نیم رخ سطح آب نیز برتری مدل آشفتگی RNG را نسبت به مدل k-ε تأیید کرد؛ به گونه ای که شاخص های RMSE و AME برای مدل RNG به ترتیب ۰/۰۸۲۵ و ۰/۰۶۳۱ متر و برای مدل k-ε به ترتیب ۰/۰۹۳۴ و ۰/۰۸۸۷ متر به دست آمد. نتایج نشان داد که در شرایط جریان آزاد، ضریب دبی (Cd) با افزایش زاویه مرکزی کاهش می یابد و این کاهش با افزایش بار آبی شدیدتر می شود؛ بیشترین افت ضریب دبی در سرریز ۷۵ درجه رخ داد که به طول تاج بیشتر و تداخل جت های جریان در ناحیه دماغه نسبت داده می شود. در مقابل، در شرایط جریان مستغرق، سرریزهای ۶۰ و ۷۵ درجه به دلیل طول مؤثر بیشتر، مقاومت بالاتری در برابر غوطه وری از خود نشان دادند، چنان که در نسبت غوطه وری ثابت، دبی عبوری از سرریز ۷۵ درجه به طور متوسط حدود ۳۰ درصد بیشتر از سرریز ۴۵ درجه بود.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۱/۰۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۳/۲۶

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۱۳

تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۴/۱۳

کلیدواژه ها:

الگوی جریان،
سرریز نوک اردکی،
ضریب گذردهی جریان،
مدل سازی عددی،
جریان مستغرق.

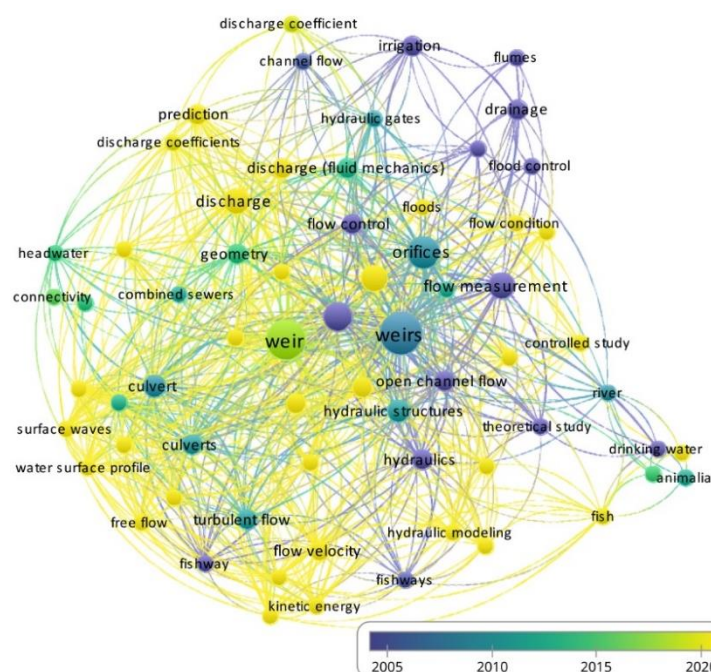
استناد: زایری محمدرضا، جاسم پورسعیدآوی مجتبی، قمشی مهدی، دریایی مهدی. مدل سازی الگوی جریان در سرریزهای نوک اردکی تحت شرایط جریان آزاد و مستغرق با استفاده از FLOW-3D. پژوهش های زیرساخت های عمرانی. ۱۴۰۵؛ ۱۲(۱): ۱۴۵-۱۶۲.

<https://doi.org/10.22091/cer.2026.15609.1676>

۱- مقدمه

سرریز نوک اردکی، با مقطع افقی دوزنقه‌ای، به عنوان یک سازه تنظیمی و عبوردهنده جریان، به دلیل طول مؤثر بیشتر نسبت به سرریزهای خطی، قادر است به‌ازای عرض و بار آبی یکسان دبی بیشتری عبور دهد و نوسانات تراز آب بالادست را کاهش دهد. همین ویژگی موجب شده است در دو دهه اخیر، درک دینامیک پیچیده جریان در این دسته از سازه‌ها به موضوعی فعال در مهندسی هیدرولیک بدل شود (شکل ۱). همان گونه که مشاهده می‌شود ارتباط درک دینامیک پیچیده جریان در سازه‌های سرریز با تمرکز بر اندازه‌گیری و کنترل جریان در کانال‌های طبیعی و مصنوعی جهت کاربردهای مختلف مهندسی و محیط زیستی در ۲۰ سال اخیر مشهود است.

شبیه‌سازی‌های دینامیک سیالات محاسباتی^۱ (CFD) برای تحلیل رفتار هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای در شرایط جریان مستغرق به‌طور فزاینده‌ای به کار گرفته شده‌اند؛ به‌گونه‌ای که نرم‌افزارهایی مانند FLOW-3D و مدل آشفتگی RNG k-ε به همراه روش حجم سیال^۲ (VOF) برای مدل‌سازی سطح آزاد استفاده شده‌اند [۱] و [۲]. این مدل‌های عددی توانسته‌اند پروفیل‌های سطحی و سرعت را با دقت بالا پیش‌بینی کنند؛ برای نمونه، در مطالعه‌ای روی سرریز کنگره‌ای مستطیلی، ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین درصد خطای مطلق برای پروفیل سطح و سرعت به ترتیب ۰/۰۱۴ و ۳/۱۱ درصد گزارش شد و برای سرریزهای با زاویه دیواره جانبی بزرگ، تطابق دبی در شرایط مستغرق تقریباً مستقل از مدل آشفتگی بود [۳].



شکل ۱- واژگان کلیدی در تحقیقات گزارش شده در مدل‌سازی هیدرولیکی سرریز

از منظر عملکرد هیدرولیکی، سرریزهای کنگره‌ای با افزایش نسبت بی‌بعد بار آبی کل به ارتفاع سرریز، کاهش ضریب دبی را تجربه کرده و جریان از حالت آزاد به مستغرق تبدیل می‌شود [۴]. این سرریزها نسبت به سرریزهای خطی تاج‌تیز حساسیت بیشتری به مستغرق‌شدگی نشان

می‌دهند، چنان‌که دبی مستغرق سرریز کنگره‌ای مستطیلی میان ۱۰ تا ۲۰ درصد کمتر از سرریز خطی متناظر است [۵]. سرریزهای بهبودیافته نظیر سرریز کنگره‌ای مثلی، در هر دو شرایط آزاد و مستغرق عملکرد برتری ارائه می‌دهند [۶]. در مقایسه با سرریزهای پیانوکلیدی، در بارهای آبی

^۱- Computational Fluid Dynamic

^۲- Volume of Fluid

بالا و نزدیک به مستغرق شدگی، اختلاف ضریب دبی کاهش یافته و رفتار دو نوع سرریز مشابه می شود [۷ و ۸]. هرچند برتری سرریز پیانوکلیدی در سطوح پایین مستغرقی در ترازهای بالاتر معکوس می گردد [۹]. برای بهبود دقت روابط بار آبی- دبی در شرایط مستغرق، روابط بی بعد جدیدی پیشنهاد شده که خطای پیش بینی را به طور چشمگیر کاهش داده اند؛ برای مثال حداکثر خطا از ۲۳ به ۳/۵ درصد رسید [۱۰]. افزون بر این، گرچه هندسه سرریز کنگره ای استهلاك انرژی مؤثری را تضمین می کند، بالا رفتن تراز پایین دست می تواند پرش هیدرولیکی را مستغرق و استهلاك انرژی را کم کند؛ در این میان سرریزهای دوزنقه ای- مثلثی بیشترین استهلاك انرژی را دارند [۱۱ و ۱۲]. عوامل خارجی مانند تجمع چوب های غوطه ور نیز می توانند ضریب دبی را میان ۱۱ تا ۳۳ درصد کاهش دهند [۱۳]. مجیدی اصل و همکاران، با استفاده از نرم افزار FLOW-3D جریان عبوری از سرریز مستطیلی مرکب لبه تیز را در زوایای مختلف نسبت به جریان (صفر، ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه) شبیه سازی کردند و نشان دادند که تجمع و تداخل خطوط جریان در محل تنگ شدگی موجب کاهش ضریب دبی می شود، در حالی که قرارگیری سرریز با زاویه حداکثر ۴۵ درجه نسبت به امتداد جریان، ضریب دبی را تا ۹/۸۱ درصد نسبت به حالت عمود بر جریان افزایش می دهد [۱۴]. صادقان و همکاران، در مطالعه ای آزمایشگاهی روی سرریزهای کنگره ای دوزنقه ای با طول کنگره های مساوی و نامساوی نشان دادند که تداخل تیغه های آب و استغراق کنگره ها در نسبت های بار آبی بالا ($H_t/P > 0.3$) عملاً ضریب تخلیه را ثابت نگه می دارد و کاهش طول برخورد تیغه ها می تواند ضریب تخلیه را تا بیش از ۳۵ درصد افزایش دهد [۱۵]. در حوزه ای نزدیک تر به موضوع پژوهش حاضر، امامی و همکاران، ضریب دبی سرریزهای کنگره ای منقاری (نوکاردکی) مثلثی را با شبیه سازی عددی در نرم افزار FLUENT مدل آشفته گی RNG و در زوایای رأس ۳۰ تا ۱۸۰ درجه بررسی کردند و با به کارگیری الگوریتم های فراابتکاری گرگ خاکستری و انتخابات، ضریب دبی را با

