



University Of Qom



Identification of Damage and Model Updating Using Residual Force Modal Analysis and Optimization Algorithms

Reza Aghajani¹, Omid Azizpour Miandoab^{2✉}, Seyed Sina Kourehli³,
Ashkan Khodabandehlou⁴

1. Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Urmia Branch, Islamic Azad University, Urmia, Iran. E-mail: reza.aghajani91@gmail.com
2. Corresponding author, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Urmia Branch, Islamic Azad University, Urmia, Iran. E-mail: omid.azizpour@iau.ir
3. Associate Professor, Department of Civil Engineering, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz, Iran. E-mail: ss.kourehli@azaruniv.ac.ir
4. Associate Professor, Department of Civil Engineering, Urmia Branch, Islamic Azad University, Urmia, Iran. E-mail: a.khodabandehlou@iaurmia.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 10 Nov 2024
Revised 23 Jan 2025
Accepted 02 Mar 2025
Published 10 Mar 2025

Keywords:
Model Updating,
Damage Detection,
Modal Analysis,
Residual Force Modal,
Optimization Algorithms.

ABSTRACT

Currently, detecting structural failures is considered a highly vital and essential method in all branches of engineering. This method assists in improving the quality of life and safety by providing the necessary conditions to increase the useful life of structures and prevent the spread of damage. One of the efficient and widely used methods for detecting failures is to utilize their effects on the dynamic or static responses of structures. This method can serve as a key indicator for detecting and analyzing failures and vulnerable points in structures. In this article, a model updating approach has been employed to detect and determine possible damaged locations in structures. Additionally, a new objective function has been proposed to evaluate the extent of damage based on the combination of residual modal forces and natural frequencies. This objective function, using equilibrium algorithms, differential evolution, cluster analysis, and ant colony optimization, determines the location and severity of existing damages. To assess the accuracy and validity of the presented theory, two numerical examples have been conducted, involving two three-dimensional footings with 25 and 72 elements. These examples cover dual and quadruple damage scenarios in the elements, demonstrating that this theory is capable of accurately detecting the locations and severity of damages in the presence of noisy data and effectively contributing to the correction and improvement of the quality and safety of structures.

Cite this article: Aghajani R, Azizpour Miandoab O, Kourehli SS, Khodabandehlou A. Identification of Damage and Model Updating Using Residual Force Modal Analysis and Optimization Algorithms. Civil Infrastructure Researches. 2025; 11(1): 87-104. <https://doi.org/10.22091/cer.2025.11502.1584>



Introduction

Structural health monitoring is an essential aspect of modern civil engineering, contributing to the safety, durability, and longevity of infrastructures. Damage detection through variations in the dynamic response of structures is a widely accepted methodology. This study introduces a model updating technique incorporating residual force modal analysis combined with optimization algorithms to identify and quantify damage in structures.

Methodology

A novel objective function is proposed, integrating residual modal forces and natural frequencies. The model updating procedure is implemented using various metaheuristic optimization algorithms including Equilibrium Optimizer (EO), Differential Evolution (DE), Multi-Swarm Algorithm (MSA), and Ant Lion Optimizer (ALO). Damage scenarios are simulated using changes in the modulus of elasticity in finite element models. The optimization algorithms aim to minimize the proposed objective function, effectively identifying the damage location and severity.

Results and Discussion

Two 3D truss structures consisting of 25 and 72 elements were analyzed under dual and multiple damage scenarios, both with and

without added noise. The results demonstrate that the proposed objective function, alongside the employed algorithms, is highly accurate in identifying the damage parameters. Among the algorithms, EO exhibited superior convergence and precision. Additionally, the method proved robust in noisy environments, maintaining high detection accuracy and no false positives.

Conclusion

The presented approach validates the efficacy of residual force-based model updating for structural damage assessment. It is particularly suitable for noisy environments and yields highly reliable results. The integration of modal data into the optimization framework enhances the capability to detect and quantify damage with minimal computational effort.

Declaration of Competing Interest

■ **No competing interests:** The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Authors' Contributions

All authors contributed equally to the conceptualization, development, and preparation of this manuscript.



شناسایی آسیب و به‌روزرسانی مدل با استفاده از روش نیروی باقی‌مانده مودال و الگوریتم‌های بهینه‌یابی

رضا آقاجانی^۱، امید عزیزپور میان‌دوآب^۲، سید سینا کوره‌لی^۳، اشکان خدابنده‌لو^۴

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران. رایانامه: reza.aghajani91@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران. رایانامه: omid.azizpour@iau.ir

۳. دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز، ایران. رایانامه: ss.kourehli@azaruniv.ac.ir

۴. دانشیار، گروه مهندسی عمران، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران. رایانامه: a.khodabandehlou@iaurmia.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۸/۲۰

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۱/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۲

تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۱۲/۲۰

کلیدواژه‌ها:

به‌روزرسانی مدل،

تشخیص آسیب،

آنالیز مودال،

نیروی باقی‌مانده مودال،

الگوریتم بهینه‌سازی

در حال حاضر، تشخیص خرابی‌های سازه‌ها به‌عنوان روشی بسیار حیاتی و ضروری در تمامی رشته‌های مهندسی به‌شمار می‌رود. این روش با فراهم کردن شرایط لازم برای افزایش عمر مفید سازه‌ها و جلوگیری از گسترش آسیب، به بهبود کیفیت زندگی و ایمنی افراد کمک می‌کند. یکی از روش‌های کارآمد و پرکاربرد برای تشخیص خرابی‌ها، استفاده از اثرات آن‌ها بر پاسخ‌های دینامیکی یا استاتیکی سازه‌ها می‌باشد. این روش می‌تواند به‌عنوان یک شاخص کلیدی برای تشخیص و تحلیل خرابی‌ها و نقاط آسیب‌پذیر در سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله، از یک روش به‌روزرسانی مدل برای تشخیص و تعیین مکان‌های ممکن آسیب‌دیده در سازه‌ها استفاده شده است. همچنین، برای ارزیابی میزان آسیب، یک تابع هدف جدید با عملکرد مطلوب براساس ترکیب نیروی باقی‌مانده مودال و فرکانس‌های طبیعی ارائه شده است. این تابع هدف با استفاده از الگوریتم‌های تعادلی، تکاملی تفاضلی، دسته‌بندی پروانه‌ها و بهینه‌سازی شیر مورچه، مکان و شدت آسیب‌های موجود را تعیین می‌کند. برای ارزیابی دقت و صحت تئوری ارائه‌شده، دو مثال عددی انجام شده است که شامل دو خرابی سب‌بعدی با ۲۵ و ۷۲ المان است. این مثال‌ها شامل دو سناریوی آسیب دوگانه و چهارگانه در المان‌ها بوده و نتایج نشان داده است که این تئوری قادر است با دقت بسیار بالا مکان و شدت آسیب‌ها را در حضور اطلاعات نویزدار تشخیص دهد و به‌طور مؤثر در تصحیح و بهبود کیفیت و ایمنی سازه‌ها عمل کند.

