



University Of Qom



## Discrete Element Simulation of Triaxial Test on the Sand-Rubber Shred Mixture

Mohsen Asadi<sup>1</sup>

1. Corresponding author, Assistant Professor, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran. E-mail: [m.asadi@sirjantech.ac.ir](mailto:m.asadi@sirjantech.ac.ir)

### Article Info

**Article type:**  
Research Article

**Article history:**  
Received 28 Aug 2025  
Revised 05 Dec 2025  
Accepted 06 Dec 2025  
Published 18 Dec 2025

**Keywords:**  
Rubber Chip,  
Discrete Element  
Method,  
Sand-rubber Shred  
Mixture,  
Reinforcement,  
Anisotropy.

### ABSTRACT

Scrape tires pose a significant environmental challenge. One proposed management strategy is mixing soil with tire additives of various sizes. While numerous studies have investigated the properties of tires and soil-tire mixtures, numerical studies remain relatively scarce. This research aims to simulate the mixture's behavior realistically. Given the flexibility of rubber shreds, the irregular shape of sand grains, and the inherent heterogeneity of the mixture, the Discrete Element Method (DEM) was employed for simulation. This method allows for the simulation of geometric features and mechanical properties of individual particles and bulk behavior at the granular scale. The simulations were conducted using the YADE software. Rubber shreds measuring 80×40 mm were simulated in samples with volumetric rubber shred contents of 0%, 20%, 40%, 60%, and 80%. The triaxial tests with confining pressures of 100, 200, and 400 kPa were simulated and the results showed good agreement with existing literature. To investigate anisotropy, shear was applied in two directions: perpendicular to the rubber shred plane (z-direction) and parallel to it (y-direction). The results indicate that the shreds exhibits reinforcing action when loading is in z-direction. Furthermore, the contact number increases with the addition of rubber shreds. Although the peak friction angle consistently decreases with higher rubber content for both z and y directions, the sample with 40% rubber shreds exhibits the highest friction angle under residual stress conditions in the z-direction.

**Cite this article:** Asadi M. Experimental Discrete Element Simulation of Triaxial Test on the Sand-Rubber Shred Mixture. Civil Infrastructure Researches. 2026; 12(1): 1-21. <https://doi.org/10.22091/cer.2025.13728.1649>



## Introduction

Scrape tires are considered a major environmental challenge, and their reuse as a geotechnical material has been proposed as an engineering solution. Among these applications, sand–rubber shred mixtures have attracted attention due to their improved mechanical behavior and reduced environmental impacts. However, the behavior of such mixtures is influenced by micromechanical factors—including particle shape, shred flexibility, and shred orientation—which have not been fully examined in previous studies. The objective of this research is to numerically simulate triaxial tests on sand–rubber shred mixtures using the Discrete Element Method (DEM), while accounting for these microscopic parameters. The main innovations of this study lies are to consider the actual particle shape of sand grains, the flexibility of rubber shreds, the effect of loading direction relative to the shred plane, and the analysis of specimens with shred contents ranging from 0 to 80%.

## Simulations

In this study, the DEM-based YADE software was used for three-dimensional simulations. Sand particles were modeled as rigid connected spheres (clumps), while rubber shreds were represented by interconnected assemblies of 128 spherical particles leading to shred deformability. The shred dimensions were set to  $8 \times 4$  cm with an aspect ratio of 2 (Fig. 1 a-c). Calibration of the shred parameters was performed by comparing results of laboratory tensile and bending tests with corresponding simulations. Sand parameters were adopted from the literature. Cubic specimens with a side length of 0.22 m, containing 9,000 to 12,000 grains and various volumetric shred contents (0, 20, 40, 60, and 80%), were generated. After primary and secondary compaction (Fig.1 d), the samples were subjected to three confining pressures (100, 200, and 400 kPa), and deviatoric loading was applied in two directions: z-direction (perpendicular to the shred plane) and y-direction (parallel to the shred plane).

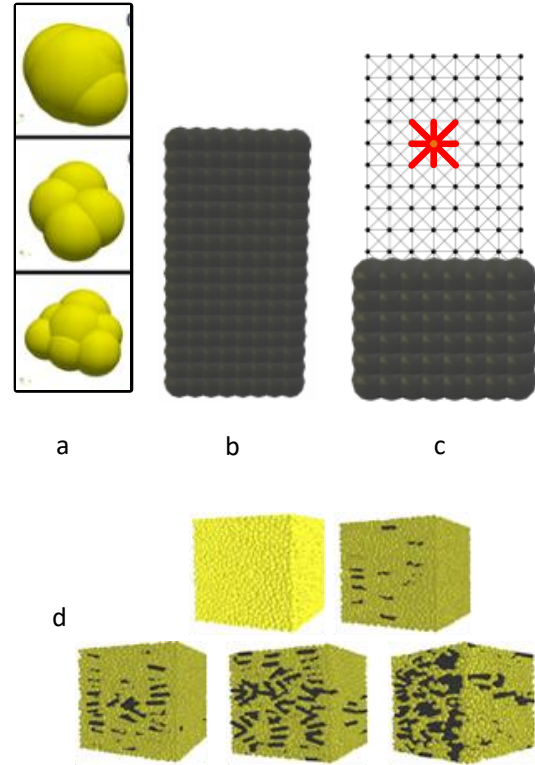


Fig 1. **a)** sand grains, **b)** a simulated shred, **c)** the internal bonds between the spheres of a shred and **d)** the generated samples

## Results and Discussion

The simulation results were analyzed at macro-scales, including deviatoric stress–axial strain, volumetric strain–axial strain, dilation rate–axial strain, shear strength, and micro-scales including contact number and force chains. At the macro scale, the deviatoric stress–strain curves showed that increasing rubber shred content shifts the behavior from dilative to contractive (Fig. 2). Analysis of the dilation rate clearly indicated that specimens with up to 20% shreds exhibited sand-like behavior, whereas those with higher shred contents demonstrated rubber-like behavior. Loading direction had a significant effect on strength: in the z-direction (perpendicular to the shreds), higher peak and residual strength was observed due to the reinforcement effect. Moreover, the peak friction angle decreased with increasing shred content, while the residual friction angle in the z-direction reached its maximum for the specimen with 40% shreds.

At the micro scale, the contact number increased with shred content, attributed to shred planar shape and deformability. Examination of

force chains showed that in the z-direction, the sand-shred forces were markedly higher than in the y-direction, highlighting the effective role of shreds in load transfer and the reinforcement mechanism in this orientation. These findings are consistent with previous laboratory observations.

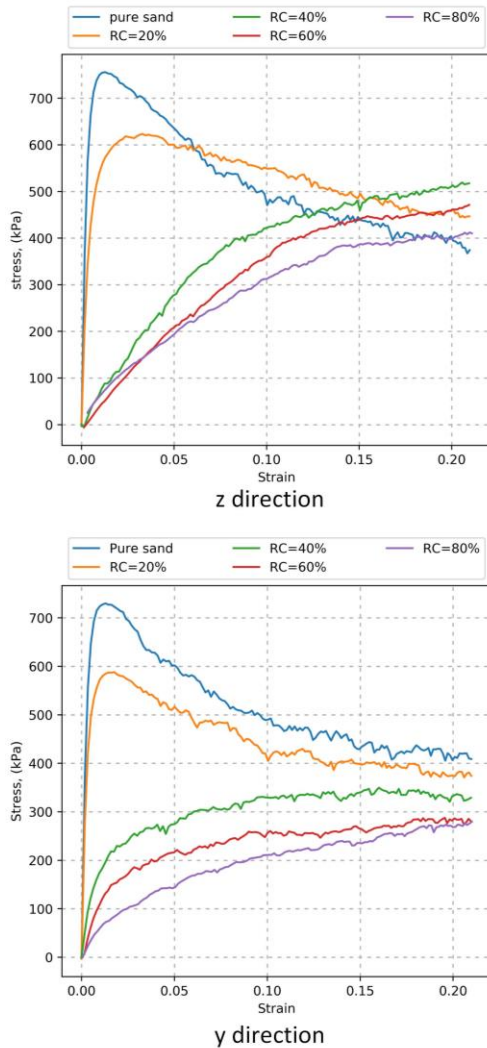


Fig 2. Deviatoric stress-strain curves at confining stress of 200 kPa

## Conclusion

This study demonstrates that the Discrete Element Method, with its capability to model shred deformability, is an effective tool for analyzing the behavior of sand-rubber shred mixtures. The results indicate that the loading direction relative to the shred plane plays a key role in the shear strength of the mixture due to: loading perpendicular to the shred plane (z-direction) mobilizes a reinforcement effect and increases residual strength by approximately 5

degrees. Furthermore, several findings-such as the optimal shred content and the threshold between sand-like and rubber-like behavior-are consistent with previous literature. Overall, the study effectively reveals the reinforcing role of rubber shreds in sand-rubber mixtures.

## Funding Statement

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

## Declaration of Competing Interest

■ **No competing interests:** The author declares that he has no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

## Authors' Contributions

The author contributed to all aspects of the study and manuscript preparation.

## شبیه‌سازی عددی آزمایش سه محوری روی مخلوط ماسه و تراشه لاستیک با استفاده از روش اجزا مجزا

محسن اسدی زیدآبادی<sup>۱</sup><sup>۱</sup>. استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران. رایانامه: [m.asadi@sirjantech.ac.ir](mailto:m.asadi@sirjantech.ac.ir)

### چکیده

تایرهای فرسوده یک معضل مهم برای محیط زیست هستند. یکی از راه‌هایی که برای ساماندهی آن‌ها مطرح شده است، اختلاط تایر در اندازه‌های مختلف با خاک است. مطالعات زیادی روی خواص تایر و مخلوط خاک و تایر انجام شده که در بین آن‌ها مطالعات عددی کمترند. در این پژوهش سعی شده که رفتار مخلوط به صورت واقع‌بینانه شبیه‌سازی‌ها شود. به دلیل انعطاف پذیری تراشه‌های لاستیک، شکل دانه‌های ماسه و ناهمگن بودن مخلوط از روش اجزا مجزا برای شبیه‌سازی‌ها استفاده شده است. در این روش ویژگی‌های هندسی و خواص مکانیکی هر دانه و خواص توده در مقیاس دانه‌ای شبیه‌سازی می‌شود. در این پژوهش برای انجام شبیه‌سازی‌ها از نرم‌افزار YADE استفاده شد. تراشه لاستیک با ابعاد  $80 \times 40$  میلی‌متر در نمونه‌هایی با صفر، ۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰٪ تراشه لاستیک به صورت حجمی شبیه‌سازی شد و تحت سه تنش همه‌جانبه ۱۰۰، ۲۰۰ و ۴۰۰ کیلوپاسکال آزمایش سه محوری انجام شد و با ادبیات فنی مقایسه گردید. به منظور بررسی ناهمسانی، برش در دو جهت عمود بر صفحه تراشه لاستیک (جهت Z) و موازی با آن (جهت Y) به نمونه‌ها اعمال گردید. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که هنگام بارگذاری در جهت Z تراشه‌ها رفتار مسلح‌کنندگی از خود بروز می‌دهند. همچنین تعداد تماس‌های بین دانه‌ای با افزودن تراشه لاستیک افزایش می‌یابد. گرچه زاویه اصطکاک بیشینه با افزودن تراشه برای بارگذاری در هر دو جهت، دائماً کاهش می‌یابد، اما به ازای تنش‌های ماندگار، نمونه ۴۰٪ در جهت Z بیشترین زاویه اصطکاک را از خود نشان می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۰۶

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۹/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۱۵

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۲۷

### کلیدواژه‌ها:

تراشه لاستیک،

روش اجزا مجزا،

مخلوط ماسه و تراشه

لاستیک،

تسلیم،

ناهمسانی.

استناد: اسدی زیدآبادی محسن. شبیه‌سازی عددی آزمایش سه محوری روی مخلوط ماسه و تراشه لاستیک با استفاده از روش اجزا مجزا. پژوهش‌های

زیرساخت‌های عمرانی، ۱۴۰۵؛ ۱۲(۱): ۲۱-۱. <https://doi.org/10.22091/cer.2025.13728.1649>

## ۱- مقدمه

با صنعتی شدن کشورها و تولید هرچه بیشتر تایر نیاز به بازیافت یا استفاده دوباره از آن‌ها هرروز افزایش یافته است. تایرها جزء بزرگ‌ترین ضایعات بوده به دلیل دوام زیاد و حجم زیاد آن مشکلاتی را به وجود می‌آورند. تخمین زده شده هر ساله ۱/۵ میلیارد عدد تایر فرسوده دور ریخته شود [۱]. پس با توجه به این آمار این تایرها باید مدیریت شوند و مورد استفاده مجدد قرار گیرند.

یکی از این روش‌ها، افزودن خرده لاستیک به خاک است. تایر با اندازه‌های مختلف (پودر لاستیک، دانه لاستیک، خرده لاستیک، تراشه لاستیک و تکه لاستیک) در پروژه‌های عمرانی با خاک مخلوط می‌شود [۲ و ۳]. استفاده از مخلوط خاک و لاستیک مستلزم شناخت رفتار و به دست آوردن پارامترهای مهندسی مخلوط است.