دقت بالا $R^2 = 0.96$ برآورد نمودند [۱۶]. همچنین ایشان بیشترین ضریب دبی بهینه را در سرریز با زاویه رأس ۶۰ درجه گزارش کردند. از دیدگاه مفهومی، عملکرد هر سرریز در دو رژیم جریان آزاد و مستغرق متفاوت است. تا زمانی که تراز آب پایین دست از حدی فراتر نرود، دبی عبوری تنها تابع بار آبی بالادست است و رژیم جریان «آزاد» (مدولار) نامیده می شود؛ آستانه ای که فراتر از آن تراز پایین دست بر دبی اثر می گذارد، «حد مدولار» خوانده می شود [۱۷]. در شرایط مستغرق، عملکرد سرریز با ضریب کاهش دبی ۷ کمی سازی می شود که نسبت دبی مستغرق به دبی آزاد متناظر در همان بار آبی است. مطالعات بنیادی نشان داده اند که برای سرریزهای با طول تاج محدود، حد مدولار و ضریب کاهش دبی به نسبت بار آبی آزاد به طول جریان محور سرریز وابسته است و رابطه ای بی بعد برای پیش بینی ۷ بر پایه عمق پایین دست نرمال شده استخراج شدنی است [۱۸]. عظیمی و همکاران، با انجام آزمایش های گسترده روی سرریزهای مستطیلی با طول تاج محدود (تاج تیز و گرد)، نموداری برای تعیین آغاز مستغرق شدگی و معادله ای دومتغیره برای ضریب کاهش دبی ارائه کردند [۱۹]. حکیم و عظیمی، این چارچوب را به سرریزهای مثلثی و سرریزهای دارای شیب بالادست و پایین دست تعمیم دادند و نشان دادند جابه جایی پنجه پرش سطحی با مستغرق شدگی به نسبت بار آبی به طول جریان محور بستگی دارد [۵]. پژوهشگران با مطالعه آزمایشگاهی سرریز- کالورت های تاج تیز با شیب پایین دست، رژیم های جریان مستغرق را به سه دسته پرش سطحی، موج سطحی و مستغرق عمیق تفکیک کردند و رابطه سه مرحله ای برای برآورد دبی مستغرق پیشنهاد دادند [۲۰]. احمدی و عظیمی، نیز با شبیه سازی عددی سرریزهای هامپ مستغرق نشان دادند که شیب رمپ بالادست و پایین دست و مقدار دبی، اثر معناداری بر حد مدولار و ضریب کاهش دبی دارند [۲۱]. در مقیاس سازه های آبی بزرگ تر، محققان، با یک مدل دوبعدی RANS-VOF مبتنی بر $k-\epsilon$ RNG، جریان مستغرق روی

سرریزهای دوزنقه‌ای را تحلیل و حد مدولار را در بازه $0.70/0.78$ گزارش کردند و نشان دادند که این حد مستقل از شیب وجه بالادست است [۲۲]. شایان ذکر است که مستغرق شدگی صرفاً بر دبی اثر نمی‌گذارد؛ تغییر رژیم جریان و جت دیواره‌ای پایین دست می‌تواند الگوی آب‌شستگی موضعی و پایداری بستر را نیز دگرگون کند [۲۳].

با وجود مطالعات ارزشمندی که به بررسی سرریزهای نوک‌اردکی و سرریزهای زاویه‌دار پرداخته‌اند، مرور پیشینه نشان می‌دهد که بیشتر این پژوهش‌ها صرفاً بر شرایط جریان آزاد و برآورد ضریب دبی متمرکز بوده‌اند. در هیچ‌یک از این مطالعات، رفتار سرریز نوک‌اردکی در شرایط جریان مستغرق، تعیین حد مدولار و کمی‌سازی ضریب کاهش دبی (ψ) بررسی نشده است؛ این در حالی است که در شرایط بهره‌برداری واقعی، بالا آمدن تراز پایین دست و مستغرق شدن سرریز امری متداول است و عملکرد سازه را به‌طور مستقیم تحت تأثیر قرار می‌دهد.

بر این اساس، پژوهش حاضر در سه محور قابل تبیین است: نخست، بررسی نظام‌مند رفتار هیدرولیکی سرریز نوک‌اردکی به‌طور هم‌زمان در دو رژیم جریان آزاد و مستغرق، و تعیین حد مدولار و ضریب کاهش دبی برای زوایای مختلف بازشدگی؛ دوم، تحلیل کامل میدان جریان سه‌بعدی شامل توزیع سرعت، توزیع فشار، ساختار گردابه‌ها در پایین دست سرریز، که فراتر از برآورد صرف ضریب دبی است؛ و سوم، ارائه رابطه‌ای ریاضی پیوسته برای پیش‌بینی ضریب دبی برحسب زاویه بازشدگی و بار آبی بالادست، که امکان تعیین زاویه بهینه عملکرد را بدون نیاز به اجرای آزمایش‌های گسسته پرهزینه فراهم می‌سازد.

۲- مواد و روش‌ها

جهت صحت‌سنجی مدل عددی از مجموعه آزمایش‌های نیک پیک و کاشفی‌پور که در فلوام آزمایشگاهی به عرض ۲۵ سانتیمتر و طول ۱۲ متر و

ارتفاعی معادل ۵۰ سانتیمتر از بستر بود، استفاده گردید [۲۴]. مطالعات آنان در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده مهندسی آب و محیط‌زیست دانشگاه شهید چمران اهواز صورت پذیرفت. در این آزمایش‌ها از دو نوع سرریز نوک اردکی با عرض ۲۵ سانتی‌متر با ارتفاع ۱۵ سانتی‌متر و با زاویه مرکزی ۴۵ و ۶۰ درجه نسبت به محور کانال و یک سرریز مستطیلی ساده استفاده گردید. در شکل ۲، پارامترهای هندسی سرریز نوک اردکی با زاویه مرکزی ۴۵ درجه نشان داده شده است. پارامترهای هندسی و هیدرولیکی متعددی بر ضریب دبی مؤثر هستند، از جمله انرژی کل بالادست (H_t)، طول مؤثر سرریز (L_c)، ارتفاع سرریز (P)، عرض سرریز (W)، زاویه دیواره سرریز (α)، ضخامت دیواره (t_w) و شکل تاج سرریز. در شرایط جریان مستغرق، یعنی زمانی که عمق آب در پایین دست از ارتفاع سرریز بیشتر می‌گردد، عملکرد سرریزها توسط ضریب کاهش دبی (ψ) کمی‌سازی می‌شود که نسبت دبی مستغرق Q_s به دبی متناظر در شرایط جریان آزاد Q_f براساس بار آبی بالادست h_0 است (رابطه ۱) [۱۷].

$$Q_s = \psi Q_f \quad (1)$$

فريتز و هاگر^۳، رابطه‌ای برای پیش‌بینی ψ پیشنهاد کردند که می‌تواند برای سرریزهای با طول‌های مختلف تاج از صفر تا 0.3 متر استفاده شود [۱۸]:

$$\psi = (1 - Y_t)^n \quad (2)$$

که در آن n نمایی بین ۴ تا ۷ است و Y_t مستغرق شدگی نرمال شده می‌باشد که به صورت زیر تعریف شده است:

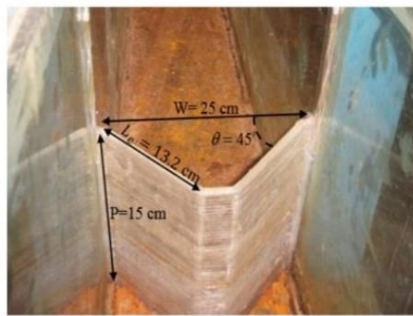
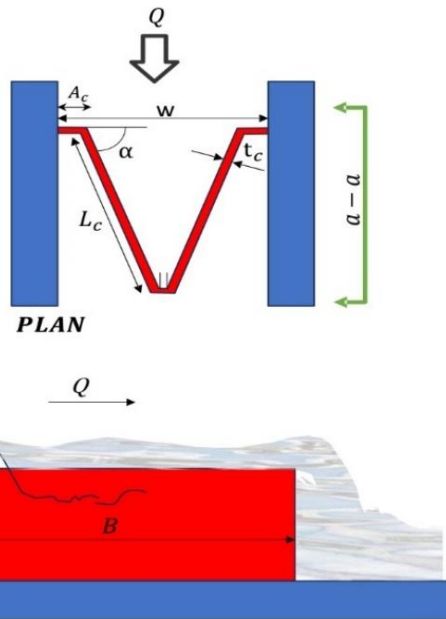
$$Y_t = \frac{\frac{t}{h} - \left[0.85 - \left(\frac{0.5H}{H+L}\right)\right]}{1 - \left[0.85 - \left(\frac{0.5H}{H+L}\right)\right]} \quad (3)$$

که در آن، H بار کل بالادست در شرایط جریان مستغرق است. عظیمی و همکاران، رابطه ساده‌تری برای پیش‌بینی ψ در سرریزهای با طول تاج محدود پیشنهاد کردند [۲۵]:

³- Fritz and Hager

ناویر- استوکس به عنوان معادلات حرکت سرعت سیال در سه جهت (w, v, u) شناخته می‌شوند که شامل برخی عبارت‌های اضافی نیز هستند. معادلات ناویر- استوکس میانگین‌گیری‌شده در نرم‌افزار FLOW-3D که برای مدل‌سازی سه‌بعدی سازه ترکیبی سرریز اوجی و کالورت استفاده شده‌اند، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left\{ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \\ - \zeta \frac{A_y v^2}{x V_f} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x \\ - \frac{R_{SOR}}{\rho V_f} (u - u_w - \delta u_s) \end{aligned} \quad (5)$$



شکل ۲- شماتیک هندسه سرریز نوک اردکی به همراه مدل آزمایشگاهی

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left\{ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \\ - \zeta \frac{A_y v^2}{x V_f} \\ = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z \\ - \frac{R_{SOR}}{\rho V_f} (w - w_w - \delta w_s) \end{aligned} \quad (7)$$

در این معادلات، مقادیر G_x تا G_z نشان‌دهنده شتاب‌های بدنه، f_x تا f_z شتاب‌های ویسکوز و b_x تا b_z تلفات

$$\psi = \left[1 - \left(\frac{h_t}{H} \right)^m \right]^n \quad (4)$$

که در آن m و n نماهایی هستند که بسته به نوع سرریز متفاوت‌اند. حکیم و عظیمی با استفاده از تحلیل رگرسیون، مقادیر $n = 0.25$ و $m = 0.28(h_0 / L)^{-2.425}$ را برای سرریزهای با مقطع طولی مثلثی پیشنهاد کردند [۵].

۱-۲- معرفی مدل عددی

نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی سه‌بعدی برای شبیه‌سازی سازه ترکیبی شامل سرریز اوجی و کالورت به کار گرفته شد. نرم‌افزار FLOW-3D از روش حجم محدود برای حل معادلات ناویر- استوکس میانگین‌گیری‌شده براساس رینولدز (RANS^۴) بهره می‌برد [۲۶]. معادلات

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_f} \left\{ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} \\ - \zeta \frac{A_y uv}{x V_f} \\ = - \frac{1}{\rho} \left(R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y \\ - b_y \\ - \frac{R_{SOR}}{\rho V_f} (v - v_w - \delta v_s) \end{aligned} \quad (6)$$

⁴- Reynolds-Averaged Navier-Stokes

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k \\ + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) \\ - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (10)$$

در این معادلات، k بیانگر انرژی جنبشی آشفتگی و ε نشان دهنده نرخ اتلاف انرژی جنبشی آشفتگی است. μ_{eff} به ویسکوزیته مؤثر اشاره دارد. G_k و G_b به ترتیب نشان دهنده تولید انرژی جنبشی آشفتگی ناشی از گرادیانهای سرعت متوسط و نیروهای شناوری هستند. Y_M اتلاف ناشی از انبساط نوسانی در جریانهای تراکم پذیر را بیان می کند. S_k و S_ε ترمهای منبعی هستند که توسط کاربر تعیین می شوند. ضرایب α_k و α_ε به ترتیب معکوس عدد پرانتل مؤثر برای انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اتلاف آن هستند. همچنین، ضرایب $C_{1\varepsilon}$ ، $C_{2\varepsilon}$ ، $C_{3\varepsilon}$ و ضرایب تجربی می باشند.