استناد: آقاجانی رضا، عزیزپور میان‌دوآب امید، کوره‌لی سید سینا، خدابنده‌لو اشکان. شناسایی آسیب و به‌روزرسانی مدل با استفاده از روش نیروی باقی‌مانده مودال و الگوریتم‌های بهینه‌یابی. *پژوهش‌های زیرساخت‌های عمرانی*. ۱۴۰۴؛ ۱۱(۱): ۸۷-۱۰۴.

<https://doi.org/10.22091/cer.2025.11502.1584>

۱- مقدمه

روش به‌روزرسانی اجزای محدود با تعیین پارامترهای ناشناخته، برای شناسایی آسیب در سازه استفاده می‌شود. این پارامترها ممکن است شامل مدول الاستیسیته و یا چگالی بتن باشند که در نتیجه وجود آسیب در سازه تغییر می‌کنند. این تغییرات منجر به کاهش ماتریس سختی و ماتریس جرم می‌شود. انتخاب یک تابع هدف، به‌روزرسانی پارامترها و استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌یابی سه مرحله‌ای اقدامات اصلی در به‌روزرسانی اجزای محدود می‌باشد. به‌روزرسانی مدل اجزای محدود این امکان را فراهم می‌کند تا مدل سازه با وضعیت سالم و مکان و مقدار آسیب در مواجهه با رخداد لرزه‌ای صحت‌سنجی شود. صحت‌سنجی مدل سازه سالم از اهمیت بسیاری برخوردار است، زیرا مهندسان می‌توانند با استفاده از این مدل‌ها ارزیابی قابل‌اعتمادی از سناریوهای لرزه‌ای آینده داشته باشند. به‌بیان دیگر، به‌روزرسانی مدل اجزای محدود در مواجهه با رخداد لرزه‌ای، امکان شناسایی آسیب در سازه را فراهم می‌کند. پس از به‌دست آوردن مدل اجزای محدود سازه آسیب‌دیده، می‌توان از ارزیابی قابلیت اطمینان لرزه‌ای برای تخمین عمر باقی‌مانده سازه‌ها استفاده کرد [۱].

هولاند^۱ در سال ۱۹۷۵ برای اولین بار با پیشنهاد الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ژنتیک اولیه استاندارد ایجاد کرد که تابع هدف آن به‌طور کامل براساس فرکانس طبیعی بوده و سپس از اشکال مودی به‌عنوان یکی دیگر از پارامترهای معمول برای شاخص آسیب از طریق شاخص اطمینان مودال (MAC^2) استفاده شد و برخی از مشتقات آن مانند ضریب انعطاف‌پذیری به‌عنوان تابع هدف معرفی گردید. در ادامه، تابع هدف از منظر اصل انرژی کرنشی را توصیف شد و سپس تابع هدف اصلاح شده با در نظر گرفتن فرکانس‌های طبیعی را ارائه گردید.

محققان الگوریتم ژنتیک را برای به‌روزرسانی اجزای محدود معرفی کردند و پژوهشگران بعدی با اضافه کردن تأثیر فرکانس‌های طبیعی، شاخص اطمینان مودال کلی اصلاح‌شده ($MTMAC^3$) را بهبود دادند [۲]. لوین و لایون^۴ در تحقیقی درباره الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای به‌روزرسانی مدل اجزای محدود مقایسه‌ای انجام دادند و بهینه‌سازی در حوزه‌های مودال و فرکانس را براساس داده‌های شبیه‌سازی بررسی کردند [۳]. کاردن و فنینگ^۵، روش‌های پایش وضعیت مبتنی بر ارتعاش و تکنیک‌های به‌روزرسانی مدل را مورد بررسی قرار دادند [۴]. مطالعات بر روی به‌روزرسانی مدل اجزای محدود نیز انجام شده که چارچوب‌های نظری آن‌ها را مشخص کرده‌اند [۵ و ۶]. همچنین، تحقیقات مهمی در زمینه کالیبراسیون و صحت‌سنجی مدل‌های اجزای محدود از طریق آزمون‌های ارتعاشی توسط محققان ارائه شده است [۸]. مطالعه انجام‌شده توسط بوروشک^۶ و همکاران نیز تأیید می‌کند که فرضیات مدل‌سازی با استفاده از ویژگی‌های دینامیکی صحیح می‌باشند [۹]. یو^۷ و همکاران، مدل را با بهره‌گیری از توابع پاسخ فرکانسی و فرکانس‌های مودال بروزرسانی کردند. سپس این مدل به‌روزشده را با پاسخ‌های دینامیکی اندازه‌گیری شده تحت ارتعاش سینوسی مقایسه نمودند. نتایج نشان داد که این مدل به‌روزشده به‌طور قابل‌قبولی رفتار دینامیکی سازه را تداوم می‌بخشد [۱۰]. محققان، مقادیر مودال یک برج ناقوس بنایی با ترک‌های بزرگ را شناسایی کرده و ارتعاشات محیطی را بر روی آن تست کردند. با کالیبره کردن مدل اجزای محدود و تغییر ویژگی‌های مصالح، نشان دادند که ویژگی‌های مصالح در نواحی آسیب‌دیده پس از به‌روزرسانی مدل، کمتر از ویژگی‌های سایر قسمت‌های سازه است [۱۱].