مطالعات آزمایشگاهی زیادی توسط پژوهشگران مختلف برای به دست آوردن رفتار مکانیکی و اثر درصد اختلاط انجام شده است. در ادامه به تحقیقاتی که صرفاً روی قطعات بزرگ مشتقات لاستیکی (شامل تراشه لاستیک و تکه لاستیک) انجام شده اشاره می‌شود. یووی و برگاردو<sup>۱</sup> رفتار ماسه و خرده لاستیک به شکل مربعی را در دستگاه سه محوری با قطر ۱۰۰ میلی‌متر بررسی کردند. آن‌ها خرده لاستیک‌ها با درصد وزنی مختلف را به ماسه بدانه‌بندی شده آبیوتایا اضافه کردند و با انجام ۱۸ آزمایش مختلف به این نتیجه رسیدند که با افزایش خرده لاستیک، چگالی، وزن مخصوص و مقاومت برشی کم می‌شود و همچنین شکل‌پذیری و تراکم‌پذیری افزایش می‌یابد. در این تحقیق اندازه دانه‌های لاستیک بزرگ‌تر از دانه‌های ماسه بود و با افزایش درصد لاستیک مقاومت کاهش می‌یابد. مؤلفان دلیل این امر را، عدم تسلیج به دلیل ابعاد مربعی خرده لاستیک دانستند [۴].

ماشیری<sup>۲</sup> و همکاران رفتار مخلوط ماسه و تراشه لاستیک با ابعاد ۶×۸×۲۲ میلی‌متر را با انجام آزمایش سه

محوری بررسی کردند. از نظر آن‌ها یکی از کاربردهای این مخلوط بهبود پارامترهای مهندسی خاک کم مقاومت و با اتساع زیاد است. این مخلوط با افزایش تنش همه‌جانبه و تراکم نسبی خاک، مقاومت برشی بیشتری از خود نشان می‌داد و وجود تراشه گاهی باعث افزایش مقاومت و گاهی باعث کاهش مقاومت مخلوط می‌شد. عملکرد توده بسته به درصد وزنی تراشه‌های افزوده شده، بر مبنای تغییرات مقاومت برشی، تغییرات رفتار اتساعی و تغییرات مدول یانگ به سه دسته ماسه‌ای، لاستیکی و ماسه-لاستیکی تقسیم‌بندی کردند. آن‌ها مرز بین این سه رفتار را ۱۸ و ۴۰٪ تراشه به دست آوردند [۵].

عامل سخی مقاومت برشی توده‌های مسلح شده با تراشه‌های لاستیک را بررسی کرد او روی تراشه‌های با عرض ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ سانتی‌متر در درصدهای حجمی ۱۵، ۳۰ و ۵۰ آزمایش برش مستقیم را انجام داد [۶]. محققان بخشی از نتایج عامل سخی را گزارش کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که طول بهینه تراشه، افزایش درصد تراشه و افزایش وزن مخصوص بیشترین تأثیر را بر افزایش زاویه اصطکاک داخلی اولیه دارند ولی زاویه اصطکاک ثانویه متأثر از شکل تراشه‌ها و درصد آن‌ها نیست و تقریباً برابر با مقاومت برشی ماسه است (مؤلفان اشاره ای به معنای زاویه اولیه و ثانویه نکرده‌اند اما از مقادیر ارائه شده به نظر می‌رسد منظور زاویه اصطکاک متناظر با تنش بیشینه و تنش ماندگار است). آن‌ها علت این امر را اتساع بیان کردند [۶ و ۷]. در کرنش‌های بالاتر با رخ دادن اتساع نقش تراشه‌ها کمتر می‌شود و مقاومت نمونه بیشتر با ماسه کنترل می‌شود. این در حالی است که پارامترهای میکرو مثل شکل ذرات، اندازه ذرات، نوع تماس و نیروهای بین ذرات را در نتایج آزمایشگاهی نمی‌توان بررسی کرد یا بررسی آن‌ها بسیار مشکل است. علاوه بر این تحقیق، پژوهش‌های دیگری نیز وجود دارد که اهمیت شاخص‌های میکرو را در درک رفتار چنین مصالحی تذکر می‌دهند. یکی از

<sup>2</sup>- Mashiri

<sup>1</sup>- Youwai and Bergado

پارامترها در مقیاس دانه‌ای و همچنین توده‌ای یا ماکرو ممکن است. همچنین می‌توان روش اجزای محدود و اجزای مجزا را باهم ترکیب کرد [۱۴].

با توجه به خواص ویژه مخلوط ماسه و تراشه لاستیک مانند انعطاف پذیری و قابلیت افزایش سطح تماس با افزوده شده نیروی تماس و از سویی قابلیت های روش اجزای مجزا، شبیه‌سازی این مخلوط با روش DEM مورد توجه محققین قرار گرفته است. اولین مطالعه جدی توسط لوپراپرز<sup>۵</sup> در سال ۲۰۱۶ انجام شد که شامل ساده‌سازی‌هایی از جمله صرف نظر از شکل ماسه و لاستیک و انعطاف پذیری لاستیک است [۱۵]. اسدی و همکاران در سال ۲۰۱۸ رفتار فشاری مخلوط ذرات ماسه-لاستیک را با تست‌های تجربی منظم و شبیه‌سازی عددی به روش DEM مورد مطالعه قرار دادند [۱۶]. مخلوط‌های با درصد لاستیک مختلف با استفاده از دانه‌های ایده‌آل تهیه شدند. همه دانه‌ها اندازه مشابه و شکل مشابه داشتند، که ورود آنها را در مدل عددی تسهیل میکرد. دانه‌های ماسه توسط توده‌های سخت (کلامپ) شبیه‌سازی شدند، در حالی که ذرات لاستیک توسط مجموعه‌ای از ذرات کروی متصل مدل شدند. مورد دیگر اینکه شکل‌پذیری لاستیک در نظر گرفته شد، که برای تطابق با نتایج تجربی بسیار مهم بود. علاوه بر این، آنالیز حساسیت در فرمولاسیون سختی تماس بین ماسه و دانه‌های لاستیک نشان داد که لازم است تفاوت در مدول یانگ دو ماده در نظر گرفته شود. در مقایسه با مطالعات قبلی، مدل ارائه شده قادر به پیش بینی دقیق رفتار فشاری مخلوط ذرات ماسه-لاستیک در سطوح کرنش تا ۲۰٪ بود و همچنین می‌توانست کرنش باقیمانده را به خوبی پیش‌بینی کند.

پس از این پژوهش، اهمیت انعطاف‌پذیری در این مخلوط بیشتر مورد توجه قرار گرفت و مطالعات جدیدی بر همین مبنا روی مخلوط ماسه و مشتقات لاستیکی صورت گرفت [۱۷-۱۹]. از معدود مطالعات صورت گرفته که تراشه

روش‌هایی که می‌تواند اثر پارامترهای میکرو را بررسی کند روش اجزا مجزا است.

جمع‌بندی این پژوهش‌ها و همچنین دیگر پژوهش‌ها نشان می‌دهد که برخلاف خرده لاستیک، وجود تراشه عمدتاً موجب افزایش مقاومت مخلوط می‌شود. این موضوع می‌تواند بیانگر اثر مسلح کنندگی تراشه در مخلوط باشد [۸ و ۹].

علاوه بر نتایج آزمایشگاهی فوق، پژوهش‌هایی که شامل آزمون‌ها یا شبیه‌سازی‌های بزرگ مقیاس نیز بودند، حاکی از بهبود برخی خواص مخلوط ماسه و تراشه لاستیک است. به طور مثال در نتایج آزمون‌های ظرفیت باربری پی سطحی مستقر بر مخلوط ماسه و تراشه که در جعبه‌های با ابعاد بزرگ صورت پذیرفته است- و البته متعاقباً مکانیزم تسلیح و نیروهای وارده به تراشه متفاوت است-، عموماً افزایش‌های چند برابری نسبت به پی مستقر بر ماسه خالص گزارش شده است [۱۰]. همچنین ابراهیمی و همکاران و عامل سخی و همکاران در یک بررسی عددی با شبیه‌سازی سپر مهار شده با خاکریز ساخته شده از ماسه و تراشه لاستیک، استفاده از تراشه‌ها را در کاهش لنگر خمشی سپر و همچنین کاهش جابه‌جایی‌ها موثر گزارش کردند [۱۱ و ۱۲].

روش اجزای مجزا ( $DEM^3$ ) با بررسی مواد در مقیاس دانه‌ای و ذره‌ای در شبیه‌سازی مواد ناهمگن به کار می‌رود. شبیه‌سازی خاک‌های دانه‌ای به روش اجزای مجزا اولین بار توسط کاندال و استراک<sup>۴</sup> توسعه یافت [۱۳]. این روش برای شبیه‌سازی رفتار مصالح دانه‌ای مناسب است. اصولاً روش اجزای مجزا قانون‌های ساده تماسی را برای به دست آوردن پاسخ‌های پیچیده مجموعه مصالح منفصل در نقاط بین‌دانه‌ای به کار می‌برد و رفتار مکانیکی مصالح را مدل می‌کند و اثر عوامل مختلف مثل شکل، دانه‌بندی و مقاومت ذرات را بر رفتار مکانیکی مورد بررسی قرار می‌دهد. در این روش امکان اندازه‌گیری و بررسی بسیاری از

<sup>5</sup> Lopera Perez

<sup>3</sup>- Discrete Element Method

<sup>4</sup>- Cundall and Strack

## ۲- روش شبیه‌سازی

در این پژوهش شبیه‌سازی به صورت سه بعدی انجام می‌شود. مدل‌های دوبعدی برای نتایج کیفی و مدل‌های سه‌بعدی برای نتایج کمی اعتبار دارند. همچنین ملاحظات مهم در این شبیه‌سازی که شامل جنس مصالح، شکل چندوجهی و سه‌بعدی دانه‌های ماسه، وجود پیوند با دانه‌های مجاور، مشخصات تماس دانه با دانه‌های موجود در محیط و دیواره‌ها، سختی دانه‌های ماسه در مقابل تراشه‌ها، شکل ورقه‌ای تراشه‌ها، انعطاف‌پذیری تراشه‌ها و قفل‌شدگی تراشه‌ها در هم در نظر گرفته می‌شود.

برای شبیه‌سازی‌های این پژوهش، از نرم‌افزار YADE استفاده شده است. این نرم‌افزار متن‌باز بوده و در محیط لینوکس اجرا می‌شود و برای محاسبات درونی خود از زبان C++ استفاده می‌کند؛ اما محیطی که کاربر در آن دستورات را می‌نویسد، پایتون است.

### ۲-۱- شکل دانه‌ها

یکی از مزیت‌های این پژوهش نسبت به مطالعات پیشین در نظر شکل دانه‌های ماسه و تراشه به طور هم‌زمان است. شکل دانه‌های ماسه از پژوهش پیشین انجام شده توسط مولف برگرفته شده است. هر دانه ماسه متشکل از ۳ الی ۵ کره می‌باشد که به صورت صلب به یکدیگر متصل شده‌اند و یک دانه (کلامپ) را تشکیل می‌دهند. قطر متوسط دانه‌های ماسه ۱۰ mm بود. شکل ۱- الف، دانه‌های ماسه را نشان می‌دهند. برای جزئیات بیشتر در مورد شکل دانه‌های ماسه و نحوه تشکیل آنها به پژوهش اسدی و همکاران مراجعه شود [۲۱].

در شبیه‌سازی تراشه، بر مبنای مطالعات قضاوی و همکاران نسبت طول به عرض ۲ برای تراشه‌ها انتخاب شد [۷]. بنابراین تراشه‌ها با ابعاد ۸×۴ cm مدل شدند. برای ساخت یک تراشه، از کنار هم گذاشتن ۱۲۸ کره به شعاع ۵ میلیمتر به گونه‌ای که سطح نسبتاً همواری ایجاد کند،

لاستیک را بررسی کرده است مطالعه یانگ<sup>۶</sup> و همکاران است. آنها با شبیه‌سازی تراشه لاستیک در دستگاه سه محوری به صورت افقی و عمودی، نشان دادند که تراشه‌ها در حالت افقی عملکرد بهتری در بهبود مقاومت نمونه دارند. دانه‌های ماسه در مطالعه آنها فاقد شکل بوده و نتایج فقط برای یک درصد مشخص از مخلوط ماسه و تراشه ارائه شده بود [۲۰]. ژانگ<sup>۷</sup> و همکاران نیز مخلوط ماسه و تراشه را شبیه‌سازی کرده‌اند. از جمله نقاط قوت کار آنها کالیبراسیون تراشه در دو حالت کششی و خمشی است که در این مطالعه نیز از روش آن‌ها بهره گرفته شده است [۱۹].