۲-۲- بررسی استقلال حل از شبکه و شرایط مرزی

مدل های آشفتگی عموماً تنها در نواحی کاملاً آشفتگی از دقت و اعتبار کافی برخوردارند؛ حال آنکه در مجاورت دیواره، جریان به رژیم تقریباً لایه ای میل می کند و سهم تنش های آشفتگی، به ویژه در ناحیه زیر لایه لزج^۶، ناچیز می گردد [۳۲]. به همین دلیل، مدل های آشفتگی مرسوم در این ناحیه عملکرد مطلوبی ندارند. برای رفع این محدودیت، دو رویکرد متداول به کار گرفته می شود: روش مدل سازی ناحیه نزدیک دیواره و روش تابع دیواره. هر دو روش بر پایه فاصله بدون بعد y^+ و فاصله اولین نقطه شبکه از دیواره (y_p) به عنوان تابعی از سرعت برشی

جریان در محیط متخلخل هستند. ضرایب A_x ، A_y و A_z به ابعاد مقطع جریان اشاره دارند. ρ چگالی آب است و V_F نشان دهنده نسبت حجمی جریان در روش FAVOR (نمایش موانع به صورت کسری از حجم و سطح) می باشد. R_{SOR} ترم منبع و p فشار را نمایش می دهد. ترمهای پایانی نیز بیانگر ورود جرم از یک منبع هندسی خاص هستند. بردار سرعت منبع با $Us = (us, vs, ws)$ و سرعت نسبی سطح منبع با $Uw = (uw, vw, ww)$ نمایش داده می شوند. ضریب R بسته به نوع سیستم مختصات انتخاب شده، مقدار متفاوتی دارد.

در این مدل، روشهای کسری حجم سیال و FAVOR برای تعیین وضعیت سلولها در سطح آب و همچنین تعیین هندسه محیط استفاده می شوند [۲۷]. با استفاده از این روش، کد CFD امکان نادیده گرفتن هوا و تأثیر آن بر روی جریان آب را فراهم می کند و در عین حال یک مرز مشخص بین آب و هوا بدون نیاز به شبکه بندی بسیار دقیق ایجاد می نماید (رابطه ۸) [۲۸ و ۲۹]:

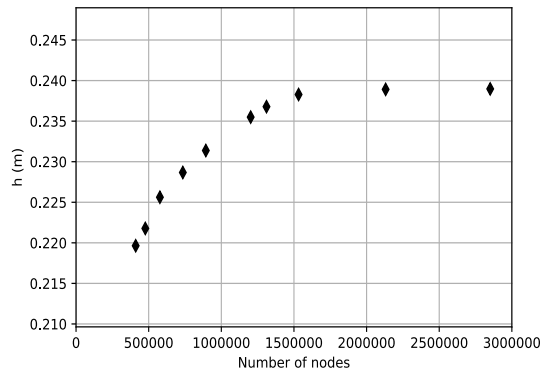
$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{v_f} \left[\frac{\partial}{\partial x} (FA_x u) + \frac{\partial}{\partial y} (FA_y v) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} (FA_z w) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

به منظور انتخاب دقیق ترین مدل آشفتگی، نتایج مدل های $k-\varepsilon$ و RNG با داده های آزمایشگاهی مقایسه و مدلی که بیشترین تطابق را داشت، برای ادامه مطالعه انتخاب شد. مدل RNG از طریق اعمال تئوری گروه بازنرمال سازی^۵ بر معادلات لحظه ای ناویر-استوکس استخراج می شود [۳۰].

در مدل دو معادله ای RNG، برای در نظر گرفتن اتلاف انرژی جنبشی آشفتگی، یک ترم اضافی در معادلات انتقال وارد می شود [۳۱]. معادلات RNG به صورت زیر ظاهر می شوند:

⁶- Viscous Sublayer

⁵- Renormalization Group



شکل ۳- همبستگی عمق آب بالادست با تعداد گره ها برای انجام آنالیز استقلال شبکه برای شبیه سازی عددی

همان طور که مشاهده می شود، در دبی ثابت ۱۸/۷۱ لیتر بر ثانیه سطح آب بالادست با افزایش تعداد سلول افزایش یافت و در حدود ۱،۵۳۱،۹۱۰ سلول به عمق آب ثابت رسید. این امر، نشان دهنده آن است که نتایج شبیه سازی هنگامی که تعداد گره ها از آستانه ۱،۵۳۱،۹۱۰ گره فراتر رود، مستقل از شبکه هستند. برای تضمین نتایج مستقل از شبکه، تعداد ۲،۱۳۱،۸۷۰ گره با شبکه ای شامل یک بلوک با اندازه سلول ۰/۰۱۲ متر و یک بلوک تودرتو با اندازه سلول ۰/۰۰۹ متر مطابق شکل ۴ انتخاب شد.

تعیین شرایط مرزی برای شبیه سازی عددی و تحلیل هیدرولیکی اهمیت دارد. براساس شرایط آزمایشگاهی، مقدار دبی مشخص و فشار مشخص (P) برای جریان ورودی (X_{min}) متناظر با عمق آب در ورودی مطابق جدول ۱ و شرایط خروجی (O) برای جریان آزاد و تغییرات عمق آب (P) برای شرایط مستغرق در مرز پایین دست (X_{max}) مطابق شکل ۵ استفاده شد.

۲-۲- صحت سنجی مدل عددی و معرفی سناریو هندسی

در این مطالعه از مدل آشفتگی RNG استفاده شده است. طبق گزارش های چرو^۷ و همکاران، این مدل نسبت به مدل استاندارد k-ε کاربرد گسترده تری داشته و معمولاً بهترین گزینه محسوب می شود [۳۴ و ۳۵].

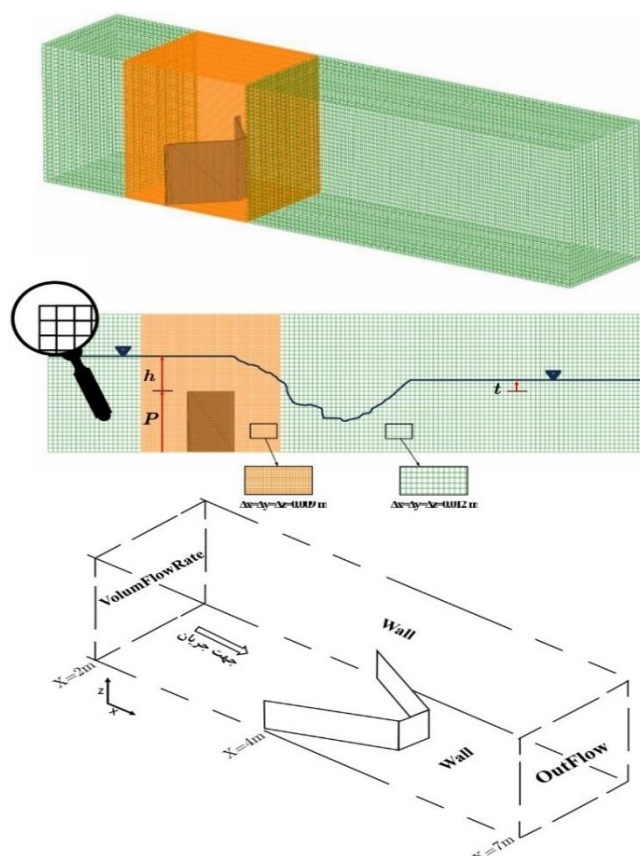
می شوند: $u = \sqrt{\mu u_1 / \rho y_p}$ و لزجت سینماتیکی سیال (v) تعریف

$$y^+ = \frac{y_p u^*}{\nu} \quad (11)$$

در روش مدل سازی ناحیه نزدیک دیواره، از مدل آشفتگی با عدد رینولدز پایین به همراه شبکه بسیار ریز در نزدیکی دیواره استفاده می شود تا پارامترها در ناحیه زیرلایه لزج به طور مستقیم محاسبه شوند. در این حالت، باید اولین نقطه شبکه درون ناحیه زیرلایه لزج قرار گیرد ($y^+ < 1$). در مقابل، روش تابع دیواره به طور مستقیم زیرلایه لزج را شبیه سازی نمی کند، بلکه اولین نقطه شبکه را در ناحیه قانون لگاریتمی جریان ($30 < y^+ < 200 \sim 400$) قرار داده و سپس با استفاده از روابط تجربی ارتباط میان زیرلایه لزج و ناحیه قانون لگاریتمی را برقرار می کند [۳۳]. در مقایسه با روش مدل سازی ناحیه نزدیک دیواره، روش تابع دیواره نیازی به فشرده سازی شبکه در نزدیکی دیواره ندارد و از نظر زمانی محاسبات را سریع تر و کارآمدتر انجام می دهد. با توجه به فناوری منحصربه فرد تولید شبکه در نرم افزار FLOW-3D، شبکه می تواند به صورت انعطاف پذیر درون دیواره های مدل عددی جایگذاری شود. نتایج نشان می دهد که مقادیر بدون بعد y^+ در تمام سیستم های شبکه بین ۵۴ تا ۷۹ متغیر بوده و شرایط مورد نیاز روش تابع دیواره را تأیید می کنند. همچنین عدد رینولدز جریان بالادست در محدوده ۱۲،۳۸۹ تا ۳۷،۴۸۹ قرار دارد.

تحلیل حساسیت شبکه بندی برای اطمینان از اینکه نتایج عددی مستقل از اندازه شبکه هستند، انجام شد. تغییرات سطح آب بالادست به عنوان پارامتر کنترل کننده انتخاب گردید و سری شبیه سازی های عددی برای بررسی تغییرات پارامترهای کنترل کننده منتخب اجرا شد. شبیه سازی های عددی با تعداد گره های مختلف از ۴۱۰،۵۵۲ تا ۲،۸۵۰،۹۱۰ مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج تحلیل استقلال از شبکه در شکل ۳ نشان داده شده است.