³- Modified total modal assurance criterion

⁴ Levin and Lieven

⁵- Carden and Fanning

⁶- Boroschek

⁷-Yu

¹- Holland

²- Modal Assurance Criterion

سایوز^۸ و همکاران، روش توسعه یافته فیلتراسیون کالمن را برای شناسایی همزمان مقادیر سختی المان‌های سازه در زمان لرزه‌های آسیب‌زا استفاده کردند. این شناسایی باعث تعیین مقادیر و مکان آسیب‌های سازه می‌شود. نتایج نشان دادند که مقادیر سختی کاهش یافته توسط این روش، با آسیب‌های شناسایی شده توسط بازرسی‌های عینی و اندازه‌گیری‌های کرنشی، تطابق قابل توجهی دارند [۱۲]. در تحقیقی دیگر، یک روش به‌روزرسانی مدل اجزای محدود برای پارامترهای سازه‌ای ارائه شد. این روش با استفاده از روش حداقل مربعات غیرخطی صحت‌سنجی شده و در آزمایش‌هایی بر روی قاب‌های فولادی و بتن آرمه تحت شرایط مختلف استفاده شده است [۱۳]. بلری^۹ و همکاران، بر روی سازه بتنی سه طبقه‌ای مطالعه‌ای انجام دادند. آن‌ها از طریق آزمایش لرزه‌ای بر روی میز لرزه به تحلیل پاسخ‌های لرزه‌ای سازه پرداختند و با بررسی همبستگی بین تغییرات مشاهده شده در پارامترهای مودال و آسیب واقعی، ارزیابی انجام دادند [۱۴]. باسولی^{۱۰} و همکاران، برای بررسی آسیب‌دیده بود، روشی برای به‌روزرسانی مدل اجزای محدود ارائه کردند. در این تحقیق، خصوصیات مکانیکی برج و حالت آسیب‌دیده آن بررسی شد و ویژگی‌های مختلف مصالح به نواحی آسیب‌دیده متصل گردید [۱۵]. محققان، تغییرات فرکانس‌های مودال یک برج تاریخی در ایتالیا پس از زلزله سال ۲۰۱۶ را بررسی کردند. آن‌ها پاسخ غیرخطی سازه را پیش‌بینی و با یک مدل اجزای محدود کالیبره شده مقایسه کردند و متوجه شدند که کاهش در فرکانس‌های مودال با مدل اجزای محدود هماهنگ است [۱۶]. باقرخانی و همکاران، از الگوریتم ژنتیک و روش انحنای شکل مودی برای تشخیص خرابی‌های سازه‌ها استفاده کردند. ابتدا با محاسبه

منحنی‌های شکل مودی، مکان خرابی‌ها را شناسایی کردند. سپس با حل مسئله بهینه‌سازی، شدت خرابی‌ها در المان‌های مختلف سازه تعیین شد. این روش قابلیت استفاده در شرایط واقعی سازه‌ها را داراست و می‌تواند با نويز مقابلہ کند [۱۷]. دسنا^{۱۱} و همکاران، روشی جدید برای به‌روزرسانی مدل‌های المان محدود ارائه داده‌اند. این روش با استفاده از بهبودیافته‌ای از تکنیک بهینه‌سازی جهانی، قابلیت جستجوی جهانی محلی را به مدل‌های اصلی اضافه می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که این روش نسبت به روش‌های قبلی، مؤثرتر و کم‌هزینه‌تر بوده و در مطالعات موردی، دقت و عملکرد محاسباتی مناسبی داشته است [۱۸]. در پژوهشی، روش عددی ساده‌ای برای تشخیص آسیب در سازه‌ها ارائه شد که از بردار نیروی باقیمانده مودال و تجزیه مقادیر و بردارهای ویژه استفاده می‌کند. این روش در یک خرپا با ۶۹ عضو، مورد بررسی قرار گرفت که به‌صورت دومارحله‌ای عمل می‌کند، جایی که تشخیص محل آسیب با استفاده از بردار نیروی باقیمانده مودال انجام می‌شود [۱۹]. جی^{۱۲} و همکاران نیز با استفاده از اصول بردار نیروی باقیمانده مودال، روشی جدید برای تشخیص محل آسیب در سازه‌ها ارائه دادند. آن‌ها با بهبود روش انطباق منحنی حداقل مربعات غیرخطی، می‌توانند محل و شدت آسیب در انواع سازه‌ها را تشخیص دهند. این روش بر مدل‌سازی آسیب با تغییرات در سطح مقطع المان‌ها متمرکز است و از اصول تحلیل کلاسیک سازه‌ها استفاده می‌کند [۲۰].

در این تحقیق، هدف ما ارائه روشی جدید برای ارزیابی آسیب در سازه‌ها بوده است که از روش نیروی باقی‌مانده مودال و تابع هدف پیشنهادی مبتنی بر ترکیب نیروی باقی‌مانده مودال و فرکانس‌های طبیعی استفاده می‌کند. برای این منظور، دو مدل عددی از یک سازه سه‌بعدی را با استفاده از روش اجزای محدود در محیط

⁸- Soyoz⁹- Belleri¹⁰- Bassoli¹¹- Dessena¹²-Ge

که در آن $[M]$ ماتریس جرم، $[C]$ ماتریس میرایی، $[K]$ ماتریس سختی سازه و $\{X\}$ ، $\{\dot{X}\}$ و $\{\ddot{X}\}$ به ترتیب بردارهای جابه‌جایی، سرعت و شتاب و نهایتاً $\{F\}$ بردار نیروی اعمالی به سیستم است.

اگر معادله (۱) در حوزه مودال تبدیل شود، می‌توان برای مود i ام یک معادله مقدار ویژه تشکیل داد. سپس:

$$(-\omega_i^2[M] + j\bar{\omega}_i[C] + [K])\{\bar{\phi}\}_i = \{0\} \quad (2)$$

که در آن $j = \sqrt{-1}$ و $\bar{\omega}_i$ مقدار ویژه مختلط i ام است. در این معادله، قسمت حقیقی $\{\bar{\phi}\}_i$ به اشکال مودی نرمالایز شده $\{\phi\}_i$ بازمی‌گردد، در حالی که قسمت موهومی $\bar{\omega}_i$ ، فرکانس طبیعی ω_i را مربوط می‌کند. از این معادله می‌توان دریافت که تغییر در ماتریس‌های جرم و سختی، سبب تغییرات در خصوصیات مودال سازه می‌شود. با در نظر گرفتن فرم ارتعاش آزاد سازه و صرف‌نظر کردن از میرایی، معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (3)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق، پاسخ سیستم به صورت زیر درمی‌آید:

$$\{X_{(t)}\} = \{\alpha\} \sin(\omega t + \theta) \quad (4)$$

که در آن، $\{\alpha\}$ بردار دامنه ارتعاش بوده و ω و θ به ترتیب مقادیر فرکانس طبیعی و زاویه اختلاف فاز سیستم می‌باشد. با مشتق‌گیری از جواب حاصله و جایگذاری آن در معادله داریم:

$$[K]\{\alpha\} \sin(\omega t + \theta) - [M]\omega^2 \{\alpha\} \sin(\omega t + \theta) = 0 \quad (5)$$

که از آن:

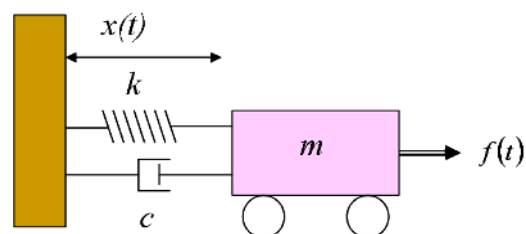
$$[[K - \omega^2[M]]]\{\alpha\} = 0 \quad (6)$$

در صورتی معادله بالا دارای جواب منحصر به فرد است که دترمینان ماتریس ضرایب برابر با صفر باشد، یعنی:

برنامه‌نویسی متلب ایجاد کرده‌ایم. هدف اصلی این روش، تعیین شاخص آسیب به صورت مجهول با استفاده از تابع هدف و الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌باشد. برای مدل‌سازی آسیب در سازه واقعی، یک شاخص آسیب بر مبنای سناریوی آسیب موردنظر تعریف شده و در مدول الاستیسیته المان‌های سازه ضرب می‌شود که این اقدام منجر به کاهش سختی المان‌های سازه می‌گردد. ماتریس سختی کل سازه از سرهم‌بندی ماتریس سختی المان‌های آن به دست می‌آید. بنابراین آسیب وارد شده در مدول الاستیسیته المان‌های سازه، در نهایت، خود را به صورت کاهش سختی کل سازه نشان می‌دهد. این فرآیند با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی و تابع هدف مشخص تا زمانی که اختلاف کمینه ممکن بین شاخص آسیب مجهول و شاخص آسیب معلوم به دست آید، ادامه می‌یابد.