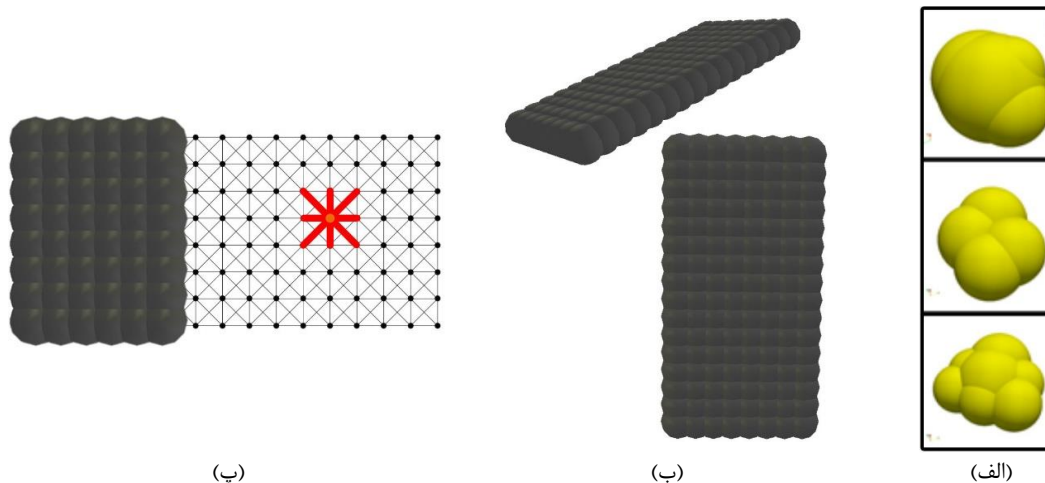
همان طور که مشخص است مطالعه رفتار تراشه و خصوصاً جهت‌گیری تراشه که عموماً موجب بروز خاصیت تسلیم در توده است، چندان مورد توجه قرار نگرفته است. بسیاری از پژوهش‌های پیشین از اثر شکل دانه‌های ماسه صرف نظر کرده و آنها را به صورت کروی در نظر گرفته‌اند. حتی این ساده‌سازی در مورد لاستیک نیز تکرار شده است. همچنین موارد بسیار نادری وجود دارد که تسلیم تراشه را مورد بررسی قرار داده باشند (براساس جستجو نویسنده تاکنون فقط دو پژوهش در این زمینه وجود دارد) به طوری که گزارشی در مورد بررسی درصد تراشه بهینه با استفاده از روش DEM یافت نشد. در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار اجزای مجزا YADE تعدادی آزمایش سه محوری شبیه‌سازی شده است. چهارچوب پژوهش به گونه‌ای تنظیم شده تا برخی خلأهای تحقیقات گذشته پر شوند و از این رو شکل دانه‌های ماسه، شکل دانه‌های تراشه، انعطاف‌پذیری تراشه در نظر گرفته شده‌اند. فرآیند کالیبراسیون به طور نسبتاً دقیق صورت پذیرفته و برای اولین اثر تغییرات درصد تراشه روی مخلوط مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با تغییر جهت بارگذاری و تحلیل‌های جدید، سعی شده که موضوع تسلیم بیشتر مورد مطالعه قرار گیرد.

7- Zhang

6- Yang

یک کره و تماس‌های اطرافش با رنگ قرمز در این شکل نشان داده شده‌اند. تماس‌های چسبنده در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد.

استفاده شد. شکل ۱-ب، تراشه تولید شده را نشان می‌دهد. شکل ۱-پ، ساختاری از تراشه را نشان می‌دهد که سبب تأمین انعطاف‌پذیری تراشه می‌شود. هر کره از یک تراشه با کره‌های همجوار خود در تماس است. برای مثال



شکل ۱- (الف) دانه‌های ماسه به کار گرفته شده [۲۱]، (ب) تراشه ساخته شده و (پ) شبکه تماس ایجاد شده در تراشه

## ۲-۲- مدل تماس

مدل تماس باید توانایی شبیه‌سازی پیوند بین ذرات لاستیک را داشته و همچنین قابلیت تعریف دانه‌های صلب ماسه‌ای را داشته باشد. برای ارائه معادلات مدل تماس فرض می‌شود که دانه اول با مرکز  $C_1(x_1, y_1, z_1)$  و دانه دوم با مرکز  $C_2(x_2, y_2, z_2)$  هستند و شعاع آن‌ها  $r_1$  و  $r_2$  و مدول یانگ آن‌ها به ترتیب  $E_1$  و  $E_2$  است. مختصات مرکز تماس این دو دانه، نقطه  $C_c(x_c, y_c, z_c)$  است. زمانی که در اثر جابجایی مختصات این دو نقطه به  $C_1'$  و  $C_2'$  تغییر کند، نیروی عمودی اعمال شده به ذره دوم در حالتی که بین دو کره چسبندگی تعریف شده باشد،  $F_{n2}^{coh}$ ، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{n2}^{coh} = \begin{cases} (k_n u_n) n |C_1' - C_2'| > |C_1 - C_2| & \text{tension} \\ -(k_n u_n) n |C_1' - C_2'| < |C_1 - C_2| & \text{compression} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $k_n$  سختی عمودی،  $n$  بردار نرمال تماس و  $u_n$  جابجایی نرمال است که به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$k_n = \frac{E_c A_c}{|C_1 - C_2|} \quad (2)$$

$$A_c = \pi(\min(r_1, r_2))^2 \quad (3)$$

$$E_c = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (4)$$

$$n = \frac{C_1' - C_2'}{|C_1' - C_2'|} \quad (5)$$

$$u_n = \left| |C_1' - C_2'| - |C_1 - C_2| \right| \quad (6)$$

این نوع تماس هم درکشش و هم در فشار عمل می‌کند. اگر کشش بین دو دانه تعریف نشده باشد یعنی چسبندگی بین آن‌ها نباشد - مثل تماس بین دو دانه ماسه- نیروی بین آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{n2}^{noncoh} = -(k_n u_n) n \quad (7)$$

$$u_n = (r_1 + r_2) - |C_1' - C_2'| \quad (8)$$

نیروی برشی یا مماسی بین دو کره به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$F_{t2}^t = F_{t2}^{t-\Delta t} + k_t \Delta u_t \quad (9)$$

$$k_t = v_c k_n \quad (10)$$

که در آن  $k_t$  سختی برشی و  $\Delta u_t$  گام جابجایی برشی است.

حین آزمایش تجربی روی تراشه‌ها، اثری از پارگی یا تغییر شکل پلاستیک پس از آزمون وجود ندارد و به همین دلیل است که در معادلات مدل تماس مقدار بیشینه برای تماس چسبنده تعریف نشده است. این موضوع در ۲۰-الف نیز قابل مشاهده است.

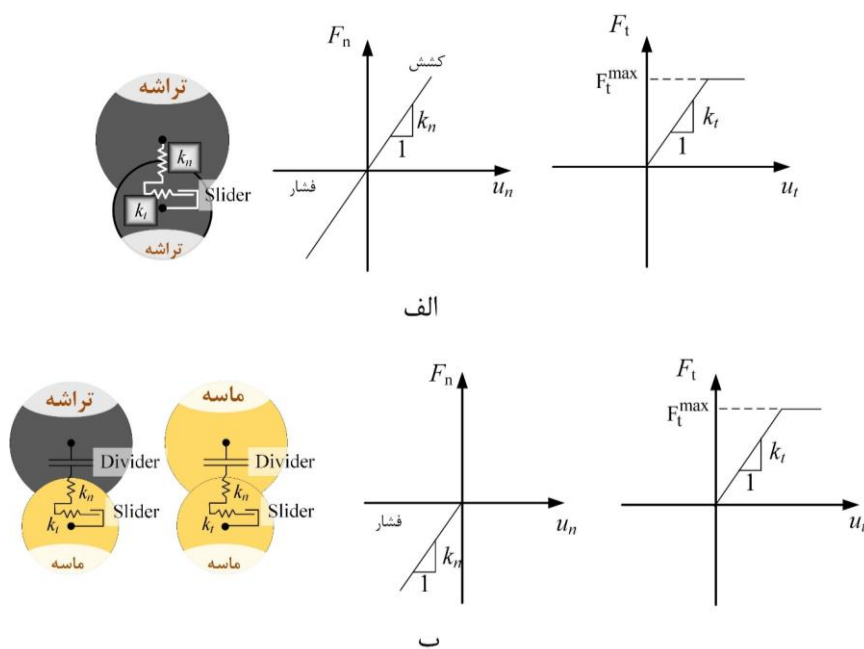
براساس این مدل تماس هرگاه رفتار بین دو کره از ذره‌های تراشه لاستیک مدنظر باشد، پیوند بین آن‌ها چسبنده (۲۰-الف) و هر نوع تماس دیگر در شبیه‌سازی مثل تماس دو دانه ماسه یا بین دو دانه ماسه و تراشه لاستیک از نوع غیر چسبنده بوده (۲۰-ب) و پیوند بین کره‌های یک‌دانه ماسه صلب است.

$v_c$  از پارامترهای ورودی مدل تماس است که به صورت نسبت سختی مماسی ( $k_t$ ) به سختی عمودی ( $k_n$ ) تعریف می‌شود. حداکثر نیروی مماسی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$F_t^{\max} = \tan \Phi_c |F_n| \quad (11)$$

که در آن  $\Phi_c$  زاویه اصطکاک بین دانه‌ها و  $F_n$  نیروی عمودی است. لغزش در صورتی رخ می‌دهد که نیروی مماسی از نیروی مماسی حداکثر بیشتر شود. دقت شود در روابط (۱۰) و (۱۱) در صورت تلاقی دو کره با جنس مخالف (تراشه-ماسه)، برای محاسبه مقادیر  $v_c$  و  $\Phi_c$  بین مقادیر این دو پارامتر میانگین‌گیری صورت می‌گیرد.

همچنین دقت در ادبیات فنی بیانگر آن است که



شکل ۲- مدل تماسی برای (الف) تماس‌های چسبنده و (ب) تماس‌های غیرچسبنده

داریم.

## ۳-۲- کالیبراسیون پارامترهای تراشه

### ۳-۲-۱- کالیبره کردن مدول یانگ با استفاده از آزمایش کشش تراشه

برای به دست آوردن مدول یانگ تراشه‌های لاستیکی از روش آزمایش کشش استاندارد استفاده شد [۲۲]. مطابق روش این استاندارد، نمونه‌های دمبلی شکل درست شد و آزمایش در دستگاه کشش الکتریکی<sup>۸</sup> STM انجام شد. برای جلوگیری از سرخوردن تراشه بین دو فک دستگاه کاغذ سمباده در دو طرف تراشه چسبانده شد. با توجه به ابعاد نمونه استفاده شده، سرعت فک متحرک دستگاه ۵ میلی‌متر

در این پژوهش برای انجام شبیه‌سازی‌ها به خواص ماسه و تراشه لاستیک نیاز است. برای خواص ماسه از نتایج پژوهش اسدی و همکاران استفاده شده است [۱۸]. اما برای خواص تراشه نیاز به انجام آزمایش و کالیبره کردن پارامترها

<sup>۸</sup>- SANTAM

آزمایش مشخص شد که سرعت انتخابی بر نتایج حاصله تاثیر چندانی ندارد. به همین دلیل و برای تسريع در انجام شبیه سازی، سرعت شبیه سازی بیشتر از سرعت بیان شده در استاندارد برای آزمایش انتخاب شد. دلیل انتخاب جابه جایی ۱۲ میلی متر این بود که بعد از ۱۲ میلی متر رفتار لاستیک از حالت کشسان خطی تغییر می کرد.

برای حصول نمودار تجربی نیرو- جابجایی مشاهده شده در آزمایشگاه، مدول یانگ ها را تغییر داده و سعی شد با سعی و خطا نزدیک ترین پاسخ به آزمایشگاه به دست آید. نمودار مقایسه نتایج آزمایشگاهی و شبیه سازی در شکل ۴ آمده است. بعد از انجام مراحل فوق مدول یانگ  $10^6 \text{ Pa}$  برای تراشه انتخاب شد. این مقدار با مقادیر به دست آمده در دیگر تحقیقات [۲۱] و همچنین با مقادیر واقعی مدول یانگ لاستیک مطابقت دارد.



(ب)

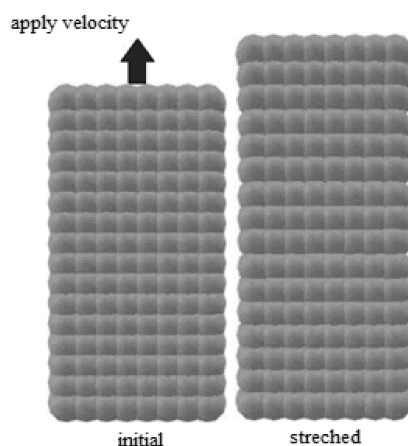
بر دقیقه انتخاب شد. در این استاندارد توصیه شده حداقل پنج نمونه تحت آزمایش قرار گیرد و بعد میانگین گیری شود. یک نمونه تحت کشش و یک نمونه گسیخته شده را نشان می دهد.

برای کالیبراسیون پارامترهای مدل، باید تراشه ای در نرم افزار شبیه سازی شود. تراشه ای با ابعاد  $80 \times 40$  میلی متر مدل شد. با تماس های چسبنده بین کرات، کشسانی تراشه تامین می شود. در شبیه سازی نحوه بارگذاری، مانند دستگاه موجود در آزمایشگاه، باید فک پایینی ثابت و فک بالایی با سرعت ثابت به حرکت در می آید. در شبیه سازی با ثابت نگه داشتن کره های موجود در ردیف پایین، به کره های ردیف بالا سرعت ثابت  $0.1 \text{ m/s}$  وارد شد و تا جابه جایی ۱۲ میلی متر، میانگین نیروی کره های ردیف بالایی و پایینی و مقادیر جابه جایی ثبت شدند. ضمناً با انجام چندین

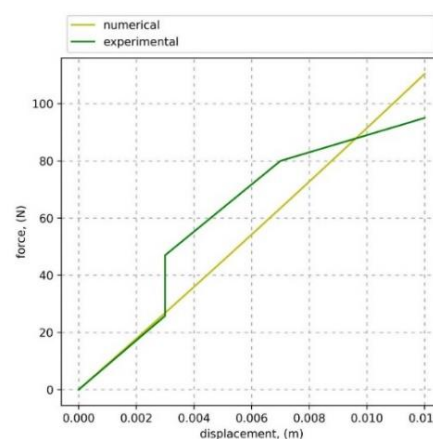


(الف)

شکل ۳- تراشه (الف) در حالت کشیده بین دو فک دستگاه و (ب) نمونه دمبلی شکل تراشه بعد از گسیخته شدن



(ب)



(الف)

شکل ۴- (الف) مقایسه نمودار حاصل از آزمایش و شبیه سازی و (ب) مقایسه شکل تراشه کشیده شده با تراشه اولیه

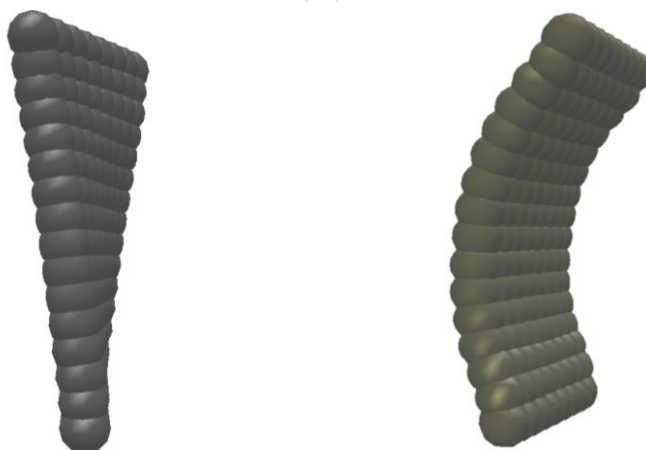
## ۲-۳-۲- کالیبره کردن تراشه برای خم شدگی

برای به دست آوردن پارامترهای خمشی تراشه از روشی که در پژوهش ژانگ و همکاران گفته شده استفاده شد [۱۹]. در این روش، تراشه مانند یک تیر طره در نظر گرفته می‌شود و جابه‌جایی عمودی انتهای آزاد آن اندازه‌گیری می‌شود. یک سر تراشه گیردار و سر دیگر آن تحت اثر نیروی وزن خود تراشه رها شد و میزان جابه‌جایی سر آزاد اندازه‌گیری شد. این جابه‌جایی ۸ میلی‌متر به دست

آمد. همین آزمایش در نرم‌افزار انجام شد. کره‌های یک سر تراشه ثابت نگه داشته شد و میزان جابه‌جایی کره‌های انتهایی دیگر آن اندازه‌گیری می‌شود. با سعی و خطا، مقادیری به دست آمد که میزان جابه‌جایی نوک تراشه شبیه‌سازی شده با آزمایش برابر شد. در ۵۰-الف، آزمون خم شدگی تراشه و در شکل ۵-ب، توانایی تراشه برای حفظ پایداری در بارگذاری خمشی و پیچشی قابل مشاهده است.