7- Chero

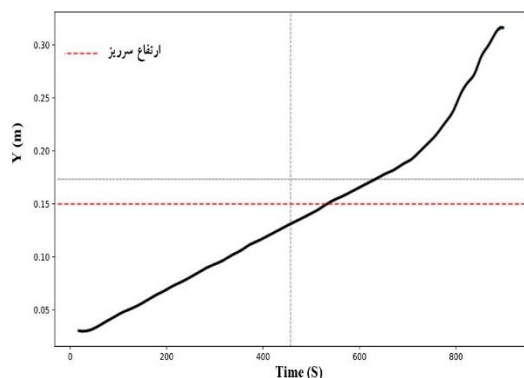


شکل ۴- شبکه‌بندی مدل سرریز نوک اردکی و اعمال شرایط مرزی

جدول ۱- شرایط مرزی بالادست سرریز جهت مدل‌سازی

شماره	دبی (L/s)	بار آبی (cm)	شماره	دبی (L/s)	بار آبی (cm)
۱	۱۲/۳۶	۲۰	۴	۳۳/۲۷	۲۹/۷
۲	۱۸/۷۱	۲۳/۶	۵	۴۲/۹۵	۳۲/۸
۳	۲۵/۲۵	۲۶/۶	۶	۵۰/۱۶	۳۵

آب نسبت به مدل $k-\epsilon$ همخوانی بسیار خوبی بین نتایج مدل به دست آمد.



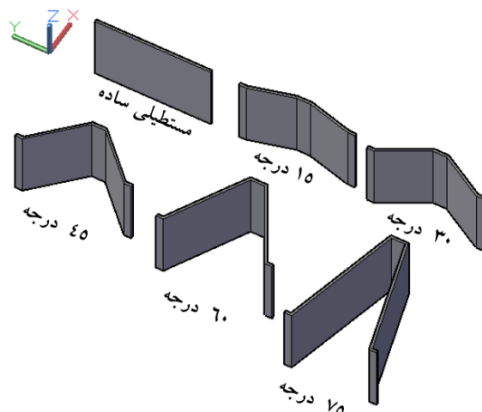
شکل ۵- شرایط مرزی پایین‌دست سرریز نوک اردکی در حالت مستغرق

مدل RNG به دلیل داشتن جمله اضافی در معادلات خود دقت بالاتری در شبیه‌سازی جریان‌های با تغییر شکل سریع و جریان‌های چرخشی دارد و نتایج مطالعات عددی روی شبیه‌سازی جریان در سرریزهای جانبی و سازه‌های هیدرولیکی نیز صحت آن را نشان داده‌اند [۳۶-۴۲]. خطای محاسباتی مدل عددی FLOW-3D در شبیه‌سازی نیم‌رخ سطح آب بالادست سرریز در مدل آزمایشگاهی با استفاده از روابط RMSE و AME ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود خطای مدل آشفتگی RNG برای محاسبه پروفیل سطح

جدول ۲- خطای نیمرخ سطح آب از مدل عددی نسبت به مدل آزمایشگاهی

AME (m)	RMSE (m)	مدل فیزیکی سرریز ۴۵ درجه
۰/۰۶۳۱	۰/۰۸۲۵	مدل آشفتگی RNG
۰/۰۸۸۷	۰/۰۹۳۴	مدل آشفتگی k-ε

بعد از صحت‌سنجی مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی به بررسی ضریب دبی عبوری از سرریز نوک اردکی با زوایای مرکزی صفر (مستطیلی) تا ۷۵ درجه پرداخته شد.

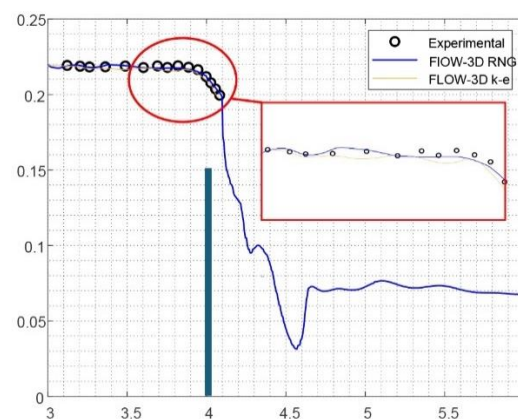


شکل ۷- سناریوهای هندسی مختلف با زاویه بازشدگی در سرریز نوک اردکی

برای هر مجموعه داده‌های مدل‌سازی عددی، ضریب دبی C_d براساس مقادیر معلوم دبی، ارتفاع آب بر روی تاج و طول تاج برای سرریزهایی با زوایای بازشدگی مختلف محاسبه شد. تغییرات C_d نسبت به $(\frac{h_0}{h_0+P})$ برای سرریزهایی با زوایای بازشدگی متفاوت در شکل ۸ نشان داده شده است. می‌توان مشاهده کرد که مقدار C_d با افزایش زاویه بازشدگی کاهش می‌یابد که این امر به دلیل تداخل جت‌های سقوط‌کننده در مقادیر بالای $(\frac{h_0}{h_0+P})$ است. با این حال، برای مقادیر کم $\frac{h_0}{h_0+P}$ ، تداخل جت‌ها چندان شدید نیست و در نتیجه مقدار C_d بیشتر است. شیب کاهش C_d نسبت به $(\frac{h_0}{h_0+P})$ با افزایش زاویه مرکزی افزایش می‌یابد و برای سرریز مستطیلی، یعنی زاویه مرکزی صفر، مقدار C_d با افزایش $(\frac{h_0}{h_0+P})$ کاهش پیدا می‌کند.

مطابق نتایج بدست آمده با افزایش دبی، ضریب آبگذری در سرریز با زاویه مرکزی ۴۵ درجه ۲۰ درصد

در شکل ۶، نیمرخ طولی سطح آب بر روی سرریز نوک اردکی با زاویه مرکزی ۴۵ درجه بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی در دبی ۱۸/۷۱ لیتر بر ثانیه مقایسه شده است. با توجه به شکل مزبور، انطباق نیمرخ‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی‌شده در بخش‌های مختلف سرریز مناسب بوده و نشانگر صحت مدل‌سازی عددی است.



شکل ۶- مقایسه نیمرخ سطح آب به‌دست آمده از مدل عددی در سرریز با زاویه بازشدگی ۴۵ درجه

پس از صحت‌سنجی نتایج مدل عددی و انتخاب مدل آشفتگی مناسب، اثر بازشدگی زاویه مرکزی سرریز نوک‌اردکی در شش حالت مختلف و تحت نسبت‌های متفاوتی از دبی، مطابق شکل ۷ بررسی شد. برای انجام مدل‌سازی عددی، ابتدا فایل هندسی با پسوند STL وارد نرم‌افزار FLOW-3D HYDRO شد و سپس شبکه‌بندی فضای حل انجام گرفت.

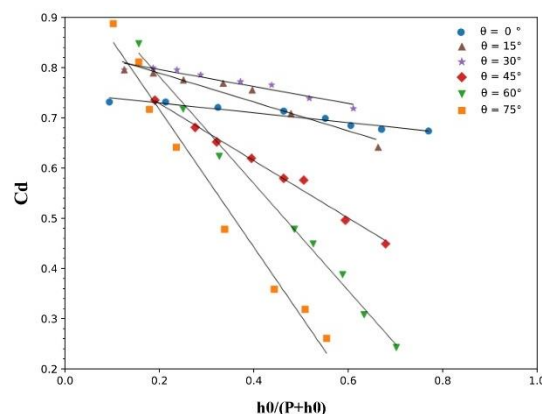
۳- بحث و بررسی نتایج

۳-۱- بررسی ضریب دبی (C_d) در زوایای بازشدگی مختلف سرریز

دبی نسبت به سایر سرریزها می شود. در نتیجه، می توان بیان داشت که بین سرریزهای مورد مطالعه، سرریز نوک اردکی با زاویه ۷۵ درجه بیشترین میزان کاهش ضریب دبی و سرریز نوک اردکی با زاویه ۳۰ درجه کمترین میزان کاهش ضریب دبی را دارا می باشند.

به منظور بررسی اثر پارامتر بی بعد $h_0/(h_0+P)$ بر ضریب گذردهی جریان و ارائه رابطه ای برای پیش بینی آن، رابطه ای ریاضی استخراج شد. فرم کلی این رابطه از معادله ربوک به صورت $Cd = a + b \cdot [h_0/(h_0+P)]$ اقتباس شده است [۴۳]. بدین منظور، تغییرات Cd برحسب $h_0/(h_0+P)$ که در شکل ۸ نشان داده شده است، برای سرریزهای با زوایای بازشدگی مختلف به روابط خطی برازش داده شد و ضرایب a و b برای هر زاویه مطابق جدول ۳ تعیین گردید.

بیشتر از سرریز با زاویه ۶۰ درجه و ۵۰ درصد بیشتر از سرریز با زاویه ۷۵ درجه خواهد گردید.