۲- مبانی دینامیک سازه‌ها

در فرآیند به‌روزرسانی مدل اجزای محدود دینامیکی، به طور عمومی، از خصوصیات مودال استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، از فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی، این پارامترها باید به طور دقیق مورد بررسی قرار گیرند. خصوصیات مودال با ویژگی‌های فیزیکی سازه مرتبط است. شکل ۱ و رابطه (۱)، سیستم یک درجه آزادی را نشان می‌دهد که تمامی سازه‌های الاستیک با استفاده از ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی که در زمان توزیع یافته، توصیف می‌شوند.



شکل ۱- سیستم یک درجه آزادی

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (1)$$

مودی می‌باشد. با استفاده از این روابط و خاصیت تعامد مودهای ارتعاشی، روابط کلیدی (۱۱) و (۱۲) در دینامیک سازه قابل دستیابی خواهند بود. با استفاده از این روابط می‌توان پارامترهای مودال ثانویه سازه نظیر ماتریس نرمی یا دیگر پارامترها را تشکیل داد.

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] = [I] \quad (11)$$

$$[\Theta]^T [M] [\Theta] = [\Lambda] \quad (12)$$

در ادامه، از روابط ذکرشده، اشکال مودی و فرکانس‌های طبیعی سازه برای تشکیل تابع هدف استفاده خواهد شد. با استفاده از این تابع هدف، محل و میزان آسیب در سازه شناسایی می‌شود.

۲-۱- فرمول‌بندی مسئله آسیب

در مدل‌سازی آسیب، فرض بر این است که آسیب بیشتر بر روی ماتریس سختی سازه‌ها تأثیر دارد تا ماتریس جرم، کاهش در ماتریس سختی با کاهش در مدول الاستیسیته مصالح سازه مدل‌سازی شود. شاخص α_i به‌عنوان نماینده آسیب در المان i ام سازه تعریف می‌شود که مقدار صفر برای المان سالم و مقدار یک برای آسیب‌دیدگی کامل، نشان‌دهنده آن المان است. مقادیر بین صفر و یک نمایانگر درصد شدت آسیب در آن المان می‌باشند.

$$k_i^\alpha = k_i(1 - \alpha_i), \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) k_i^α نماینده سختی کاهش‌یافته المان i ام از سازه آسیب‌دیده، k_i سختی المان i ام از سازه سالم و α_i نماینده شدت آسیب مربوط به المان i ام می‌باشد.

ماتریس سختی کل سازه آسیب‌دیده توسط سرهم‌بندی ماتریس سختی المان‌های آسیب‌دیده به‌صورت تابعی از شاخص آسیب هرکدام از المان‌های سازه به‌صورت رابطه زیر تشکیل خواهد شد:

$$k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \bigcup_{i=1}^n K_i^\alpha \quad (14)$$

$$[K - [M]\omega^2] = 0 \quad (7)$$

از حل معادله بالا، مقادیر فرکانس‌های طبیعی برای مودهای ارتعاشی آن محاسبه می‌شود. سپس با جایگذاری مقادیر فرکانس طبیعی در معادله (۶) می‌توان بردار اشکال مودی متناظر را محاسبه نمود. به بیانی دیگر، با محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس سختی و جرم می‌توان مقادیر فرکانس‌های طبیعی و ماتریس مودال را به‌دست آورد که n معرف تعداد درجات آزادی سازه است:

$$[\Phi] = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \dots & \phi_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \dots & \phi_{nn} \end{pmatrix} = [\{\phi_1\} \{\phi_2\} \dots \{\phi_n\}] \quad (8)$$

در حوزه نظری و برنامه‌های کامپیوتری، فرآیند نرمال‌سازی اشکال مودی با استفاده از ماتریس جرم مودی سازه صورت می‌گیرد. در این فرآیند، مقادیر بردار شکل مودی مربوط به هریک از مودهای ارتعاشی سازه، بر مقدار مجذور جرم مودی مربوط به همان مود تقسیم می‌شوند. شکل مودی حاصل از این عمل، به‌عنوان شکل مودی نرمال شده به‌شمار می‌آید. برای انجام این فرآیند، ابتدا ماتریس قطری جرم مودی سازه مطابق با رابطه (۹) استخراج می‌شود. سپس مقادیر هریک از بردارهای شکل مودی مطابق با رابطه (۸) بر مجذور درایه‌های قطری اصلی ماتریس جرم مودی مربوط به همان مود، مطابق رابطه (۱۰) محاسبه و تقسیم می‌شوند.

$$[M'] = \{\phi\}^T [M] \{\phi\} = \begin{pmatrix} \phi_1^T [M] \{\phi\} \{\phi\} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \phi_n^T [M] \{\phi\} \{\phi\} n \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\{\Theta\} = \left\{ \frac{\{\phi\}_1}{\sqrt{M'_1}} \frac{\{\phi\}_2}{\sqrt{M'_2}} \dots \frac{\{\phi\}_n}{\sqrt{M'_n}} n \right\} \quad (10)$$

در روابط فوق، M' ماتریس جرم قطری شده (جرم مودی) و M همان ماتریس جرم یکپارچه می‌باشد. سازه بردار $\{\Theta\}$ نیز بردار اشکال مودی نرمال شده براساس جرم

را در مسائل پیچیده ارائه می دهند و از مشکل گیر افتادن در نقاط بهینه محلی جلوگیری می کنند [۲۱-۲۴]. در کل، یک فرمول طراحی مطلوب به صورت زیر قابل بیان است [۲۵]:

$$\text{Minimize } f_{i(x)}, x \in R^n, \quad (i=1,2,...,M) \quad (17)$$

شامل قیود برابری:

$$h_{j(x)} = 0, \quad (j=1,2,...,J) \quad (18)$$

و قیود نامساوی:

$$g_{k(x)} \leq 0, \quad (k=1,2,...,K) \quad (19)$$

x بردار متغیرهای مسئله بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$x = (x_1, x_2, x_n)^T \quad (20)$$

تابع هدف $f_{i(x)}$ با پیدا نمودن بهترین ترکیب از متغیرهای مسئله x کمینه یا بیشینه می گردد.