(الف)



(ب)

شکل ۵- (الف) جابه‌جایی تراشه در آزمایش خمش و (ب) تراشه مدل شده که امکان خمش و پیچش را دارد

در مجموع با استفاده از فرآیند کالیبراسیون طی شده توسط اسدی و همکاران [۲۱] و همچنین فرآیند کالیبراسیون توضیح داده شده در مقاله حاضر، پارامترهای به کار گرفته شده در مدل به دست آمد (جدول ۱).

جدول ۱- مقادیر پارامترهای مدل تماس

|       | E (MPa) | $\Phi$ | $\nu$ | چگالی (kg/m <sup>3</sup> ) |
|-------|---------|--------|-------|----------------------------|
| ماسه  | ۱۰۰۰    | ۲۳     | ۰/۱۵  | ۲۶۰۰                       |
| تراشه | ۱       | ۳۵     | ۰/۴۸  | ۱۵۰۰                       |

## ۲-۴- ساخت نمونه سه محوری

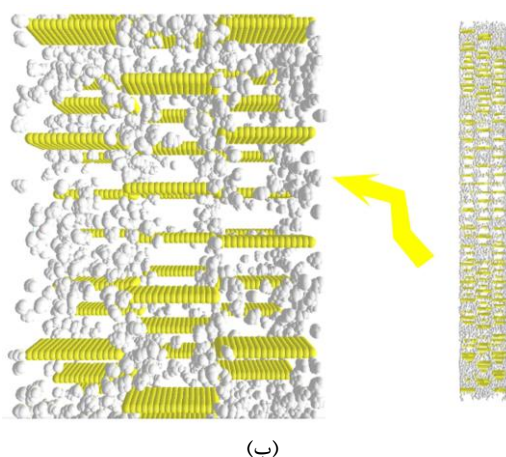
در این تحقیق نمونه مکعبی با جداره صلب که شامل شش دیواره است شبیه سازی شده است. در این شبیه‌سازی‌ها ابعاد سلول سه محوری ۰/۲۲×۰/۲۲ متر

انتخاب شد. این ابعاد با انجام بارها آزمایش و سعی و خطا برای رسیدن به تعداد حدود ۹ تا ۱۲ هزار دانه در همه شبیه‌سازی‌ها به دست آمد. هدف از این تعداد دانه این بود که تعداد دانه‌ها زیاد نشود تا زمان شبیه‌سازی‌ها طولانی نشود.

برای رسیدن به نمونه‌هایی با درصد تراشه صفر، ۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰٪ ابتدا مخلوطی از دو نوع کره تولید شد. کره‌های با شعاع کوچک به منظور جایگزین کردن با ذرات ماسه‌ای و کره‌های با شعاع بزرگ به منظور جایگزینی با دانه‌های تراشه. حجم کره‌های بزرگ را نسبت به حجم کل کره‌ها دائما کنترل می‌شد و با زیاد و کم کردن درصد کره‌های کوچک و بزرگ، نمونه‌های با درصدهای موردنظر

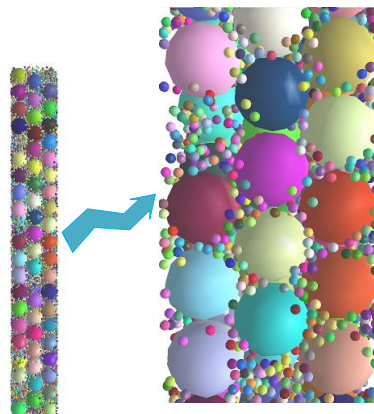
تراشه ها به جای کرات بزرگ جایگزین می شوند که در ادامه توضیح داده می شود.

در تولید هر نمونه با درصد تراشه مختلف ارتفاع نمونه ها متفاوت است. بر این اساس در نمونه ۲۰٪ تراشه ارتفاع سلول سه محوری ۱۴/۵ متر است. این ارتفاع بعد از متراکم سازی، جایگذاری تراشه ها و رسیدن به تخلخل مورد نظر و قبل از مرحله برش به ۰/۲۲ متر می رسد. به طور کلی، پس از جایگزینی تراشه ها تعداد کره های شبیه سازی بین ۵۰,۰۰۰ تا ۶۰,۰۰۰ بود. شکل ۶- الف، تولید اولیه دانه ها را نشان می دهد. در شکل ۶- ب، فضای خالی ایجاد شده بعد از جایگزینی تراشه ها نشان داده شده است.



(ب)

حجمی تراشه به کل مصالح ساخته شد. این نتیجه با بارها سعی و خطا حاصل شد. کره های بزرگ در حقیقت بیانگر تراشه هایی هستند که در اواسط شبیه سازی جایگزین این کره ها می شوند. علت استفاده از کره های بزرگ این بود که اگر در همان ابتدای شبیه سازی از تراشه استفاده می شد، تراشه در جهات مختلف ممکن بود بچرخد و عملاً از حالت افقی بودن خارج شود؛ از سوی دیگر، ورود تراشه از همان ابتدا به شبیه سازی سبب افزوده شدن تعداد زیادی از کره ها و تماس بین آنها می شود؛ و این متعاقباً منجر به افزایش زمان شبیه سازی به طور قابل توجهی می شود. به همین دلیل از مرحله ساخت نمونه تا تراکم آن، از کرات بزرگ استفاده می شود و پس از رسیدن به یک مخلوط متراکم،



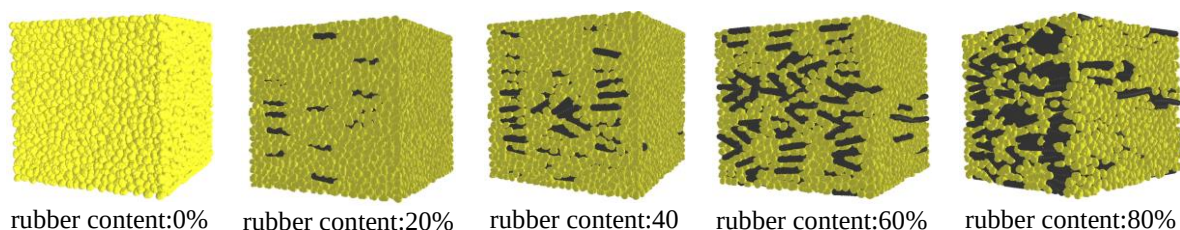
(الف)

شکل ۶- (الف) نمایی از تولید اولیه دانه ها و (ب) جاگذاری تراشه ها به جای کره های بزرگ

فرورفتن دانه ها به هم داده شده و در نتیجه مخلوط متراکم تر شده و می توان به تخلخل مورد نظر رسید. در پایان این مرحله، زاویه اصطکاک را به مقدار اولیه اش برمی گردانیم و تنش همه جانبه مورد نظر در سه جهت به نمونه وارد می شود. اکنون یک نمونه مکعبی شکل با تراشه های افقی در اختیار داریم که به تراکم مورد نظر رسیده است و آماده بارگذاری انحرافی است. گام زمانی در سرتاسر شبیه سازی  $10^{-5}$  انتخاب شد. همچنین ضریب میرایی رد سراسر شبیه سازی ۰/۱ در نظر گرفته شد. شکل ۷، نمونه های مکعبی را قبل از مرحله برش، برای درصد تراشه های مختلف نشان می دهد.

در مرحله تراکم اولیه، نمونه با تنش همه جانبه ۵ کیلوپاسکال متراکم می شود. لازم به ذکر است در این مرحله، تنش فقط در جهت Z (در بعد بلندتر) به نمونه وارد می شود و و اجازه داده می شود تا نمونه به پایداری برسد. ملاک پایداری، رسیدن به نیروی نامتوازن کوچکی بود. سپس جایگزینی دانه ها صورت گرفته و مجدداً اعمال بار صورت می گیرد تا نمونه به پایداری برسد. برای جلوگیری از انفجار نمونه نیروهای نامتوازن کوچکی انتخاب شد.

سپس برای تراکم ثانویه و رسیدن به تخلخل مورد نظر که ۰/۳۸ است، اعمال تنش تراکمی در جهت Z ادامه پیدا می کند. در صورتی که نمونه به تخلخل مورد نظر نرسد، با کم کردن زاویه اصطکاک داخلی دانه ها اجازه

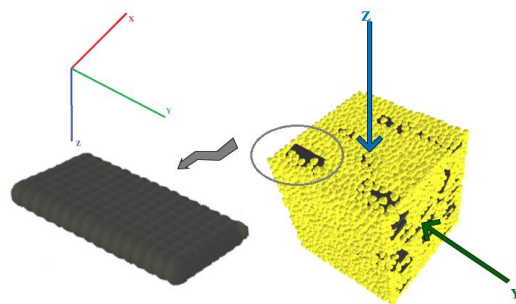


شکل ۷- نمونه‌های ساخته شده با درصد‌های تراشه مختلف قبل از برش

دارد. تنش انحرافی به طور ناگهانی افزایش می‌یابد و سپس رو به کاهش می‌گذارد. با افزودن تراشه تا ۸۰٪ رفتار نمونه چیزی بین رفتار خطی و هایپربولیک است. در نمونه‌های با بیش از ۲۰٪ تراشه، با تغییر جهت برش تغییر واضحی در پاسخ تنش-کرنش دیده می‌شود؛ به طوری که برای نمونه‌های برش داده شده در جهت Z پاسخ تا کرنش مشخصی (۱۰ الی ۱۵٪) خطی بوده و سپس شیب صعود کاهش می‌یابد. اما به ازای برش در جهت Y همه نمونه‌ها تقریباً هایپربولیک بوده و به یک مجانب افقی نزدیک می‌شود. تغییر شکل نمودار تنش-کرنش از حالت دارای بیشینه تنش به حالت خطی و هایپربولیک، با آنچه که در ادبیات فنی در مورد ماسه و تراشه لاستیک گزارش شده سازگار است که نشانه صحت شبیه‌سازی‌ها است [۵ و ۱۹]. به طور کلی نمودارهای جهت Z سختی اولیه کمتری نسبت به سختی نمونه‌های بارگذاری شده در جهت Y دارند؛ البته با افزایش کرنش، کم کم به تنش انحرافی بارگذاری‌های جهت Z - که در ابتدا تنش انحرافی کمتری نسبت به جهت Y نشان داده بودند- افزوده شده و در کرنش مشخصی برابر نمونه جهت Y می‌شود و پس از آن کرنش مشخص، تنش جهت Z بیشتر از جهت Y است. این کرنش برای درصد‌های مختلف تراشه متفاوت است و به نظر نمی‌رسد که بتوان از نقطه تلاقی این دو نمودار نتیجه خاصی استخراج کرد؛ گرچه با افزوده شدن درصد تراشه کرنش تلاقی افزایش می‌یابد که بدان معنا است که با افزوده شدن تراشه، باید کرنش بزرگتری حاصل شود تا نمونه جهت Z به مقاومت نمونه جهت Y برسد. بنابراین با افزایش تراشه به نمونه سختی نمونه کاهش می‌یابد ولی در کرنش‌های بزرگتر به دلیل پدیده تسلیم، نمونه از خود

برای برش نمونه ضمن آنکه تنش همه‌جانبه از هر سه جهت وارد می‌شود، صفحه متناظر با جهت بارگذاری با نرخ کرنش ۰/۰۲ متر بر ثانیه به منظور برش دادن نمونه، به حرکت در می‌آید. بارگذاری تا کرنش ۲۰ درصد ادامه یافت.

شبیه‌سازی‌ها از نظر جهت بارگذاری انحرافی دودسته هستند؛ دسته اول، برش در جهت Z و دسته دوم برش در جهت Y اعمال می‌شود. شکل ۸، جهت‌گیری تراشه در نمونه‌ها و همچنین جهت بارگذاری در جهت Z و Y را نشان می‌دهد.