شکل ۸- ضریب دبی در زوایای بازشدگی مختلف سرریز نوک اردکی

طول بیشتر سرریز نوک اردکی با زاویه ۷۵ درجه و تداخل جریان در دماغه مطابق شکل ۸ سبب کاهش ضریب

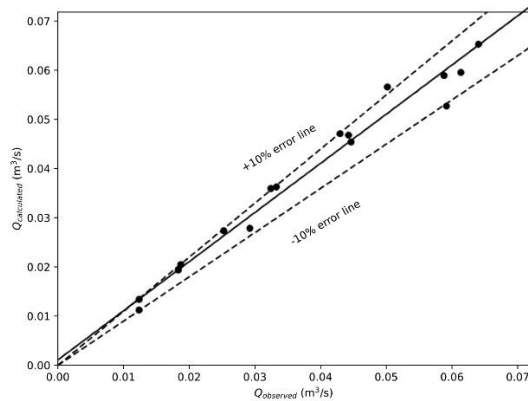
جدول ۳- رابطه خطی بین ضریب دبی و نسبت بار آبی روی سرریز

رابطه خطی	R^2	نوع سرریز
$CD(0) = 0.75 - 0.098 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۳	بازشدگی ۰°
$CD(15) = 0.848 - 0.288 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۳	بازشدگی ۱۵°
$CD(30) = 0.83 - 0.117 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۳	بازشدگی ۳۰°
$CD(45) = 0.843 - 0.571 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۹	بازشدگی ۴۵°
$CD(60) = 0.996 - 1.066 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۹	بازشدگی ۶۰°
$CD(75) = 0.991 - 1.37 \times \frac{h_0}{h_0 + P}$	۰/۹۸	بازشدگی ۷۵°

$$CD(\theta) = (0.063\theta^3 - 0.081\theta^2 + 0.184\theta + 0.764) + (0.467\theta^3 - 1.76\theta^2 + 0.54\theta - 0.149) \times \frac{h_0}{h_0 + P} \quad (۱۲)$$

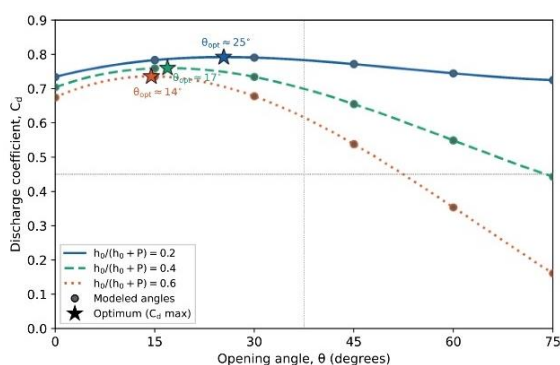
برای ارزیابی دقت رابطه دبی پیشنهادی، مقادیر دبی محاسبه شده از ضریب دبی رابطه (۱۲) در برابر مقادیر دبی مرجع، شامل هر دو دسته داده های آزمایشگاهی و نتایج مدل سازی عددی، مورد آزمون قرار گرفت.

با ترسیم ضرایب a و b حاصل از جدول ۳ برحسب زاویه بازشدگی (شکل ۹)، می توان برای هریک از این دو پارامتر یک رابطه رگرسیونی درجه سوم استخراج کرد. ضرایب این دو رابطه در جدول ۴ ارائه شده است. با جایگذاری روابط به دست آمده برای a و b در معادله ربوک، رابطه نهایی ضریب دبی به صورت رابطه (۱۲) حاصل می شود.

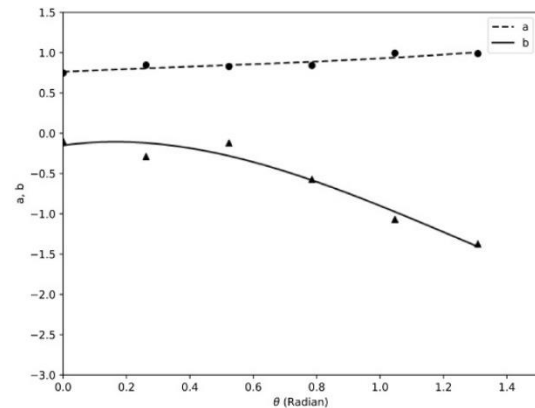


شکل ۱۰- مقایسه دبی استخراج شده از رابطه (۱۲) با نتایج آزمایشگاهی و عددی

با مشتق‌گیری رابطه (۱۲) نسبت به زاویه و حل معادله $dC_d/d\theta = 0$ زاویه بهینه‌ای که بیشترین ضریب دبی را فراهم می‌کند، تعیین می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که این زاویه بهینه مقداری ثابت نبوده و به نسبت بار آبی بالادست وابسته است؛ به گونه‌ای که با افزایش بار آبی، به دلیل تشدید تداخل جت‌های ریزشی در ناحیه دماغه، زاویه بهینه به سمت مقادیر کوچک‌تر جابه‌جا می‌شود. به طور مشخص، در بار آبی کم ($h_0/(h_0+P) = 0.2$)، زاویه بهینه حدود ۲۵ درجه با ضریب دبی بیشینه ۰/۷۹، در بار آبی متوسط ($h_0/(h_0+P) = 0.4$)، حدود ۱۷ درجه با ضریب دبی ۰/۷۶ و در بار آبی زیاد ($h_0/(h_0+P) = 0.6$)، حدود ۱۴ درجه با ضریب دبی ۰/۷۴ به دست می‌آید.



شکل ۱۱- تغییرات ضریب دبی (C_d) را برحسب زاویه بازشدگی برای سه نسبت بار آبی



شکل ۹- تغییرات ضرایب a و b در معادله $C_d = a + b \left(\frac{h_0}{h_0+P} \right)$

نسبت به زاویه بازشدگی سرریز

جدول ۴- رابطه درجه سه بین ضرایب a و b با مقدار زاویه بازشدگی سرریز

رابطه	R^2
$a = 0.063\theta^3 - 0.081\theta^2 + 0.184\theta + 0.764$	0.95
$b = 0.467\theta^3 - 1.76\theta^2 + 0.54\theta - 0.149$	0.84

شکل ۱۰، نمودار تطابق این مقایسه را نشان می‌دهد که در آن محور افقی بیانگر دبی مشاهده شده^۸ و محور عمودی بیانگر دبی محاسبه شده^۹ از رابطه (۱۲) است که از نتایج مدل عددی حاصل شده است؛ خط پیوسته ۴۵ درجه نشان‌دهنده تطابق کامل و دو خط خط‌چین، محدوده خطای $\pm 10\%$ درصد را مشخص می‌کنند. همان گونه که مشاهده می‌شود، تمامی نقاط در باند خطای $\pm 10\%$ درصد قرار گرفته‌اند و رابطه پیشنهادی با ضریب تعیین $R^2 = 0.89$ قادر است مقادیر دبی عبوری از سرریز را در گستره زوایای بازشدگی مختلف با دقت قابل قبولی پیش‌بینی نماید.

شکل ۱۱، تغییرات ضریب دبی C_d را برحسب زاویه بازشدگی، برای سه نسبت بار آبی نمونه به دست آمده از رابطه پیوسته (۱۲) نشان می‌دهد. برخلاف آنچه از داده‌های گسسته مدل‌سازی (با گام ۱۵ درجه) برمی‌آمد، رفتار پیوسته این رابطه آشکار می‌سازد که منحنی ضریب دبی دارای یک مقدار بیشینه (اکسترمم داخلی) است که در فاصله میان دو زاویه ۱۵ و ۳۰ درجه قرار گرفته و از این‌رو در شبکه گسسته اولیه قابل مشاهده نبوده است.

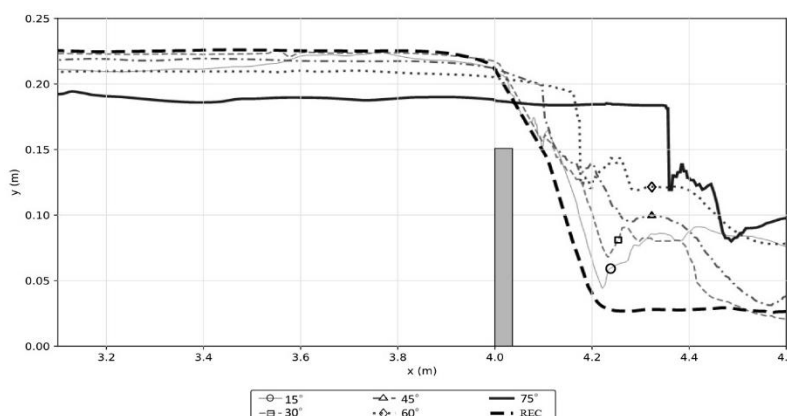
^۹- $Q_{\text{predicted}}$

^۸- Q_{observed}

۳-۲- ارزیابی نیم رخ طولی سطح آب

آب بر سهم کاهش دبی غلبه دارد، سطح آب در نزدیکی انتهای پایین دست سازه نیز روند نزولی خود را حفظ می کند.

مقایسه منحنی ها نشان می دهد که با افزایش زاویه بازشدگی سرریز، میزان افت سطح آب روی سرریز بیشتر می شود؛ این رفتار با افزایش طول مؤثر تاج و تشدید انقباض جریان در زوایای بزرگ تر سازگار است. همچنین در پایین دست سرریز و در شرایط جریان آزاد، با افزایش زاویه تا ۷۵ درجه، شدت تلاطم و نوسانات سطح آب افزایش می یابد که نتیجه ی برخورد و تداخل شدیدتر جریان های جانبی در ناحیه ی دماغه و تقویت گردابه های پایین دست است.



شکل ۱۲- پروفیل سطح آب در مدل عددی در امتداد مرکز کانال سرریز نوک اردکی

درجه؛ شکل های ۱۳- ب تا ۱۳- د، این تمرکز جریان به تشکیل یک جت پرسرعت مشخص در امتداد دماغه می انجامد (نواحی قرمز و نارنجی)، در حالی که در دو طرف آن، گردابه های جانبی با خطوط جریان بسته، شکل می گیرند. با افزایش زاویه از ۱۵ به ۴۵ درجه، ابعاد این گردابه ها بزرگ تر و کشیده تر می شود.

در زوایای بزرگ تر (۶۰ و ۷۵ درجه؛ شکل های ۱۳- و ۱۳- ر)، رفتار جریان تغییر محسوسی می یابد: به دلیل برخورد و تداخل شدیدتر جریان های جانبی ریزشی از بازوهای کناری در ناحیه دماغه، بخشی از اندازه حرکت جریان مستهلک شده و ناحیه پرسرعت متمرکز کوچک تر می گردد؛ در مقابل، گستره ناحیه کم سرعت (آبی)، در پایین دست افزایش یافته و گردابه های سه بعدی بزرگ تر و