۳-۱- الگوریتم بهینه سازی تعادلی

یک بهینه ساز تعادلی (EO^{17}) است که از مدل های تعادل جرم حجم کنترلی الهام گرفته است. در این الگوریتم، هر ذره به عنوان یک عامل جستجو عمل می کند و غلظت خود را با توجه به بهترین راه حل ها به روز می کند تا به حالت تعادل (نتیجه بهینه) برسد. اصطلاح نرخ تولید، برای تقویت توانایی EO در اکتشاف مورد استفاده قرار می گیرد و این الگوریتم معمولاً در دستیابی به راه حل های بهینه با بازده بالاتر، بهره وری بیشتری دارد. مراحل کلی این الگوریتم به صورت خلاصه در روابط ((۲۱) تا ((۲۳) که شامل به ترتیب موقعیت جدید ذره i ، سرعت جدید ذره i و معیار تعادل برای ذره i آورده شده است [۲۶]:

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^t \Delta t \quad (21)$$

$$v_i^{t+1} = v_i^t + a_i^t \Delta t \quad (22)$$

در رابطه (۱۴)، $k(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ معرف سختی سازه آسیب دیده و n تعداد کل المان های اجزای محدود آسیب دیده می باشد.

۲-۲- اعمال داده های نويز

هدف اساسی این بخش، اعمال داده های نويز به پارامترهای استخراج شده از تحلیل دینامیکی سازه می باشد تا خطاهای موجود در شرایط عملی و آزمایشگاهی شبیه سازی شود. این کار برای بررسی عملکرد تابع هدف و الگوریتم های بهینه سازی در شرایط مختلف مدل سازی انجام می شود (روابط (۱۵) و (۱۶)).

$$\omega_j^n = \omega_j + \mu(\omega_j \times rand1) \quad (15)$$

$$\Phi_j^n = \Phi_j + \varepsilon(\Phi_j \otimes rand2) \quad (16)$$

در روابط فوق، ω_j^n نمایانگر فرکانس طبیعی مود j ام در حالت بدون نويز است و Φ_i نمایانگر بردار شکل مودی مربوط به مود j ام در حالت بدون نويز می باشد. همچنین، μ و ε به ترتیب درصد شدت نويز اعمالی بر فرکانس طبیعی و بردار شکل مودی با استفاده از واحدهای عددی تصادفی $rand1$ و $rand2$ می باشند. علامت $\otimes$ عملیات ضرب درایه به درایه را نمایان می کند و بالانویس n به معنای حالت آمیخته با نويز در داده ها است.

۳- بهینه سازی

الگوریتم های بهینه سازی^{۱۳} دو دسته دقیق و تقریبی دارند. دقیق اند اما زمان بیشتری نیاز دارند، در حالی که الگوریتم های تقریبی سریع ترند و جواب های نزدیک به بهینه را ارائه می دهند. این الگوریتم ها را می توان به سه دسته الگوریتم های ابتکاری^{۱۴}، فراابتکاری^{۱۵} و فوق ابتکاری^{۱۶} تقسیم کرد که فراابتکاری بهترین راه حل ها

¹³-Optimization

¹⁴-Heuristic

¹⁵-Meta-Heuristic

¹⁶-Hyper Heuristic

¹⁷- Equilibrium Optimize

$$\chi_{ij} = rand[0,1].[x_j^{\max} + x_j^{\min}] \quad (26)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, d\} \quad (27)$$

که در آن $x_j^{\max}$ و $x_j^{\min}$ به ترتیب قیود محدودیت بالایی و پایینی می‌باشند.

۲- مرحله شناسایی^{۲۱}: در این الگوریتم، برای جلوگیری از کاهش کیفیت دسته‌ها و ایجاد وضعیت‌های ایستا در فرآیند بهینه‌سازی، پروانه‌ها مناطق کم جمعیت و خلوت را کشف می‌کنند و با تعامل با یکدیگر (عملیات تقاطع^{۲۲}) موقعیت خود را به‌روزرسانی می‌کنند. همچنین دارای قابلیت پرواز در مسافت‌های طولانی با استفاده از تقاطع سازگار^{۲۳} و جهش لوی^{۲۴} می‌باشند. این فرآیندها در پنج مرحله توضیح داده می‌شوند:

الف- شاخص گوناگونی پیشنهادی برای نقاط تقاطع:

$$\sigma_j^t = \frac{\sqrt{\frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} (x_{ij}^t - \bar{x}_j^t)^2}}{\bar{x}_j^t} \quad (28)$$

$$\mu^t = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \sigma_j^t \quad (29)$$

$$j \in c_p \text{ if } \sigma_j^t \leq \mu^t \quad (30)$$

ب- پروازهای لویی:

تابع توزیع احتمال نرمال (گوسی):

$$f(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \exp\left(-\frac{(q-\mu)^2}{2\sigma_g^2}\right) \quad -\infty < q < \infty \quad (31)$$

توزیع تابع احتمال کوشی:

$$f(q) = \frac{1}{\pi(\sigma^2 + (q-\mu)^2)} \quad -\infty < q < \infty \quad (32)$$

$$a_i^t = -\frac{\partial E}{\partial x_i} \quad (23)$$

۳-۲- الگوریتم تکاملی تفاضلی

الگوریتم تکاملی تفاضلی (DE^{۱۸})، ابزاری هوشمند برای حل مسائل بهینه‌سازی است که ابتدا برای مسائل پیوسته ارائه شده و سپس نسخه‌های گسسته آن نیز طراحی گردید. این الگوریتم برای بهینه‌سازی توابع غیرخطی مشتق‌ناپذیر مناسب است و به‌عنوان یک روش سریع و قدرتمند در فضا‌های پیوسته شناخته شده است. مراحل کلی این الگوریتم به‌صورت خلاصه شرح داده می‌شود [۲۷]:

۱- معادله جهش:

$$v_{i,j,G+1} = xr_{1,G} + F.(xr_{2,G} - xr_{3,G}) \quad (24)$$

۲- معادله متقاطع:

$$u_{i,j,G+1} = \begin{cases} v_{i,j,G+1} & \text{if } rand(0,1) \leq CR \text{ or } j = jrand \\ x_{i,j,G} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

۳-۳- الگوریتم دسته پروانه‌ها

الگوریتم بهینه‌سازی الهام گرفته از رفتار پروانه‌ها، برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود. این الگوریتم به دسته‌بندی پروانه‌ها (MSA^{۱۹}) به‌عنوان مسیر یاب‌ها، کاوشگرها و ناظرها می‌پردازد و از فازهای مختلفی برای بهبود عملکرد استفاده می‌کند [۲۸]:

۱- مقداردهی اولیه^{۲۰}: در ابتدای فرآیند پرواز برای

یک مسئله با ابعاد d و تعداد جمعیت n، موقعیت

اولیه پروانه‌های جستجوگر (راه‌حل‌های نامزد)

به‌صورت تصادفی ایجاد می‌شود به این صورت که:

²¹-Reconnaissance phase

²²-Crossover operations

²³-Adaptive-crossover

²⁴-Lévy-mutation

¹⁸- Differential Evolution

¹⁹- Moth swarm optimization algorithm

²⁰-Initialization

توزیع تابع احتمال لویی:

$$f(q) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{1}{(q-\mu)^{3/2}} \exp\left(\frac{\sigma}{2(q-\mu)}\right) \quad (33)$$

$$0 < \mu < q < \infty$$

پ- بردارهای اختلاف جهش لویی^{۲۵}:

$$\vec{v}_p = [v_{p1}, v_{p2}, \dots, v_{pnc}] \quad (34)$$

$$\vec{x}_p = [x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pnc}] \quad (35)$$

$$\vec{x}_T = [x_{T1}, x_{T2}, \dots, x_{Tnc}] \quad (36)$$

بردارها در روابط (۳۴ تا ۳۶) به ترتیب به‌عنوان بردار

زیردنباله^{۲۶}، بردار میزبان^{۲۷}، بردار اهداکننده^{۲۸}

شناخته می‌شوند. از بردار زیردنباله با استفاده از

جهش لویی، برای حرکت به سمت بهترین نقطه

تقاطع استفاده شده و به‌صورت رابطه (۳۷) و

(۳۸) زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{v}_p^t = L_{p1}^t(\vec{x}_{r2}^t, -, \vec{x}_{r3}^t) + L_{p2}^t(\vec{x}_{r4}^t, -, \vec{x}_{r5}^t) \quad (37)$$

$$\forall r^1 \neq r^2 \neq r^3 \neq r^4 \neq r^5 \neq P \in \{1, 2, \dots, n_p\} \vec{x}_{r1}^t \quad (38)$$

ت- عملیات تقاطع سازگار مبتنی بر پراکندگی

جمعیت^{۲۹}:

$$v_{pj}^t = \begin{cases} v_{pj}^t & \text{if } j \in c_p \\ x_{pj}^t & \text{if } j \in c_p \end{cases} \quad (39)$$

ث- استراتژی انتخاب^{۳۰}: راه‌حل‌های بهتر به‌منظور

بهبود نسل بعدی انتخاب می‌شوند که برای

مسائل کمینه‌سازی می‌توانند به‌صورت رابطه

(۴۰) بیان شوند. همچنین، مقدار احتمالی

راه‌حل‌ها (p_p) متناسب با شدت تابناکی، نیز

به‌صورت رابطه (۴۱) می‌باشد:

$$x_p^{t+1} = \begin{cases} \vec{x}_p^t & \text{if } f(\vec{v}_p^t) \geq f(\vec{x}_p^t) \\ \vec{v}_p^t & \text{if } f(\vec{v}_p^t) < f(\vec{x}_p^t) \end{cases} \quad (40)$$

$$p_p = \frac{fit_p}{\sum_{p=1}^{np} fit_p} \quad (41)$$

شدت تابناکی نیز از طریق مقدار تابع هدف (f_p)، برای

مسائل کمینه‌سازی به‌صورت رابطه (۴۲) محاسبه

می‌شود:

$$fit_p = \begin{cases} \frac{1}{1+f_p} & \text{for } f_p \geq 0 \\ 1+|f_p| & \text{for } f_p < 0 \end{cases} \quad (42)$$

۳- جهت‌گیری مارپیج‌های لگاریتمی: مارپیج‌های

لگاریتمی مخروطی، به‌صورت متناوب در طبیعت رخ

می‌دهند. آن گروه از پروانه‌ها که بهترین شدت نور

بعدی را دارا می‌باشند. در طول فرآیند (T) تکرار،

تعداد کاوشگرها (n_f)، به شرح رابطه (۴۳) کاهش

می‌یابند:

$$n_f = \text{round}\left((n - n_p) \times \left(1 - \frac{t}{T}\right)\right) \quad (43)$$

هر کاوشگری (x_i) برای به‌روزرسانی موقعیت خود

مبتنی بر مسیر پرواز مارپیج پیشنهاد می‌شود و

به‌صورت روابط (۴۴) و (۴۵) بیان می‌شود که در این

روابط، $\theta \in [r, 1]$ یک عدد تصادفی برای تعیین

شکل مارپیج بوده و $r = -1 - \frac{t}{T}$ می‌باشد.

$$x_i^{t+1} = |x_i^t - x_p^t| e^{\theta} \cos(2\pi\theta) + x_p^t \quad (44)$$

$$\forall p \in \{1, 2, \dots, n_p\}, i \in \{n_p + 1, n_p + 2, \dots, n_f\} \quad (45)$$

²⁵-Difference vectors Lévy-mutation

²⁶-Sub-trial vector

²⁷-Host vector

²⁸-Donor vectors

²⁹-Proposed adaptive crossover operation based on population diversity

³⁰-Selection strategy

می‌شود و همچنین در این حالت، t مرحله پیاده‌روی تصادفی را نشان داده و $r(t)$ یک تابع تصادفی است و به‌صورت زیر، تعریف می‌گردد که در آن، t مرحله پیاده‌روی تصادفی را نشان داده و $rand$ یک عدد تصادفی است که با توزیع یکنواخت در بازه $[0,1]$ تولید می‌شود:

$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } rand > 0.5 \\ 0 & \text{if } rand \leq 0.5 \end{cases} \quad (47)$$

۴- تابع هدف

در مهندسی، بهبود عملکرد سامانه‌ها اغلب با بهینه‌سازی تابع هدف^{۳۳} مرتبط است. این بهینه‌سازی معمولاً به ایجاد طرحی می‌انجامد که در برابر شرایط محیطی بهترین عملکرد را ارائه دهد. در بهینه‌سازی سازه‌ها، متغیرهای طراحی تغییر می‌کنند تا تابع هدف (معمولاً کمینه یا بیشینه) بهینه شود. در این مقاله، یک تابع هدف مبتنی بر ترکیب نیروی باقیمانده مودال و فرکانس‌های طبیعی تعریف شده است که جزییات آن در ادامه بیان می‌شود.