شکل ۸- نمونه ۴۰٪ تراشه و جهت‌گیری تراشه‌ها در نمونه

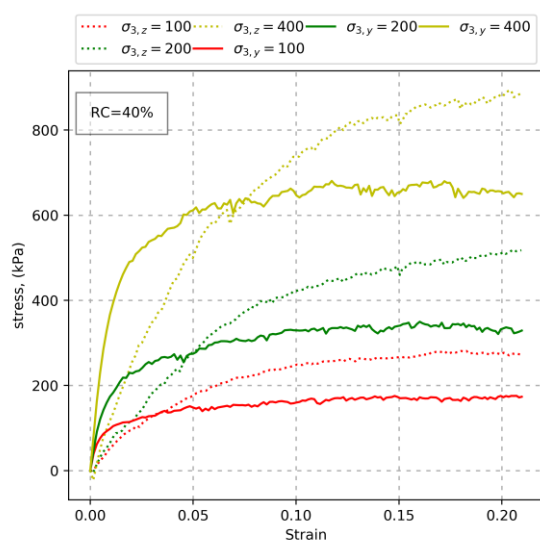
#### ۴- نتایج و تحلیل‌های ماکرو

##### ۴-۱- نتایج تنش-کرنش

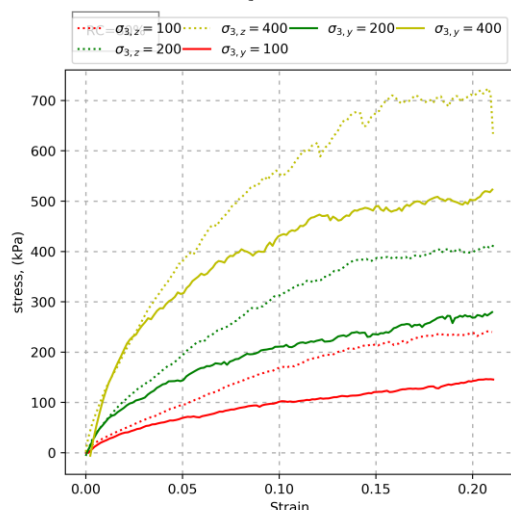
شکل ۹، نتایج شبیه‌سازی‌های سه محوری در جهت Z و Y در تنش‌های همه‌جانبه مختلف را نشان می‌دهد. در همه نمودارها خطوط نقطه چین نشان دهنده برش در جهت Z و خطوط ممتد نشان دهنده برش در جهت Y هستند.

ابتدا به تحلیل شکل کلی نمودارهای تنش-کرنش پرداخته می‌شود. با نگاه به رفتار نمونه ۲۰٪، مشخص است که نمونه به ازای همه تنش‌های همه‌جانبه رفتار اتساعی

برش در جهت  $z$  و  $y$  در تنش همه جانبه  $200 \text{ kPa}$  در شکل ۱۰، نشان داده شده است. همان طور که مشخص است با افزایش درصد تراشه لاستیک مقاومت نمونه‌ها کاهش اولیه می‌یابد (مانند یو وی و همکاران [۴]). گرچه با افزایش کرنش محوری عموماً همه نمونه‌های دارای تراشه زمانی که در جهت  $z$  برش داده می‌شوند مقاومت ماندگار بیشتری نسبت به ماسه خالص دارند؛ این در حالی است که برای نمونه‌های جهت  $y$  با اضافه شدن تراشه مقاومت مخلوط دائماً کاهش می‌یابد.



(ب) ۴۰٪ تراشه

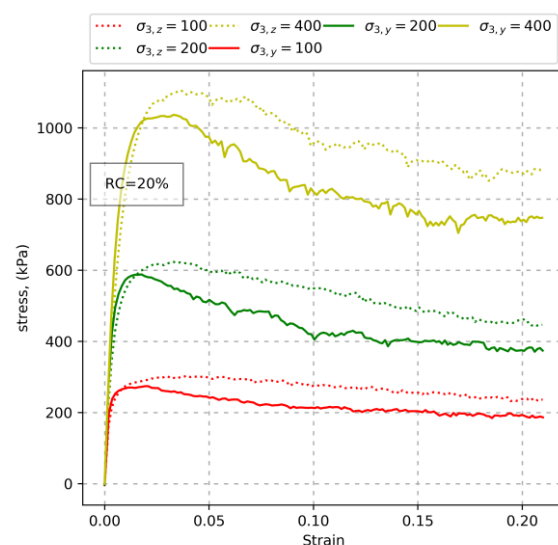


(ت) ۸۰٪ تراشه

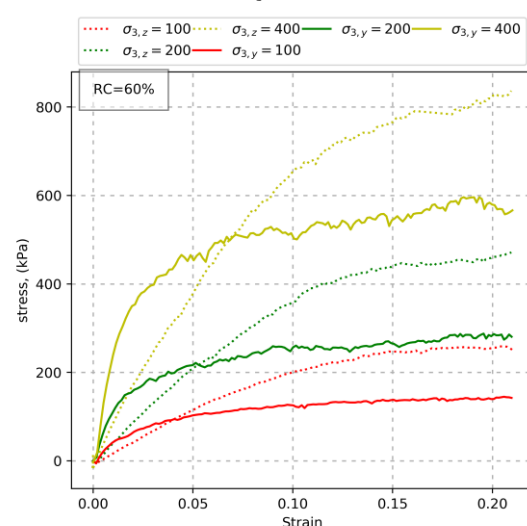
شکل ۹- نتایج شبیه‌سازی‌ها در جهت  $z$  و  $y$  برای نمونه‌ها با درصد تراشه متفاوت

نمونه ۲۰٪ با ماسه خالص برابر است. با توجه به این دو نتیجه گیری آنچه که به دست می‌آید این است که هنگام

مقاومت بیشتری نشان می‌دهد. این مسئله در نتایج مرجع [۲۳] نیز دیده می‌شود. بررسی بیشتر مقادیر نیروها در دو جهت  $z$  و  $y$  در نمودارهای زنجیره نیرو قابل مشاهده است. به نظر می‌رسد با افزایش سطح کرنش به مقادیری بیش از ۲۰٪، نمونه‌های با درصد بالای تراشه مقاومت بیشتری از خود بروز دهند. این مسئله می‌تواند به دلیل بروز پدیده تسلیم در نمونه و در کرنش‌های بالاتر باشد. چنین رفتاری در مشاهدات پیشین نیز گزارش شده است [۲۳ و ۲۴]. برای درک بهتر اثر جهت برش و درصد تراشه، نتایج



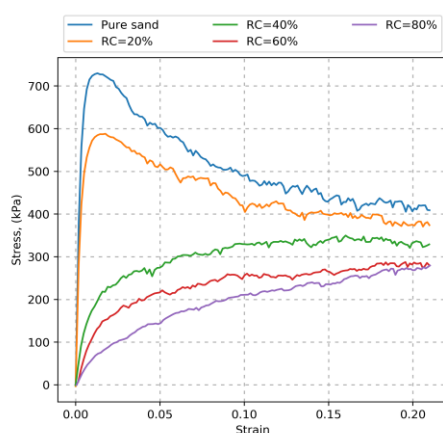
(الف) ۲۰٪ تراشه



(پ) ۶۰٪ تراشه

از مشاهدات دیگر کاهش سختی اولیه نمونه‌های با درصد تراشه لاستیک بیشتر است. البته ظاهراً سختی اولیه

شده در آزمایش سه محوری در سه جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  است. شکل ۱۱ تغییرات کرنش حجمی در برابر کرنش محوری برای نمونه‌های سه محوری شبیه‌سازی شده در تنش‌های همه‌جانبه مختلف را نشان می‌دهد. دقت به این شکل نتایج زیر را نشان می‌دهد اضافه کردن تراشه لاستیک رفتار اتساعی نمونه‌ها را کاهش می‌دهد. از این مطالب می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش درصد لاستیک رفتار اتساعی کاهش می‌یابد که با نتایج تحقیق لوپرا پرز هم‌خوانی دارد [۲۵].



(ب)

شکل ۱۰- نتایج شبیه‌سازی‌ها در تنش همه جانبه  $200 \text{ kPa}$  در (الف) جهت  $z$  و (ب) جهت  $y$

نمونه ۴۰٪ را مابین ماسه و تراشه لاستیک و بعد از آن، رفتار لاستیکمانند حاکم می‌شود.

#### ۳-۴- تغییرات نرخ اتساع

نمودار نرخ اتساع<sup>۹</sup> تغییرات حجم خاک تحت برش را نشان می‌دهد و رفتار خاک را از نظر انبساط یا تراکم مشخص می‌کند. براساس نظریه حالت بحرانی، خاک‌های متراکم هنگام برش منبسط و خاک‌های شل تراکم می‌شوند.

نرخ اتساع در یک آزمایش سه محوری به صورت زیر تعریف می‌شود:

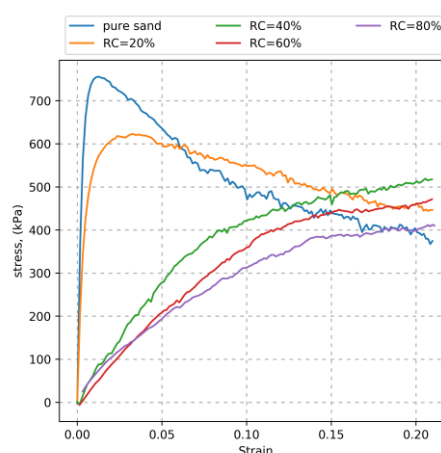
$$\text{Dilatancy rate} = \frac{\Delta \varepsilon_v}{\Delta \varepsilon_a} \quad (12)$$

که در آن  $\Delta \varepsilon_v$  میزان تغییرات حجم در دو گام کرنش

بارگذاری عمود بر محور تراشه‌ها، خاصیت مسلح‌کنندگی آن‌ها به خوبی بروز می‌کند. به طوری که از یک سو به دلیل نرم بودن آن‌ها باعث کاهش سختی اولیه نمونه می‌شود اما پس از ادامه برش به کرنش‌های متوسط، تراشه‌ها به تدریج تحت کشش قرار گرفته و در نتیجه در مقابل حرکت دانه‌های نمونه در صفحه  $xy$  مقاومت ایجاد کرده و نهایتاً باعث افزایش تنش انحرافی می‌شوند.

#### ۴-۲- نتایج کرنش حجمی-کرنش محوری

کرنش حجمی برابر با مجموع کرنش‌های اندازه‌گیری



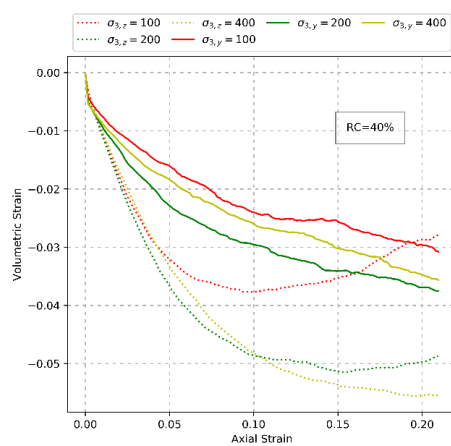
(الف)

به طور کلی رفتار در همه نمونه‌ها با افزایش تنش همه‌جانبه، رفتار تراکمی افزایش می‌یابد. نمونه ۲۰ درصد فارغ از جهت بارگذاری همواره رفتار اتساعی دارد. در تضاد با آن نمونه‌های با درصد تراشه بیش از ۲۰٪، هنگام برش در جهت  $y$  رفتارشان همواره تراکمی است؛ البته رفتار تراکمی آن‌ها با افزایش تنش همه‌جانبه تشدید می‌شود. همین نمونه‌ها در بارگذاری به موازات  $z$  گاهی رفتار اتساعی دارند و گاهی رفتار تراکمی. برای برش در جهت  $z$  نمونه ۴۰ درصد تراشه به ازای تنش همه‌جانبه کم رفتار اتساعی و بعد از آن رفتار تراکمی می‌شود. نمونه‌های ۶۰ و ۸۰٪ فارغ از جهت بارگذاری همواره رفتار تراکمی دارند. بر اساس رفتار تغییر حجمی، نمونه ۲۰٪ را می‌توان ماسه‌مانند،

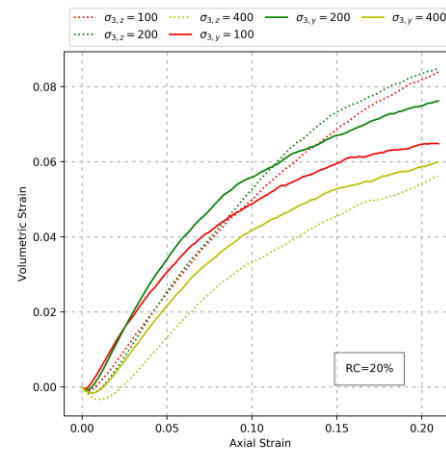
<sup>۹</sup>- Dilatancy rate

جهت Z و y در تنش همه جانبه ۱۰۰ kPa نشان می دهد. به طور کلی قسمت های الف و ب روند مشابهی دارند.