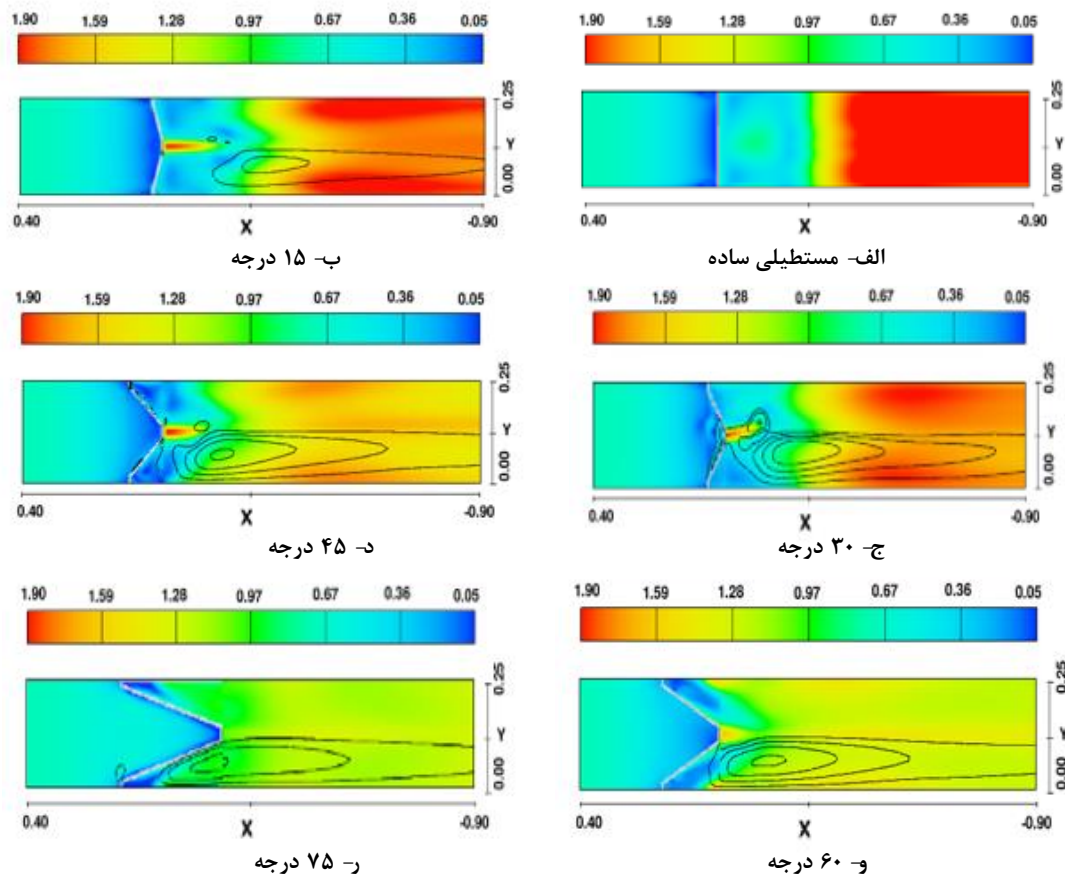
۳-۳- بررسی توزیع سرعت طولی و عرضی

توزیع میدان سرعت در پلان افقی سرریزهای نوک اردکی لبه تیز با زوایای بازشدگی مختلف در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. در مدل مستطیلی ساده (شکل ۱۳- الف)، جریان عمدتاً یکنواخت و عمود بر تاج عبور می کند و گذار سرعت در پایین دست به صورت تدریجی و موازی رخ می دهد؛ این الگو بیانگر پروفیل سرعت پایدار و کمترین میزان آشفتگی است.

با ایجاد زاویه بازشدگی و افزایش آن، هندسه همگرای بازوهای سرریز موجب می شود جریان عبوری از تاج به سمت محور مرکزی منحرف شده و در ناحیه دماغه متمرکز گردد. در زوایای کوچک تا متوسط (۱۵ تا ۴۵

گذردهی جریان (C_d) در زوایای بالاتر است و یافته‌های بخش‌های پیشین را تأیید می‌کند.

پایداری پدید می‌آید. این تداخل جریان در دماغه، که با افزایش زاویه تشدید می‌شود، عامل اصلی کاهش ضریب



شکل ۱۳- تغییرات سرعت جریان در سرریز نوک اردکی با زاویه بازشدگی مختلف

بازشدگی، زاویه تلاقی جریان‌های جانبی بازتر شده و انتقال اندازه حرکت به جای تبدیل به فشار، بیشتر صرف تشکیل جریان‌های عرضی و گردابه‌ها می‌گردد؛ از این رو، افزایش فشار در پایین دست سرریزهای با زاویه بزرگ‌تر کمتر مشهود است.

۳-۵- بررسی تأثیر ایجاد شرایط جریان مستغرق

مجموعه‌ای از شبیه‌سازی‌های عددی برای بررسی الگوی جریان و پارامترهای هیدرولیکی در سرریزهای نوک اردکی با زوایای مرکزی مختلف، در شرایط جریان مستغرق، جهت بررسی تأثیر دبی سرریز بر عملکرد هیدرولیکی سرریزهای نوک اردکی مورد ارزیابی قرار گرفت. شکل ۱۵، تغییرات ضریب کاهش دبی (ψ) را در برابر نسبت غوطه‌وری (t/h) برای شش مدل سرریز از مستطیلی تا نوک اردکی با

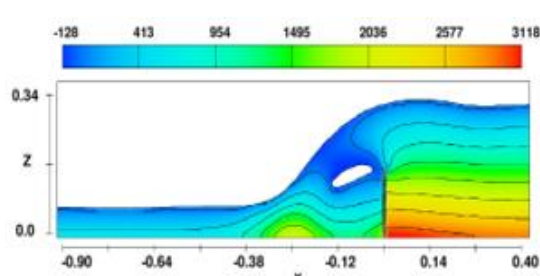
۳-۴- شبیه سازی توزیع فشار در امتداد طول سرریز

توزیع فشار به صورت دوبعدی در امتداد طول سرریز در شکل ۱۴ نمایش داده شده است. نتایج نشان داد که با افزایش زاویه بازشدگی سرریز، فشار در ناحیه پایین دست افزایش می‌یابد. این پدیده ناشی از سازوکار برخورد جریان هاست؛ به این صورت که اندازه حرکت جریان عبوری از تاج در راستای عمود بر محور اصلی کانال، با جریان‌های جانبی ریزشی از بازوهای کناری سرریز برخورد می‌کند. در زوایای کوچک‌تر، به دلیل همگرایی بیشتر بازوها و هم‌راست‌تر شدن این دو مؤلفه جریان، شدت برخورد افزایش یافته و بخش بزرگ‌تری از اندازه حرکت جریان به فشار سکون تبدیل می‌شود. این افزایش فشار به نوبه خود به صورت بالآمدگی موضعی تراز سطح آب و افزایش عمق جریان در پایین دست سرریز نمود می‌یابد. با افزایش زاویه

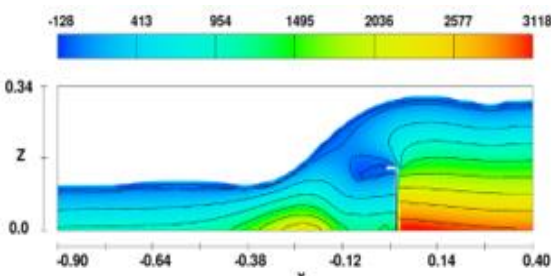
هندسی دیگر بوده است. برای مثال، در شرایط جریان مستغرق با $t/h = 0.7$ ، دبی عبوری از سرریز با زاویه مرکزی ۷۵ درجه حدود ۳۰ درصد بیشتر از مدل با زاویه مرکزی ۴۵ درجه می باشد. از نتایج عددی می توان استنباط کرد که برای t/h بزرگتر از 0.8 ، جریان مستغرق باعث کاهش حدود ۴۰ درصد در دبی جریان آزاد شد. شکل ۱۵، همچنین نشان می دهد که روند تغییرات ضریب کاهش دبی (ψ) با نسبت غوطه وری (t/h) در سرریزهای نوک اردکی با زوایای زیر ۴۵ درجه مشابه بوده و تغییر ناگهانی در این روند برای سرریزهای با زاویه مرکزی ۶۰ و ۷۵ رخ می دهد.

زاویه مرکزی ۷۵ درجه نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، تأثیر عمق پایین دست جریان بر رابطه بین غوطه وری و ضریب کاهش دبی برای $t/h \leq 0.25$ قابل توجه نبود. سرریزهای نوک اردکی با زاویه مرکزی ۶۰ و ۷۵ درجه مقاومت بیشتری در برابر غوطه وری داشتند.

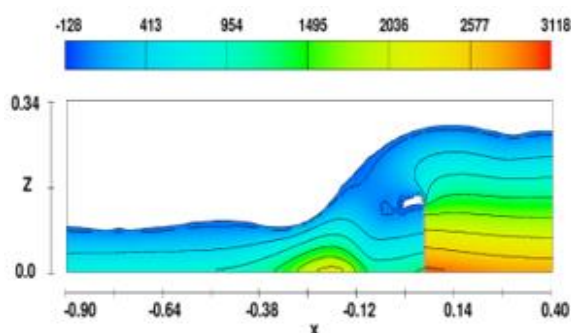
در این سرریزها، ضریب کاهش دبی تا نسبت های نسبتا بالای غوطه وری ($t/h \leq 0.80$) برابر با یک بود. این نشان می دهد که سرریزهای با زاویه مرکزی تند تر، به دلیل طول موثر بیشتر، مقاومت بالایی در برابر غوطه وری دارند. بنابراین در یک نسبت غوطه وری ثابت (t/h)، دبی عبوری از سرریز با زاویه مرکزی ۷۵ درجه بیشتر از مدل های