۴-۱- تابع هدف پیشنهادی

در یک سیستم سازه‌ای، با N_e تعداد المان و n_{DOF} تعداد درجه آزادی، معادله ارتعاش آزاد به شکل رابطه (۴۸) خواهد بود:

$$(K - M\omega_j^2)\phi_j = 0, \quad j=1, n_{DOF} \quad (48)$$

که در آن K و M به ترتیب ماتریس‌های سختی و جرم سازه می‌باشند. ω_j و ϕ_j به ترتیب فرکانس طبیعی و بردار شکل مودی مود j ام سازه می‌باشند. رابطه (۴۸) می‌تواند برای سازه‌های سالم و آسیب‌دیده بازنویسی شود. اگر بالانویس‌های u و d به ترتیب بیانگر حالت سالم و آسیب‌دیده سازه باشند، روابط زیر قابل دستیابی خواهند بود:

۴- ناوبری آسمانی^{۳۱}: در طول فرآیند بهینه‌سازی، کاهش تعداد کاوشگرها منجر به افزایش تعداد ناظرها می‌شود که این امر ممکن است به یک افزایش شدید در سرعت همگرایی الگوریتم به سمت پاسخ بهینه کلی گردد. پروانه‌هایی که دارای کمترین شدت نور می‌باشند، به‌عنوان پروانه‌های ناظر در نظر گرفته می‌شوند. در این مرحله، پروانه‌ها به‌صورت مستقیم به سمت درخشانده‌ترین راه‌حل (ماه) حرکت می‌کنند. در این مرحله، الگوریتم به‌گونه‌ای طراحی شده است تا ناظرها را مجبور به جستجوی مؤثرتری با تمرکز کردن بر روی نقاط نورانی کاوشگرها بپردازند.

۳-۴- الگوریتم بهینه‌سازی شیر مورچه

این الگوریتم الهام گرفته از رفتار شکار مورچه‌ها در طبیعت است. الگوریتم بهینه‌سازی شیر مورچه (ALO^{32}) شامل شش مرحله اصلی می‌باشد که عبارتند از، شکار طعمه، مانند راه رفتن تصادفی مورچه‌ها، ساخت تله‌ها، گیر افتادن مورچه‌ها در تله‌ها، شکار طعمه‌ها، ساخت مجدد تله‌ها و نخبه‌گرایی که برای شبیه‌سازی فرآیند شکار استفاده می‌شود. مورچه‌ها در فضای جستجو حرکت کرده و با استفاده از تله‌ها بهتر می‌شوند. الگوریتم مکانیسم تعامل بین مورچه‌ها و رفتار آن‌ها را در تله‌ها تقلید می‌کند و از یک معادله راه رفتن تصادفی برای مدل‌سازی حرکت مورچه‌ها استفاده می‌کند. معادله راه رفتن تصادفی، برای مدل‌سازی حرکت مورچه‌ها به‌صورت رابطه (۴۶)، بیان می‌شود [۲۹]:

$$x_{(t)} = \begin{bmatrix} 0, \text{cumsum}(2r(t_1)-1), \\ \text{cumsum}(2r(t_2)-1), \\ \dots, \text{cumsum}(2r(t_n)-1) \end{bmatrix} \quad (46)$$

در رابطه بالا، زمانی که cumsum مجموع انباشته را محاسبه می‌نماید؛ n به‌عنوان حداکثر تعداد تکرارها تعیین

³¹-Celestial navigation

³²- The Ant Lion Optimizer

³³- The objective function

فرکانس‌های طبیعی سازه مانیتور شده و مدل تحلیلی المان محدود به صورت رابطه (۵۶) استفاده شده است.

$$F_1 = \frac{1}{n_m} \sum_{j=1}^{n_m} \left(\frac{\omega_d^j - \omega_m^j}{\omega_d^j + \omega_m^j} \right)^2 \quad (56)$$

بنابراین نیروی باقی‌مانده مودال یک ماتریس مستطیلی بوده که تعداد سطرهای آن به تعداد درجات آزادی فعال (n_{DOF}) و تعداد ستون‌های به تعداد موده‌های در نظر گرفته شده برای انجام فرآیند شناسایی آسیب می‌باشد. بنابراین از نرم اقلیدسی اختلاف نظیر به نظیر ستون‌ها یا همان بردارهای نیروی باقی‌مانده مودال بین سازه آسیب‌دیده حقیقی و مدل تحلیلی آن برای تشکیل تابع هدف استفاده می‌شود که به فرم رابطه (۵۷) فرمول‌بندی شده است:

$$F_2 = \frac{1}{n_m} \sum_{j=1}^{n_m} \frac{\|MRF_j^d - MRF_j^m\|^2}{\|MRF_j^d + MRF_j^m\|^2} \quad (57)$$

که در رابطه (۵۷)، MRF_j^d و MRF_j^m به ترتیب بردارهای نیروی باقی‌مانده مودال مود زام برای سازه‌های مانیتور شده و مدل تحلیلی المان محدود آن می‌باشند. در نهایت، تابع هدف پیشنهادی به صورت ترکیب نیروی باقی‌مانده مودال و فرکانس‌های طبیعی به فرم رابطه (۵۸) بیان می‌شود:

$$OF = F_1 + F_2 \quad (58)$$

۵- مثال‌های انجام‌شده

۵-۱- مثال خرپای سه‌بعدی با ۲۵ المان

یک خرپای سه‌بعدی به طول ۸، عرض ۸ و ارتفاع ۴ متر در نظر گرفته شده است. خرپا دارای ۱۰ گره و ۲۵ المان می‌باشد. مساحت سطح مقطع عضوهای آن ۰/۰۲۵ مترمربع، چگالی مصالح به‌کار رفته در آن برابر ۷۸۳۰ کیلوگرم بر مترمکعب و مدول الاستیسیته برابر ۲/۱×۱۰^{۱۱} پاسکال می‌باشد که در شکل ۲ شماتیک آن

$$(K^u - M^u (\omega_j^u)^2) \phi_j^u = 0, \quad j=1, \dots, n_{DOF} \quad (49)$$

$$(K^d - M^d (\omega_j^d)^2) \phi_j^d = 0, \quad j=1, \dots, n_{DOF} \quad (50)$$

آسیب به صورت تغییراتی در مشخصات فیزیکی سازه فرمول‌بندی می‌شود. بنابراین فرض می‌شود که آسیب باعث تغییراتی در ماتریس جرم و سختی سازه خواهد شد. بنابراین K^d و M^d به صورت روابط (۵۱) و (۵۲) تعریف می‌شوند:

$$K^d = K^u + \Delta K \quad (51)$$

$$M^d = M^u + \Delta M \quad (52)$$

که در روابط فوق ΔK و ΔM تغییرات به وجود آمده در ماتریس‌های جرم و سختی سازه می‌باشند. قابل توجه است که آسیب اثر قابل چشم‌پوشی بر روی جرم سیستم سازه‌ای خواهد داشت. بنابراین تغییرات به‌وجود آمده در ماتریس جرم سازه قابل صرف‌نظر است ($\Delta M \approx 0$). بنابراین با جایگذاری رابطه (۵۱) و (۵۲) در رابطه (۵۰) و انجام ساده‌سازی‌های ریاضی، رابطه (۵۳) به‌دست خواهد آمد. شکل ساده‌تر رابطه (۵۳) به فرم رابطه (۵۴) است:

$$\Delta K \phi_j^d + (K^u - M^u (\omega_j^d)^2) \phi_j^d = 0 \quad (53)$$

$$(K^u - M^u (\omega_j^d)^2) \phi_j^d = -\Delta K \phi_j^d \quad (54)$$

از رابطه (۵۴) می‌توان نتیجه گرفت که اگر ماتریس‌های جرم و سختی سازه سالم و اطلاعات مودال مود زام سازه آسیب‌دیده برای تشکیل رابطه (۴۸) استفاده شوند، یک بردار که بعضی از درایه‌های آن غیر صفر می‌باشند در نتیجه حل مسئله مقادیر ویژه تولید خواهد شد. این بردار نیروی باقی‌مانده مودال (MRF) نام داشته و به صورت رابطه (۵۵) بیان می‌شود.