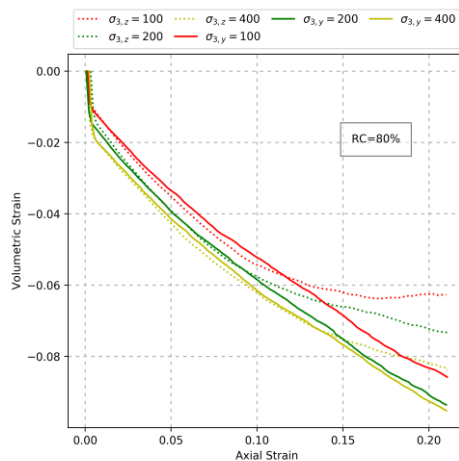
متوالی و  $\Delta \varepsilon_a$  میزان کرنش محوری در دو گام کرنش متوالی هستند. شکل ۱۲، تغییرات این پارامتر را برای دو



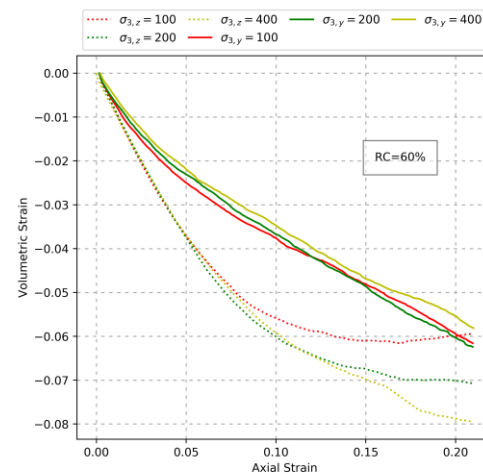
(ب) ۴۰٪ تراشه



(الف) ۲۰٪ تراشه

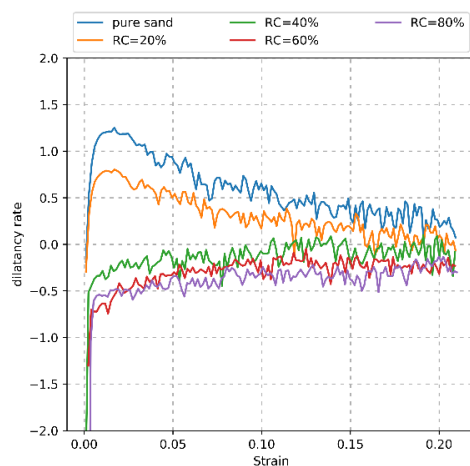


(ت) ۸۰٪ تراشه

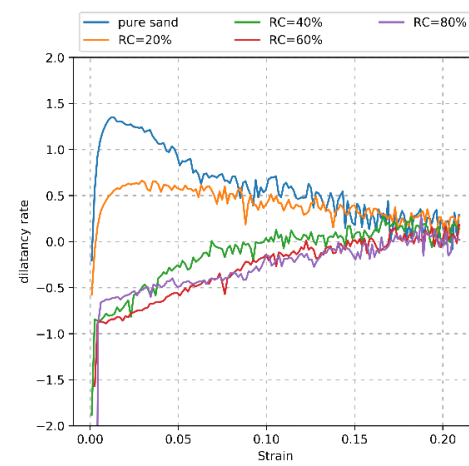


(پ) ۶۰٪ تراشه

شکل ۱۱- نتایج کرنش حجمی- کرنش محوری شبیه سازی ها برای نمونه های با درصد تراشه مختلف



(ب)



(الف)

شکل ۱۲- تغییرات نرخ اتساع با کرنش محوری برای (الف) جهت Z و (ب) جهت y در تنش همه جانبه ۱۰۰ kPa

ماسه خالص در ابتدای بارگذاری نرخ اتساع بالایی

دارد که بیانگر تمایل شدید به افزایش حجم

در حین برش و مقاومت برشی بیشینه است. با افزودن ۲۰ درصد تراشه، نرخ اتساع اولیه و نهایی کاهش یافته و به حدود ۰/۵-۰/۶ می‌رسد، و بنابراین رفتار همچنان اتساعی است. به ازای  $RC=40$ ، نرخ اتساع اولیه منفی می‌شود که نشان‌دهنده تراکم اولیه و نزدیک شدن نمونه به حالت بحرانی است. در نمونه‌های حاوی ۶۰ و ۸۰ درصد، رفتار عمدتاً تراکمی بوده و نرخ دیلاتانسی منفی باقی می‌ماند، اتساع حذف شده و نمونه به زاویه اصطکاک حالت بحرانی نزدیک می‌شود. اینکه در نمونه ۴۰ درصد دائماً نرخ اتساع منفی است نشان می‌دهد که مقادیر زاویه اصطکاک بیشینه و ماندگار تقریباً برابر هستند که این موضوع در قسمت ۰ تایید شده است.

دقت به دو قسمت الف و ب بیانگر آن است که می‌توان رفتار نمونه های ماسه خالص و ۲۰٪ تراشه را ماسه‌مانند و رفتار نمونه های با ۴۰ درصد تراشه یا بیشتر را لاستیک‌مانند تلقی کرد. این مرز با مقداری رواداری، پیشتر در تحقیقات گذشته نیز مورد اشاره قرار گرفته است [۱۵، ۲۳، ۲۶-۲۸].

همچنین در کرنش‌های بالا، نرخ اتساع در نمونه های تراشه دار برای جهت Z عمدتاً بیش تر از جهت Y است که نشان از تمایل نمونه به اتساع دارد. این موضوع در شکل ۱۲ مقایسه جهت Z و Y کاملاً آشکار است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تراشه در جهت Y، کنترل بیشتری بر رفتار حجمی مخلوط اعمال می‌کند.

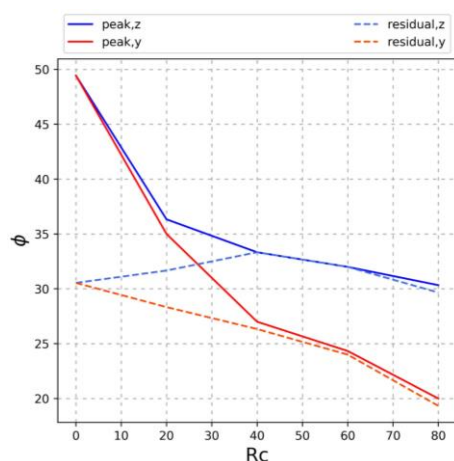
#### ۴-۴- محاسبه پارامترهای مقاومت برشی

با رسم دوایر موهر و استفاده از روابط پایه مکانیک خاک، زاویه اصطکاک و چسبندگی برای هریک از نمونه ها و هر جهت برش به دست می‌آید. با توجه به کوچک بودن مقادیر چسبندگی به دست آمده و به منظور امکان مقایسه راحت تر، زاویه اصطکاک به صورت زاویه سکانتی محاسبه شده است. محاسبه زاویه اصطکاک سکانتی،  $\phi$ ، برای هر مخلوط با RC مشخص، به این صورت است که ابتدا برای همه تنش همه جانبه مشخص،  $\sigma_3$ ، تنش اصلی بزرگتر

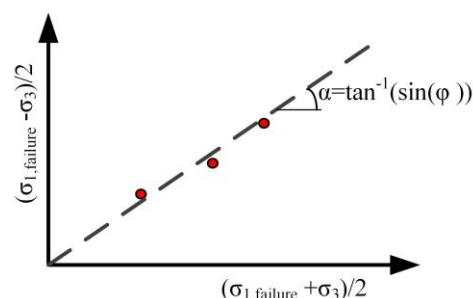
متناظر با گسیختگی  $\sigma_{1, failure}$  مشخص می‌شود. سپس با انجام برخی محاسبات ساده نمودار شکل ۱۳- الف رسم شده و با فرض عرض از مبدا صفر خط پوش برازش داده می‌شود. با داشتن زاویه  $\alpha$  می‌توان زاویه اصطکاک،  $\phi$ ، را برای نمونه با RC مشخص محاسبه کرد. نتایج این محاسبات در شکل ۱۳ نشان داده شده است. در شکل مقادیر جهت Z همواره بزرگتر از جهت Y هستند که به نوعی بیانگر اثر تسلیح تراشه ها در جهت Z است. همانطور که مشاهده می‌شود در نمودار مقادیر زوایای بیشینه با افزایش تراشه همواره کاهش می‌یابد. گرچه باید در نظر داشت که اگر بارگذاری ادامه می‌یافت با توجه به رفتار سخت شونده نمونه های برش داده شده در جهت Z، احتمالاً این سیر همواره نزولی نخواهد بود. در حالت زاویه اصطکاک ماندگار، نمونه های برش داده شده در جهت Y علاوه بر اینکه همواره کوچکتر از زاویه اصطکاک ماسه خالص هستند، دائماً سیر نزولی دارند. چنین روندی مکرر در ادبیات فنی برای مخلوط های ماسه و خرده لاستیک (ذرات ریز لاستیک) گزارش شده است و نشان می‌دهد جهت Y همچون خرده تایلر هیچ حدی از مسلح کنندگی را بروز نمی‌دهد [۲۹-۳۲]. اما  $\phi$  ماندگار در نمونه های جهت Z کم کم افزوده شده و در ۴۰٪ تراشه نقطه بیشینه مشاهده می‌شود و سپس مجدد نمودار نزولی می‌شود؛ بر خلاف جهش برش Y،  $\phi$  ماندگار در نمونه های تراشه دار برش داده شده در جهت Z، هیچگاه کوچکتر از ماسه خالص نیست. بهینه بودن ۴۰ درصد تراشه در ادبیات فنی نیز اشاره شده است. به طور کلی تعداد قابل توجهی از محققین گستره ۴۰ تا ۶۰ درصد را به عنوان مقدار بهینه از نقطه نظر مقاومت گزارش کرده اند [۵، ۲۳، ۲۴ و ۳۳]. برای مقایسه بهتر اعداد به دست آمده در این پژوهش با ادبیات فنی، نتایج برخی محققین که روی مخلوط ماسه و تراشه لاستیک آزمایش سه محوری یا برش مستقیم انجام داده اند، در شکل ۱۳- ج نشان داده شده است [۲۳، ۳۶-۳۴]. برای ایجاد امکان مقایسه، همه مقادیر  $\phi$  نسبت به مقدار  $\phi$  ماسه تعدیل شده اند. همان طور که مشخص است  $\phi$  ماندگار

دیگر محققین قرار دارد.

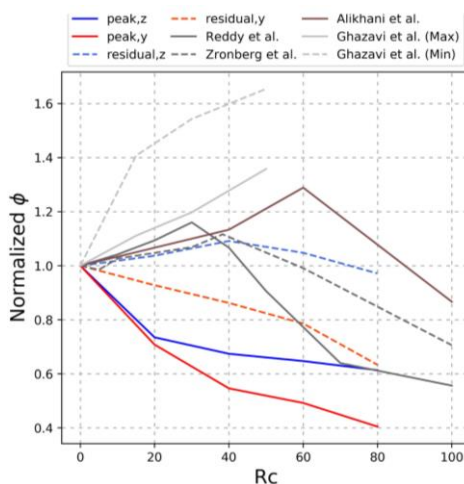
مربوط به جهت Z در گستره مقادیر گزارش شده توسط



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۱۳- (الف) نحوه محاسبه زاویه اصطکاک سکانتی، (ب) زاویه اصطکاک سکانتی محاسبه شده و (پ) مقایسه زاویه اصطکاک سکانتی تعدیل شده در پژوهش حاضر و ادبیات فنی

$$Z = \frac{2N_C}{N_p} \quad (۱۳)$$

که در آن،  $N_C$  تعداد تماس‌ها و  $N_p$  تعداد دانه‌ها است. در این پژوهش تعدادی تماس درون‌دانه‌ای هم وجود دارد (تماس بین ذرات یک تراشه لاستیک که در شکل ۱-ج نشان داده شده‌اند) که اگر از آن‌ها در عبارت  $N_C$  چشم‌پوشی نکنیم، مقدار  $Z$  عددی غیرطبیعی می‌شود. از این رو برای گزارش عدد تماس از تماس‌های درون‌دانه‌ای صرف نظر کرده و صرفاً تماس‌های بین دانه‌ای لحاظ می‌شوند. براساس این مفهوم زمانی که دو دانه در تماس هستند بدون توجه به این‌که تعداد تماس‌های درون‌دانه‌ای و بین‌دانه‌ای آن دو چه مقدار است،  $N_C$  فقط یکی اضافه