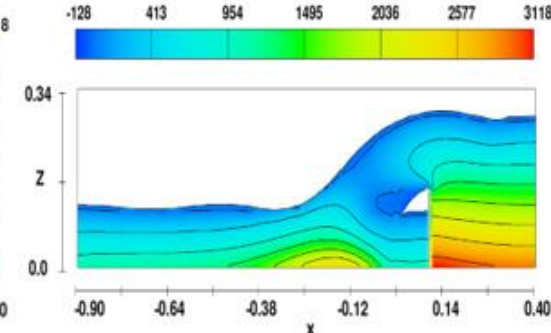
ب- ۱۵ درجه



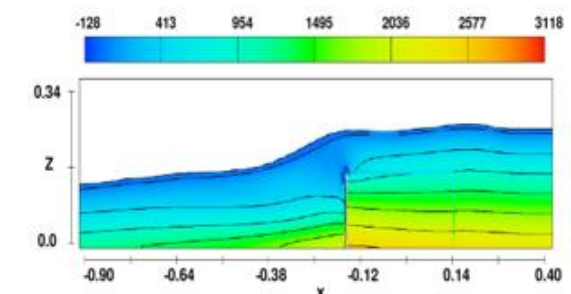
الف- مستطیلی ساده



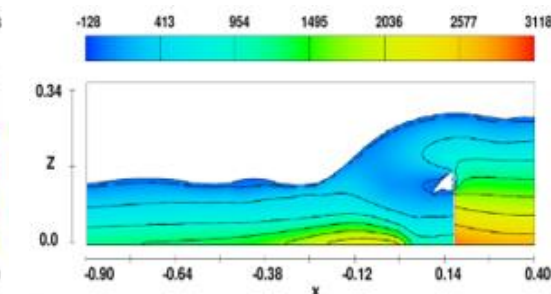
د- ۴۵ درجه



ج- ۳۰ درجه



ر- ۷۵ درجه



و- ۶۰ درجه

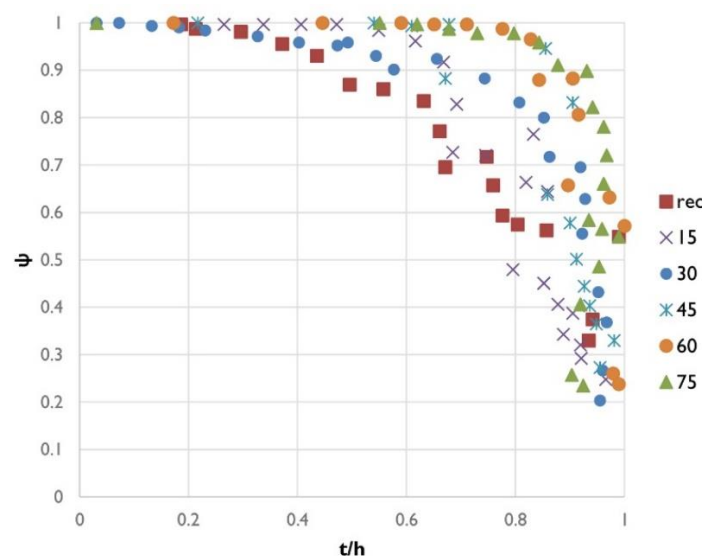
شکل ۱۴- توزیع فشار سرریزهای نوک اردکی در زوایای بازشدگی مختلف

۳-۶- بررسی تأثیر بازشدگی زاویه سرریز بر الگوی

جریان

زاویه بازشدگی سرریز نوک اردکی بر خصوصیات جریان مانند توزیع سرعت، شدت آشفتگی، تشکیل گردابه‌ها تأثیرگذار است. در شکل ۱۶، نمایش همزمان الگوی سرعت جریان و شدت آشفتگی در دبی ۵۰/۱۶ لیتر بر ثانیه نشان داده شده است. در این تصویر، خطوط جریان مستقیم با رنگ آبی تا قرمز (سرعت صفر تا ۲ متر بر ثانیه) و شدت آشفتگی (صفر تا ۱۰۰ درصد) با گردابه قابل توجه در پایین دست سرریز نشان‌دهنده جریان متلاطم است. با افزایش زاویه بازشدگی سرریز نوک اردکی، تغییرات چشمگیری در الگوهای جریان رخ می‌دهد. در مدل مستطیلی، جریان با سرعت نسبتاً یکنواخت و حداقل آشفتگی جاری می‌شود. با افزایش زاویه به ۱۵ درجه،

جریان، کمی انحراف یافته و گردابه‌های ضعیفی شکل می‌گیرند که تا ۲۰ درصد طول سرریز امتداد می‌یابند. در زاویه ۳۰ درجه، جریان مایل‌تر شده و سرعت افزایش می‌یابد، در حالی که آشفتگی تا ۳۰-۴۰ درصد افزایش می‌یابد. این روند با زاویه ۴۵ درجه تشدید می‌شود، با افزایش سرعت به میزان ۱۵-۲۰ درصد و گسترش گردابه‌ها تا ۳۰-۴۰٪ طول سرریز در زوایای بالاتر (۶۰ و ۷۵ درجه)، جریان به شدت پیچشی شده و سرعت به ۲۰-۳۰ درصد و آشفتگی به ۵۰-۷۰ درصد می‌رسد. گردابه‌ها به ساختارهای بزرگ سه‌بعدی تبدیل شده و تا ۵۰-۶۰ درصد طول سرریز امتداد می‌یابند، که نشان‌دهنده اختلاط شدید جریان است. در مجموع، افزایش زاویه باعث افزایش سرعت، آشفتگی و امتداد گردابه‌ها می‌شود، که این تغییرات پیامدهای مهمی برای عملکرد و کارایی سرریز دارند.



شکل ۱۵- تغییرات کاهش دبی در شرایط جریان مستغرق

۴- نتیجه‌گیری

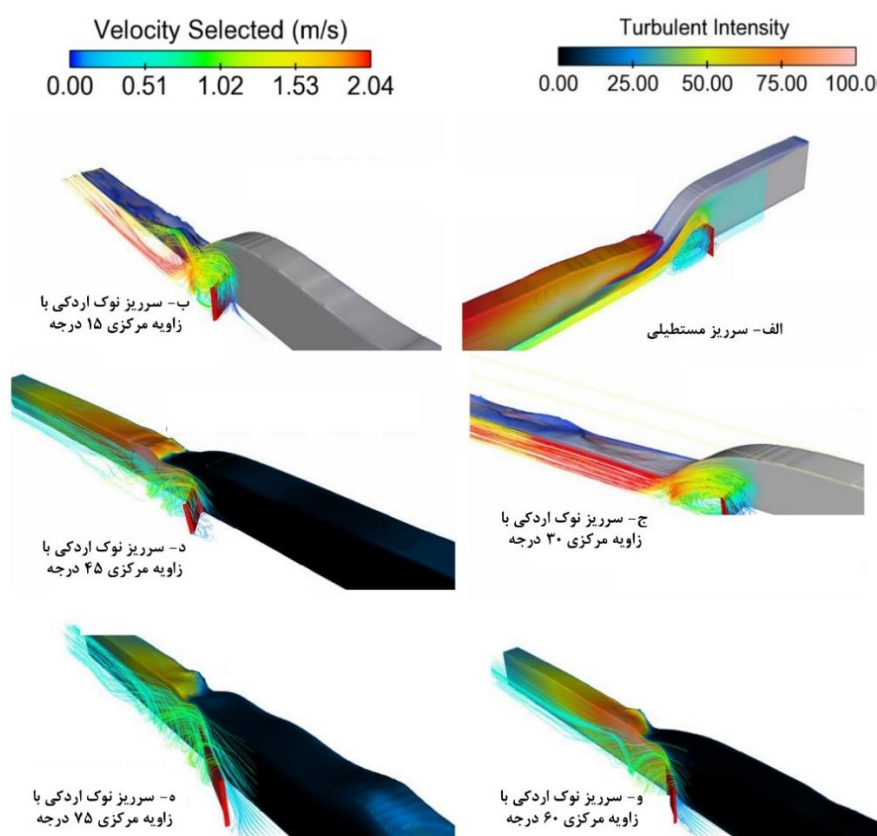
سه‌بعدی به کار گرفته شد. مهم‌ترین یافته‌های پژوهش به شرح زیر است:

در شرایط جریان آزاد، با افزایش زاویه مرکزی سرریز، ضریب گذردهی جریان (C_d) به‌طور فزاینده‌ای کاهش یافت. این کاهش که به تداخل جت‌های جریان در ناحیه دماغه سرریز نسبت داده می‌شود، در زاویه ۷۵ درجه بیشترین نمود را داشت. بررسی میدان سرعت نشان داد که در سرریز مستطیلی (زاویه صفر)، جریان عمدتاً یکنواخت و

این پژوهش با هدف بررسی عددی الگوی جریان در سرریزهای نوک‌اردکی تحت شرایط جریان آزاد و مستغرق انجام شد و رفتار هیدرولیکی این نوع سازه را در زوایای مختلف بازشدگی مرکزی تبیین کرد. مدل‌سازی با نرم‌افزار FLOW-3D و مدل آشفتگی RNG، پس از صحت‌سنجی با داده‌های آزمایشگاهی، برای تحلیل میدان جریان

پایداری پدید می‌آیند که اختلاط جریان، نرخ انتقال انرژی و تلاطم پایین‌دست را به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌دهند. توزیع فشار نیز نشان داد که در سرریزهای با زاویه بازشدگی کمتر، فشار در پایین‌دست افزایش می‌یابد که ناشی از برخورد جریان‌های جانبی است.

عمود بر تاج است و پروفیل سرعت پایدار با کمترین میزان آشفتگی را ایجاد می‌کند. با افزایش زاویه بازشدگی، جریان منحرف شده و جریان‌های مایل و عرضی شکل می‌گیرند؛ این انحراف سرعت را در نواحی همگرا افزایش داده و تشکیل گردابه‌های پیچیده را تقویت می‌کند. در زوایای بالاتر (۴۵ تا ۷۵ درجه)، گردابه‌های سه‌بعدی بزرگ‌تر و



شکل ۱۶- الگوی سرعت جریان و شدت آشفتگی بر روی سرریزهای نوک اردکی به ازای زوایای بازشدگی مختلف

در محدوده تقریبی ۱۵ تا ۲۵ درجه قرار می‌گیرد. با توجه به یافته‌های پژوهش حاضر، انجام آزمایش‌های فیزیکی تکمیلی برای صحت‌سنجی زاویه بهینه به‌دست آمده از رابطه پیشنهادی و بررسی زوایای میانی مدل‌نشده، مطالعه آب‌شستگی و فرسایش بستر در پایین‌دست سرریز نوک‌اردکی در بسترهای فرسایش‌پذیر و ارزیابی عملکرد این سرریز در شرایط جریان غیردائمی و عبور هیدروگراف سیلاب و نیز مقایسه آن با سرریزهای کنگره‌ای و پیانوکلیدی در شرایط یکسان، به‌عنوان پیشنهادهای پژوهش‌های آتی توصیه می‌شود.

در شرایط جریان مستغرق، سرریزهای با زوایای ۶۰ و ۷۵ درجه به‌دلیل طول مؤثر بیشتر، مقاومت بالاتری در برابر غوطه‌وری از خود نشان دادند؛ به‌گونه‌ای که در نسبت غوطه‌وری ثابت، دبی عبوری از سرریز ۷۵ درجه به‌طور متوسط حدود ۳۰ درصد بیشتر از سرریز ۴۵ درجه بود.