## ۵- نتایج و تحلیل‌های میکرو

### ۵-۱- عدد تماس

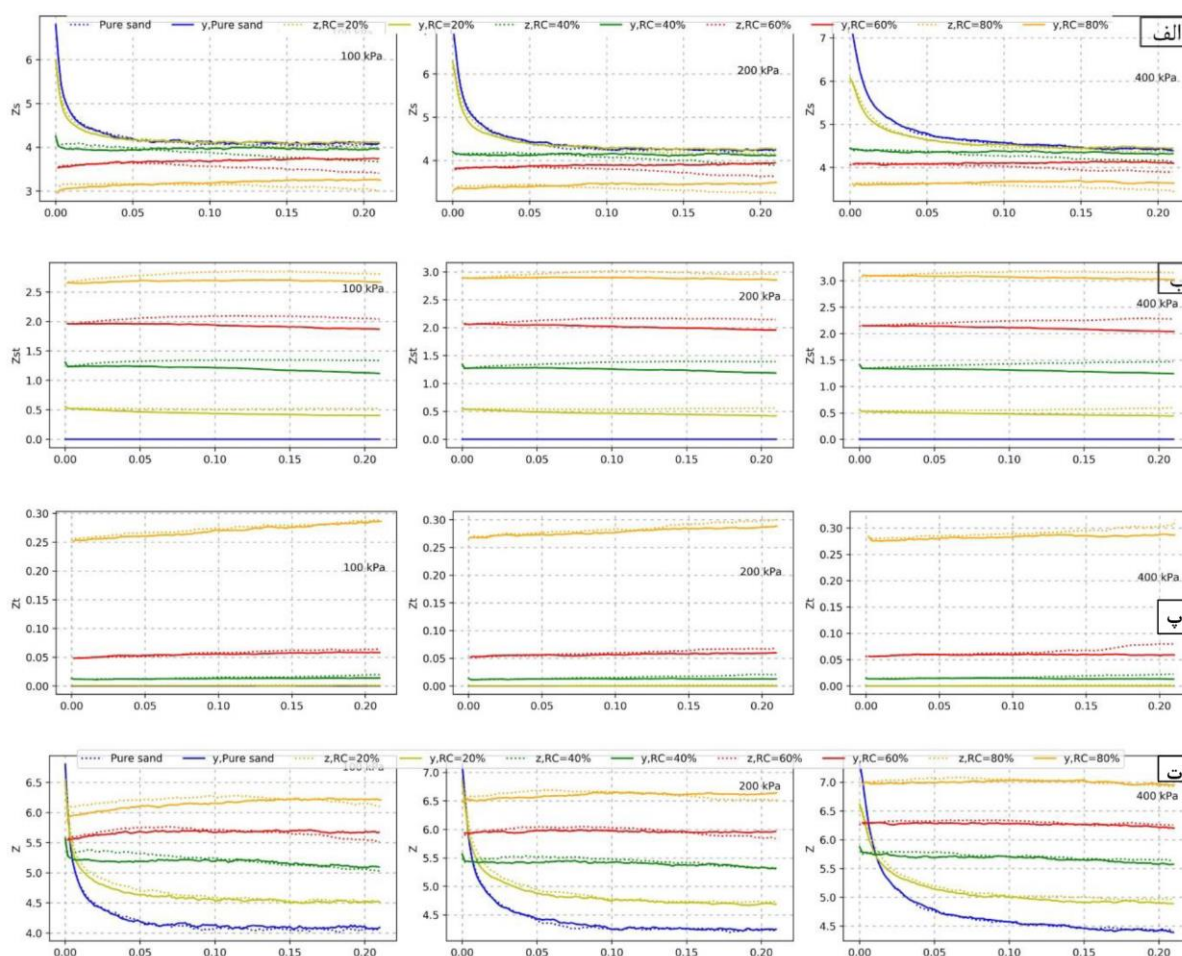
روش DEM می‌تواند داده‌ها را در مقیاس دانه‌ای ارائه دهد. این داده‌های میکرو کمک می‌کنند تا برخی رفتارهای مصالح در مقیاس ماکرو را علت‌یابی کرده و بتوان برای بهبود رفتار مخلوط از تحلیل‌های میکرو استفاده کرد. عدد تماس از جمله این مشخصات میکرو است. به‌وسیله عدد تماس میزان تراکم مخلوط سنجیده می‌شود. به همین دلیل عدد تماس از پارامترهای مهم در حوزه DEM است و به شکل زیر تعریف می‌شود:

خطوط ممتد برای برش در جهت  $y$  و خطوط نقطه چین برای برش در جهت  $z$  است.

شکل ۱۴- الف نشان می‌دهد مقدار  $Z_s$  برای نمونه‌های ماسه خالص و ۲۰ درصد تراشه در کرنش‌های پایین دارای یک سقوط ناگهانی است، در حالی که در دیگر درصدها چنین نیست. همچنین با افزایش کرنش  $Z_s$  در همه نمونه‌ها به مقدار ثابتی میل می‌کند.

می‌شود؛  $N_p$  نیز شمارنده هر دانه است نه ذرات کروی شکل. برای توضیحات بیشتر به پژوهش اسدی و همکاران مراجعه شود [۱۶].

با توجه به مفهوم بالا عدد تماس برای نمونه‌های مختلف محاسبه شده است. در شکل ۱۴- الف تا ت به ترتیب عدد تماس برای کل دانه‌ها ( $Z$ )، تماس‌های بین دانه‌های ماسه ( $Z_s$ )، تماس‌های بین ماسه و تراشه ( $Z_{st}$ ) و تماس‌های بین تراشه‌ها ( $Z_t$ ) جداگانه ارائه شده است.



شکل ۱۴- تغییرات عدد تماس برای نمونه‌های مختلف در جهت  $z$  و  $y$  (الف) عدد تماس ماسه-ماسه، (ب) عدد تماس ماسه-تراشه، (ج) عدد تماس تراشه-تراشه و (د) عدد تماس کل

عدد کوچکی را نتیجه می‌دهد.

دقت به سه قسمت الف تا پ در شکل ۱۴، نکات زیر را آشکار می‌سازد:

۱- در شکل ۱۴- الف که روند تغییرات عدد تماس ماسه،  $Z_s$ ، را نشان می‌دهد، در کرنش‌های پایین تر عدد تماس جهت  $z$  بیش از حالت عمودی  $y$

در دو شکل ۱۴- ب و پ، هرچه درصد تراشه لاستیک بیشتر شود و یا تنش همه جانبه افزایش می‌یابد، عدد تماس بیشتر می‌شود. این نتیجه از نظر فیزیکی هم انتظار می‌رود. کوچک بودن این اعداد به دلیل این است که تماس هر تراشه با تراشه دیگر یک عدد به حساب می‌آید و زمانی که تقسیم به کل تعداد دانه‌ها می‌شود (رابطه ۱۳)

است. البته چنین روندی در نمونه های با درصد بالای تراشه مشاهده نمی شود. دلیل آن انعطاف پذیری دانه هاست که در حین اعمال بارگذاری موجب تماس بیشتر دانه ها باهم شده است. این در حالی است که در این پژوهش از انعطاف پذیری صرف نظر شده است [۲۵].

## ۵-۲- زنجیره نیرو

زنجیره نیرو از داده های معتبر و پرکاربرد در حوزه میکرو است. زنجیره نیرو کمک می کند که نحوه انتقال نیرو از یک توده دانه ای آشکار شود. همچنین در تحلیل های عمیق تر اگر توده متشکل از اجزا با جنس یا اشکال متفاوت باشد، زنجیره نیرو امکان مشاهده بصری نحوه و شدت باربری را فراهم می کند.

در ۱۵۰، نمودارهای زنجیره نیرو عمودی تماس ها برای نمونه های مختلف ارائه شده است. همان طور که واضح است با افزایش درصد تراشه تعداد تماس ها افزایش می یابد اما مقدار نیرو کاهش می یابد. چرا که افزایش تماس ها به دلیل زیاد شدن تراشه ها است و از سویی تراشه ها به دلیل مدول یانگ بسیار پایین، سختی تماس کمی داشته و در نتیجه تماس با آن ها نیروی کمی تولید می کند.

در شکل ۱۶، نمودار زنجیره نیرو برای تماس های ماسه- تراشه در نمونه ۴۰ درصد ارائه شده است. مقیاس رنگ نیروهای تماس در این شکل، تقریباً یک دهم ۰ شکل ۱۵ است. واضح است که افزایش تنش همه جانبه تاثیر قابل توجهی در مقادیر نیروهای بین ذرات دارد و آن ها را به وضوح افزایش می دهد. مسئله مهمی که این شکل نیز بیانگر آن است، بزرگتر بودن شدت نیروهای ماسه- تراشه در جهت  $Z$  نسبت به جهت  $Y$  است. به عبارتی این موضوع بیانگر آن است که تراشه ها در جهت  $Z$  گیرداری بیشتری در درون ماسه دارند و از همین رو نقش مسلح کنندگی خود را بیشتر ایفا کرده و منجر به افزایش مقاومت می شوند. مقایسه دو جهت بارگذاری نشان می دهد زمانی که تراشه ها عمود بر محور بارگذاری هستند (جهت  $Z$ )، افزایش

است، اما در کرنش های بالا این موضوع برعکس می شود. دلیل روند کاهشی تماس های ماسه- ماسه در جهت  $Z$ ، اتساع این نمونه ها است که در شکل های ۱۱ و ۱۲ قابل درک است.

۲- قسمت های ب و پ شکل ۱۴ مقادیر  $Zt$  و  $Zst$  را نشان می دهند که در هر دو این مقادیر سیر خط نسبتاً ثابت است اما در کرنش های بالا مقادیر جهت  $Z$  کمی بزرگتر از جهت  $Y$  می شوند که می تواند به این دلیل باشد که صفحه تراشه عمود بر محور بارگذاری بوده و در نتیجه تماس های بیشتری در جهت  $Z$  حاصل می شود.

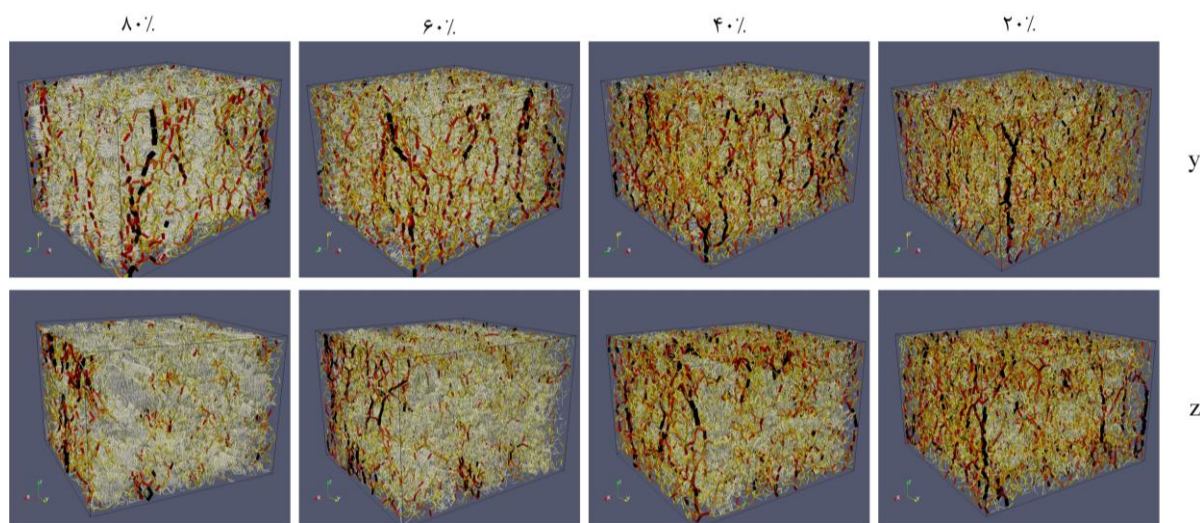
۳- مقادیر عدد تماس کل (شکل ۱۴- ت) عمدتاً تابع تغییرات  $Zs$  است چرا که مقادیر  $Zst$  و  $Zt$  از نظر مقدار کاملاً کوچکتر بوده و وزن عدد تماس ماسه- ماسه بسیار بیشتر است. با توجه به این نکته و دو نکته بالا، مشخص می شود که چرا در کرنش های پایین عدد تماس کل در جهت  $Z$  بیش از  $Y$  است و در کرنش های بالا عدد تماس  $Z$  کمتر از  $Y$  است. گرچه تغییرات تنش همه جانبه مقداری بر این سیر تاثیر می گذارد.

به طور کلی همانطور که در شکل ۱۴- ت پیداست با افزایش درصد تراشه لاستیک عدد تماس کل،  $Z$ ، افزایش می یابد. دانه های تراشه لاستیک تماس بیشتری با دانه های در همسایگی خود ایجاد می کنند و باعث افزایش عدد تماس دانه ای می شوند. برای همه تنش های همه جانبه تقریباً در همه نمونه ها عدد تماس رفته رفته به یک عدد ثابت می رسند و با افزایش کرنش محوری تغییراتشان جزئی است. دقت به شکل نشان می دهد که با افزایش تنش همه جانبه مقادیر عدد تماس نیز افزایش می یابد.

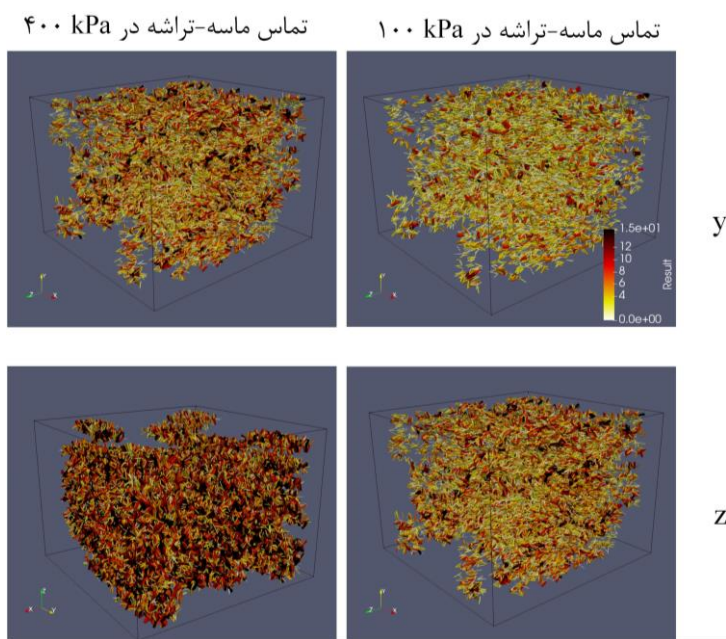
روند نشان داده شده در شکل ۱۴- ت، در ادبیات فنی نیز یافت می شود. به طور مثال لوپراپرز و همکاران در مطالعه روی مخلوط ماسه و خرده لاستیک که همه دانه ها به شکل کروی مدل شده بود، روند کلی نتایج یک سقوط ناگهانی عدد تماس و سپس رسیدن به یک مقدار ماندگار

وجود دارد. از این موضوع می‌توان نتیجه مهمی را استخراج کرد. پیشتر ذیل بررسی شکل ۹، افزایش مقاومت جهت Z نسبت به Y به پدیده تسلیح نسبت داده شد.