در نهایت، بر پایه نتایج عددی، رابطه‌ای ریاضی برای پیش‌بینی ضریب گذردهی جریان برحسب زاویه بازشدگی و بار آبی بالادست با دقت قابل‌قبولی استخراج شد. این رابطه پیوسته، افزون بر کاربرد طراحی، امکان تعیین زاویه بهینه برای بیشینه‌سازی ضریب گذردهی را فراهم می‌کند؛ تحلیل نشان داد که زاویه بهینه به بار آبی وابسته است و

References

- [1] Ghaderi A, Daneshfaraz R, Abbasi S, Abraham J. Numerical analysis of the hydraulic characteristics of modified labyrinth weirs. *International Journal of Energy and Water Resources*. 2020 Dec; 4(4): 425-436. **doi: 10.1007/s42108-020-00082-5**
- [2] Mirkhorli P, Ghaderi A, Alizadeh Sanami F, Mohammadi M, Kuriqi A, Kisi O. An investigation on hydraulic aspects of rectangular labyrinth pool and weir fishway using FLOW-3D. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2024 Apr; 49(4): 6061-6087. **doi: 10.1007/s13369-023-08537-7**
- [3] Carrillo JM, Matos J, Lopes R. Numerical modelling of subcritical flow downstream of a labyrinth weir. *Proc IAHR Int Symp Hydr Struct ISHS, University of Queensland*. 2020. **doi: 10.14264/uql.2020.616**
- [4] Bijankhan M, Kouchakzadeh S. Unified discharge coefficient formula for free and submerged triangular labyrinth weirs. *Flow Meas Instrum*. 2017; 57: 46-56. **doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2017.08.007**
- [5] Hakim SS, Azimi AH. Hydraulics of Submerged Triangular Weirs and Weirs of Finite-Crest Length with Upstream and Downstream Ramps. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 2017; 143: 06017008. **doi: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001207**
- [6] Azimi AH, Bonakdari H. Experimental Investigation of One-Cycle Triangular Labyrinth Weirs with an Upstream Pool. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 2020 Jul 1; 146(7): 06020005. **doi: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001484**
- [7] Gharibvand R, Heidarnejad M, Kashkouli H, Hasoonizadeh H, Kamanbedast AA. An experimental study into Hydraulic coefficient in trapezoidal labyrinth weir and piano key weir. *Fresen. Environ. Bull*. 2016 Jan 1; 25(12): 5590-5598.
- [8] Zeraat B, Heidarnejad M, Masjedi A, Kamanbedast A, Hasoonizadeh H. Laboratory studies into hydraulic coefficient in curved planform labyrinth weir and piano key weir. *Građevinar*. 2019 Jun 10; 71(5): 409-416. **doi: 10.14256/JCE.1606.2016**
- [9] Cicero G. Influence of some geometrical parameters on Piano Key Weir discharge efficiency. In B. Crookston & B. Tullis (Eds.), *Hydraulic Structures and Water System Management*. 6th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Portland, OR. 2016; 367-377. **doi: 10.15142/T3320628160853**
- [10] T Tullis BP, Young JC, Chandler MA. Head-discharge relationships for submerged labyrinth weirs. *Journal of hydraulic engineering*. 2007 Mar; 133(3): 248-254. **doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:3(248)**
- [11] Erkel, J. Energy Dissipation Downstream of Labyrinth Weirs. Daniel Bung, Blake Tullis, 7th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Aachen, Germany. 2018. **doi: 10.15142/T32D2V (978-0-692-13277-7)**
- [12] Dizabadi S, Hakim SS, Azimi AH. Discharge characteristics and structure of flow in labyrinth weirs with a downstream pool. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2020 Mar 1; 71: 101683. **doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2019.101683**
- [13] Vaughn T, Crookston BM. Influence of submerged woody debris at labyrinth weirs in river applications. *River Res Appl*. 2022; 38: 235-244. **doi: 10.1002/rra.3900**
- [14] Majedi-Asl M, Jahanpeima M, Khodapanah-Rad P, Kouhdaragh M, Bagherzadeh M. Numerical Investigation of Flow over the Rectangular Compound Sharp-Crested Weir at Different Angles in Plan. *Civil Infrastructure Researches*. 2023 Dec 22; 9(2): 51-65. **doi: 10.22091/cer.2023.9176.1461** [In Persian]
- [15] Sadeghian J, Yari A, Norouzi H. Investigating the Efficiency of Trapezoidal Labyrinth Weirs with Equal and Unequal Indentation Lengths. *Civil Infrastructure Researches*. 2023 Dec 22; 9(2): 67-76. **doi: 10.22091/cer.2023.9038.1455** [In Persian]
- [16] Emami S, Parsa J, Emami H, Abbaspour A. Investigation of Discharge Coefficient of Triangular Duckbill Labyrinth Weirs Using Fluent Software and Gray Wolf and Elections Algorithms. *Civil Infrastructure Researches*. 2021 Feb 19; 6(2): 107-121. **doi: 10.22091/cer.2021.6942.1250** [In Persian]
- [17] Vennard JK, Weston RF. Submergence effect on sharp-crested weirs. *Eng. News Rec*. 1943 Jun 3; 130(22): 814-816.
- [18] Fritz HM, Hager WH. Hydraulics of embankment weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1998 Sep; 124(9): 963-971. **doi: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1998)124:9(963)**
- [19] Azimi AH, Rajaratnam N, Zhu DZ. Submerged flows over rectangular weirs of finite crest length. *Journal of irrigation and drainage Engineering*. 2014 May 1; 140(5): 06014001. **doi: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000728**
- [20] Salehi S, Azimi AH, Bonakdari H. Hydraulics of sharp-crested weir culverts with downstream ramps in free-flow, partially, and fully submerged-flow conditions. *Irrigation Science*. 2021 Mar; 39(2): 191-207. **doi: 10.1007/s00271-020-00695-y**
- [21] Ahmadi A, Azimi AH. Effects of ramp slope and discharge on hydraulic performance of submerged hump weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2024 Apr 1; 96: 102520. **doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2023.102520**

- [22] Roy Biswas T, Singh P, Sen D. Submerged flow over barrage weirs: A computational fluid dynamics model study. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 2021 Dec 1; 147(12): 04021058. doi: **10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001634**
- [23] Tajari M, Dehghani AA, Meftah Halaghi M, Azamathulla H. Use of bottom slots and submerged vanes for controlling sediment upstream of duckbill weirs. *Water Supply*. 2020 Dec 1; 20(8): 3393-403. doi: **10.2166/ws.2020.238**
- [24] Nikpiek P, Kashefipour SM. Effect of the hydraulic conditions and structure geometry on mathematical modelling of discharge coefficient for duckbill and oblique weirs. *Irrig Sci Eng*. 2016; 39: 1-10. doi: **10.22055/jise.2016.12007**
- [25] Azimi AH, Rajaratnam N, Zhu DZ. Submerged flows over rectangular weirs of finite crest length. *Journal of irrigation and drainage Engineering*. 2014 May 1; 140(5): 06014001. doi: **10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000728**
- [26] Safarzadeh A, Mohajeri SH. Hydrodynamics of rectangular broad-crested porous weirs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 2018 Oct 1; 144(10): 04018028. doi: **10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001338**
- [27] Hirt CW, Nichols BD. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics*. 1981 Jan 1; 39(1): 201-225. doi: **10.1016/0021-9991(81)90145-5**
- [28] Bayon A, Valero D, García-Bartual R, López-Jiménez PA. Performance assessment of OpenFOAM and FLOW-3D in the numerical modeling of a low Reynolds number hydraulic jump. *Environmental modelling & software*. 2016 Jun 1; 80: 322-35. doi: **10.1016/j.envsoft.2016.02.018**
- [29] Rashid MA, Abustan I, Hamzah MO. Numerical simulation of a 3-D flow within a storage area hexagonal modular pavement systems. *InOP Conference Series: Earth and environmental science* 2013 Jun 17; 16(1): 012056. doi: **10.1088/1755-1315/16/1/012056**
- [30] Yakhot V, Orszag SA. Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory. *Journal of scientific computing*. 1986 Mar; 1(1): 3-51. doi: **10.1007/BF01061452**
- [31] Cable M. An evaluation of turbulence models for the numerical study of forced and natural convective flow in Atria. PhD Thesis. Queen's University. 2009.
- [32] Pérez MG, Vakkilainen E. A comparison of turbulence models and two and three dimensional meshes for unsteady CFD ash deposition tools. *Fuel*. 2019 Feb 1; 237: 806-811. doi: **10.1016/j.fuel.2018.10.066**
- [33] Salim SM, Cheah S. Wall Y strategy for dealing with wall-bounded turbulent flows. *InProceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists*. 2009 Mar 18; 2: 2165-2170.
- [34] Flow Science. Flow-3D User Manual v11. 2. 2018.
- [35] Chero E, Torabi M, Zahabi H, Ghafoorisadatieh A, Bina K. Numerical analysis of the circular settling tank. *Drinking Water Engineering and Science*. 2019 Aug 20; 12(2): 39-44. doi: **10.5194/dwes-12-39-2019**
- [36] Abbasi S, Fatemi S, Ghaderi A, Di Francesco S. The Effect of Geometric Parameters of the Antivortex on a Triangular Labyrinth Side Weir. *Water*. 2021; 13: 14. doi: **10.3390/w13010014**
- [37] Ansari US, Patil LG. Numerical analysis of triangular labyrinth side weir in triangular channel. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*. 2022 Nov 1; 28(sup1): 141-148. doi: **10.1080/09715010.2020.1715269**
- [38] Zahabi H, Torabi M, Alamatian E, Bahiraei M, Goodarzi M. Effects of geometry and hydraulic characteristics of shallow reservoirs on sediment entrapment. *Water*. 2018 Nov 26; 10(12): 1725. doi: **10.3390/w10121725**
- [39] Daneshfaraz R, Ghaderi A, Akhtari A, Di Francesco S. On the effect of block roughness in ogee spillways with flip buckets. *Fluids*. 2020 Oct 16; 5(4): 182. doi: **10.3390/fluids5040182**
- [40] Ghaderi A, Abbasi S, Abraham J, Azamathulla HM. Efficiency of trapezoidal labyrinth shaped stepped spillways. *Flow measurement and instrumentation*. 2020 Apr 1; 72: 101711. doi: **10.1016/j.flowmeasinst.2020.101711**
- [41] Pourshahbaz H, Abbasi S, Pandey M, Pu JH, Taghvai P, Tofangdar N. Morphology and hydrodynamics numerical simulation around groynes. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*. 2022 Jan 2; 28(1): 53-61. doi: **10.1080/09715010.2020.1830000**
- [42] Sangsefidi Y, MacVicar B, Ghodsian M, Mehraein M, Torabi M, Savage BM. Evaluation of flow characteristics in labyrinth weirs using response surface methodology. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2019 Oct 1; 69: 101617. doi: **10.1016/j.flowmeasinst.2019.101617**
- [43] Rehbock T. Discussion of EW Schoder and KB Turner's. Precise weir measurements. *Trans ASCE* 1929; 93: 1711.