تنش همه جانبه منجر به افزایش نیروی ماسه-تراشه می‌شود. این موضوع در بارگذاری جهت Y به وضوح کمتر است، گرچه افزایش نیروهای ماسه-تراشه به مقدار کمی



شکل ۱۵- زنجیره نیروی عمودی تماس‌ها در درصدهای مختلف



شکل ۱۶- زنجیره نیروهای عمودی ماسه-تراشه برای نمونه ۴۰٪ تراشه در دو تنش همه جانبه ۱۰۰ kPa و ۴۰۰ kPa

تراشه می‌شوند. به عبارتی، تراشه در مقابل حرکت نسبی افقی واکنش داده و نیروی خود را بسیج می‌کند. این نیرو سبب یکپارچگی توده شده و از تغییر شکل آن جلوگیری می‌کند و به همین دلیل سبب بروز مقاومت بیشتر نمونه می‌شود.

اکنون براساس داده‌های میکرو می‌توان این پدیده را دقیق‌تر توضیح داد. وقتی تراشه بر محور بارگذاری عمود است، تنش انحرافی سبب ایجاد نیروهای عمودی بین ماسه و تراشه می‌شود. این نیروهای عمودی به واسطه وجود اصطکاک بین دانه‌های ماسه و تراشه، منشأ تولید نیروهای افقی یا برشی و یا به عبارت دیگر، نیروی گیرداری<sup>۱۰</sup> در

<sup>10</sup>- anchor

## ۶- نتیجه گیری

این پژوهش شامل شبیه سازی عددی مخلوط ماسه و تراشه با تمرکز بر بررسی اثر تراشه و جهت بارگذاری (عمود بر صفحه تراشه،  $z$ ، و موازی با صفحه تراشه،  $y$ ) بر پاسخ تنش- کرنش صورت پذیرفته است. فرآیند کالیبراسیون و همچنین در نظر گرفتن شکل تا حدودی به صحت مدل کمک کرده اند. مجموعه تحلیل های ماکرو بیانگر دو نوع رفتار ماسه مانند و لاستیک مانند با مرز ۴۰٪ تراشه بود. براساس پاسخ ها و داده های برداشت شده از شبیه سازی ها، نتایج زیر به دست می آید:

۱- نرم افزار YADE به خوبی توانایی شبیه سازی رفتار یک تراشه در کشش و همچنین رفتار خمشی آن را دارد. این توانایی فرآیند کالیبراسیون را بسیار تسهیل می کند.

۲- با مقایسه نمودار تنش- کرنش در جهت  $y$  و  $z$  نتیجه گرفته شد مقداری کرنش نیاز هست تا عملکرد تسلیحی تراشه ها بسیج شده و همین امر سبب می شود که نمونه ها با بارگذاری در جهت  $z$  در کرنش های بالا مقاومت بیشتری نسبت به نمونه ها در جهت  $y$  داشته باشند. دقیقاً در همین گستره کرنش های بالا نمونه های جهت  $z$  میل به اتساع پیدا می کنند. به نظر می رسد که فرآیند تسلیح در تراشه ها کمی با تاخیر شروع می شود. افزایش لاستیک رفتار اتساعی را به وضوح کاهش می دهد. همچنین افزودن تراشه ها در مجموع موجب کاهش سختی نمونه ها می شوند.

۳- هرگاه صفحه تراشه موازی محور بارگذاری باشد (محور  $y$ )، افزودن تراشه دائماً سبب کاهش زاویه اصطکاک می شود. از سوی دیگر، هرگاه صفحه تراشه عمود بر محور بارگذاری باشد (محور  $z$ ) زاویه اصطکاک ناشی از تنش ماندگار برای نمونه با ۴۰٪ تراشه بیشترین مقدار را نشان می دهد؛ گرچه زاویه اصطکاک به دست آمده از تنش های بیشینه همواره کاهشی است. اثر مسلح کنندگی به طور متوسط زاویه اصطکاک را ۵ درجه افزایش می دهد. در درصد های بالا تراشه این مقدار چیزی حدود ۲۰٪ افزایش در زاویه اصطکاک است.

۴- تعداد تماس های بین دانه ها با افزایش دانه های لاستیک افزایش می یابند. این به دلیل تغییر شکل دانه های لاستیک تحت فشار و تماس با دانه های مجاور است. که این نتیجه با مشاهدات فیزیکی همخوانی دارد. مقایسه تماس های ماسه- تراشه نشان می دهد که در تنش همه جانبه یکسان، نیروهای جهت  $z$  بیش از  $y$  است که به طور کیفی بیانگر اثر تسلیح تراشه در هنگام بارگذاری در جهت  $z$  است.

## قدردانی

نویسنده مراتب قدردانی خود را نسبت به داوران محترم که با دقت و توجه خویش موجب ارتقا سطح علمی مقاله شدند ابرار می دارد. همچنین از خانم مهندس صالحی که تلاش هایی در انجام آزمون های آزمایشگاهی و برخی مراحل شبیه سازی داشتند کمال تشکر به عمل می آید.

## References

- [1] Singh P, Bo MW, Leong EC, Soltani A, Banasiak L, O'Kelly BC, et al. Material recovery from waste rubber tyres and their geoenvironmental utilisation: a review. *Environmental Geotechnics*. 2025; 12(6): 467-480. doi: 10.1680/jenge.24.00103
- [2] Erscovis DMS, Sieira ACCF, Medeiros LV, Sayão ASFJ. Scrap tire: a civil engineering material. *International Journal of Engineering*. 2004; 17: 1-24.
- [3] Yoon S, Prezzi M, Siddiki NZ, Kim B. Construction of a test embankment using a sand-tire shred mixture as fill material. *Waste Management*. 2006; 26(9): 1033-1044. doi: 10.1016/j.wasman.2005.10.009
- [4] Youwai S, Bergado DT. Strength and deformation characteristics of shredded rubber tire- sand mixtures. *Canadian Geotechnical Journal*. 2003; 40(2): 254-264. doi: 10.1139/t02-104

- [5] Mashiri MS, Vinod JS, Sheikh MN, Tsang H-H. Shear strength and dilatancy behaviour of sand–tyre chip mixtures. *Soils and Foundations*. 2015; 55(3): 517-528. **doi: 10.1016/j.sandf.2015.04.004**
- [6] Amel-Sakhi M. Optimization of waste tire chip dimensions to improve sand strength: Isfahan: Isfahan University of Technology; 2001. [In Persian]
- [7] Ghazavi M, Amel-Sakhi M. Influence of Optimized Tire Shreds on Shear Strength Parameters of Sand. *International Journal of Geomechanics*. 2005; 5(1): 58-65. **doi:10.1061/(ASCE)1532-3641(2005)5:1(58)**
- [8] Qafuri Amirbande S, Saba HR, Nokandeh M. Investigation of the effect of Sizes Crumbed of worn Tires in shear strength parameters of Sandy soil. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*. 2023; 55(4): 893-910. **doi: 10.22060/ceej.2017.11800.5082** [In Persian]
- [9] Kazemzadeh M, Moghadam MJ, Zad A. Influence of Tire-Shred Aspect Ratio on Performance of Mechanically Stabilized Retaining Walls. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2024; 49(4): 4597-4619. **doi:10.1007/s13369-023-08184-y**
- [10] Ghazavi M, Khosroshahi E. Bearing capacity of circular footings on multi-layered sand-waste tire shreds reinforced with geogrids. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2024; 16(3): 1085-1094. **doi: 10.1016/j.jrmge.2023.04.026**
- [11] Mohammad Ebrahimi MA, Amel-Sakhi M, Bakhtyari-Doust R. Numerical analysis of lateral displacement and bending moment of double-anchored sheet pile with tire-chip-reinforced backfill under static and pseudo-static conditions. *Journal of Earthquake Science and Engineering*. 2024; 11(2): 73-83. **doi: 10.48303/bese.2023.1989384.1110**
- [12] Amel-Sakhi M, Mohammad Ebrahimi MA, Bakhtyari-Doust R. Numerical investigation of the effect of waste tire–chip–reinforced sand on sheet pile behavior. *Journal of the Iranian Society for Engineering Geology*. 2024; 17 (2): 1-14. [In Persian]
- [13] Cundall PA, Strack ODL. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*. 1979; 29(1): 47-65. **doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47**
- [14] Kozicki J, Niedostatkiewicz M, Tejchman J, Muhlhaus H-B. Discrete modelling results of a direct shear test for granular materials versus FE results. *Granular Matter*. 2013; 15(5): 607-627. **doi:10.1007/s10035-013-0423-y**
- [15] Lopera Perez JC, Kwok CY, Senetakis K. Effect of rubber size on the behaviour of sand-rubber mixtures: A numerical investigation. *Computers and Geotechnics*. 2016; 80: 199-214. **doi: 10.1016/j.compgeo.2016.07.005**
- [16] Asadi M, Mahboubi A, Thoeni K. Discrete modeling of sand–tire mixture considering grain-scale deformability. *Granular Matter*. 2018; 20(2): 18. **doi:10.1007/s10035-018-0791-4**
- [17] Zhang J-Q, Wang X, Yin Z-Y. DEM-based study on the mechanical behaviors of sand-rubber mixture in critical state. *Construction and Building Materials*. 2023; 370: 130603. **doi: 10.1016/j.conbuildmat.2023.130603**
- [18] Gong L, Nie L, Xu Y, Wang H, Zhang T, Du C, et al. Discrete element modelling of the mechanical behaviour of a sand-rubber mixture containing large rubber particles. *Construction and Building Materials*. 2019; 205: 574-585. **doi: 10.1016/j.conbuildmat.2019.01.214**
- [19] Zhang J, Chen X, Zhang J, Jitsangiam P, Wang X. DEM investigation of macro- and micro-mechanical properties of rigid-grain and soft-chip mixtures. *Particuology*. 2021; 55: 128-139. **doi: 10.1016/j.partic.2020.06.002**
- [20] Lv Y, Yang S, He Y, Ma X, Pang M, Xiong L. Discrete element analysis of sand-tyre chips mixtures with different tyre chip orientations under triaxial compression tests. *Construction and Building Materials*. 2023; 365: 130081. **doi: 10.1016/j.conbuildmat.2022.130081**
- [21] Asadi M, Thoeni K, Mahboubi A. An experimental and numerical study on the compressive behavior of sand-rubber particle mixtures. *Computers and Geotechnics*. 2018; 104: 185-195. **doi: 10.1016/j.compgeo.2018.08.006**
- [22] ASTM D638. ASTM D638-14,. Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics: ASTM International; 2015.
- [23] Zornberg JG, Cabral AR, Viratjandr C. Behaviour of tire shred – sand mixtures. *Canadian Geotechnical Journal*. 2004; 41(2): 227-241. **doi:10.1139/t03-086**
- [24] Lee JH, Salgado R, Bernal A, Lovell CW. Shredded Tires and Rubber-Sand as Lightweight Backfill. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 1999; 125(2): 132-141. **doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(1999)125:2(132)**
- [25] Lopera Perez JC, Kwok CY, Senetakis K. Micromechanical analyses of the effect of rubber size and content on sand-rubber mixtures at the critical state. *Geotextiles and Geomembranes*. 2017; 45(2): 81-97. **doi: 10.1016/j.geotexmem.2016.11.005**
- [26] Lok T, Yu H. Laboratory Study on the Mechanical Behavior of Tire Chip-Sand Mixture. *Pavement Mechanics and Performance: American Society of Civil Engineers*. 2006; 157-164.

- [27] Lee C, Truong QH, Lee W, Lee J-S. Characteristics of Rubber-Sand Particle Mixtures according to Size Ratio. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2010; 22(4): 323-331. **doi: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0000027**
- [28] Madhusudhan Br, Boominathan A, Banerjee S. Engineering properties of sand–rubber tire shred mixtures. *International Journal of Geotechnical Engineering*. 2019; 1-17. **doi:10.1080/19386362.2019.1617479**
- [29] Balaban E, Ales S, and Onur MI. Influence of tire crumbs on mechanical properties of sand-fine soil mixtures. *Geomechanics and Geoengineering*. 2022; 17(1): 64-79. **doi:10.1080/17486025.2019.1688870**
- [30] Abdullah W, Anfal A, Waleed E, Rana A-F, and AlKhamis M. Evaluation of Sand-tire Crumb Mixtures as Lightweight Fill Materials. *Geomechanics and Geoengineering*. 2023; 18(3): 208-221. **doi: 10.1080/17486025.2021.2024897**
- [31] Mizher D, Tsang H-H, Disfani MM. Effects of bitumen on shear strength parameters of soil-rubber mixtures. *Case Studies in Construction Materials*. 2024; 20: e03094. **doi: 10.1016/j.cscm.2024.e03094**
- [32] Shariatmadari N, Mohsen N, and Rezvani R. Stress–strain behavior of marine calcareous soil-tire mixtures. *Marine Georesources & Geotechnology*. 2022; 40(6): 739-750. **doi:10.1080/1064119X.2021.1937411**
- [33] Hataf N, Rahimi MM. Experimental investigation of bearing capacity of sand reinforced with randomly distributed tire shreds. *Construction and Building Materials*. 2006; 20(10): 910-916. **doi: 10.1016/j.conbuildmat.2005.06.019**
- [34] Reddy SB, Kumar DP, Krishna AM. Evaluation of the Optimum Mixing Ratio of a Sand-Tire Chips Mixture for Geoengineering Applications. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2016; 28(2): 06015007. **doi: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0001335**
- [35] Ghazavi M, Amel-Sakhi M. Optimization of Aspect Ratio of Waste Tire Shreds in Sand-Shred Mixtures Using CBR Tests. *Geotechnical Testing Journal*. 2005; 28(6): 564-569. **doi:10.1520/GTJ12126**
- [36] Alikhani M, Asadi M. Investigation of the Effect of Chips Orientation on the Shear Strength of Sand-Rubber Chips Mixture *Journal of civil and environmental engineering*. 2023; 54(1): 131-141. **doi: 10.22034/CEEJ.2023.53947.2196** [In Persian]