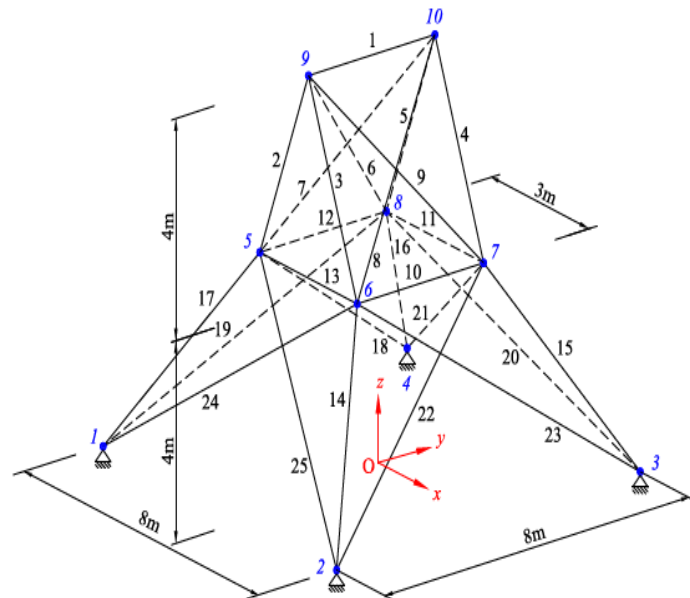
$$MRF_j = -\Delta K \phi_j^d \quad (55)$$

برای افزایش دقت تابع هدف در شناسایی سازه، از پارامتر فرکانس‌های طبیعی نیز استفاده شده است. برای این منظور، از میانگین مجموع مربعات تفاضل

آسیب دیده تشخیص می دهد و خطای پیش بینی مقادیر آسیب در این حالت تقریباً صفر است. همچنین، در حالت با نویز، هیچ شناسایی کاذبی برای اعضای سالم رخ نداده است که نشان دهنده کارایی بالای تابع هدف پیشنهادی و الگوریتم می باشد. همچنین، با توجه به منحنی همگرایی، می توان مشاهده نمود که الگوریتم های بهینه سازی توانسته اند با کمترین تعداد تکرار به بهینه ترین پاسخ برای تابع هدف پیشنهادی دست یابند و مقدار تابع هدف در این حالت به صفر همگرا شده است و در جدول ۳ نتایج آماری الگوریتم های EO، DE، MSA و ALO برای هر دو سناریوی آسیب A و B نمایش داده شده است.

نشان داده شده است. همچنین مشخصات مصالح و مقاطع خرپا در جدول ۱ بیان شده است. دو سناریوی آسیب در جدول ۲ در نظر گرفته شده است که در سناریوی اول، المان های شماره ۱۱ و ۲۲ به ترتیب به میزان ۳۵ و ۳۰ درصد کاهش در مدول الاستیسیته داشته اند. در سناریوی دوم نیز المان های ۸، ۱۰، ۱۸ و ۲۴ به ترتیب ۲۵، ۱۵، ۳۵ و ۳۰ درصد کاهش در مدول الاستیسیته داشته اند.

با تجزیه و تحلیل شکل های ۳ و ۴، متوجه می شویم که تابع هدف پیشنهادی، با استفاده از اطلاعات پنج مود اول در حالت های بدون نویز و با نویز و با انجام تنها ۲۰۰۰ تکرار، به خوبی شدت و مکان آسیب را در اعضای



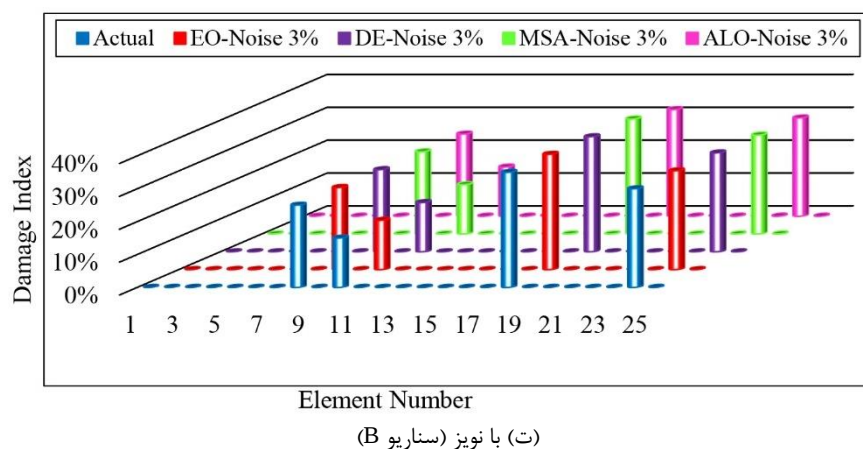
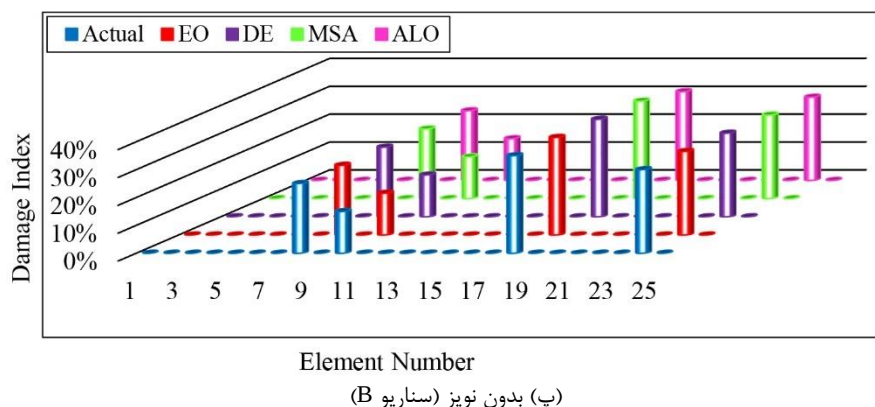
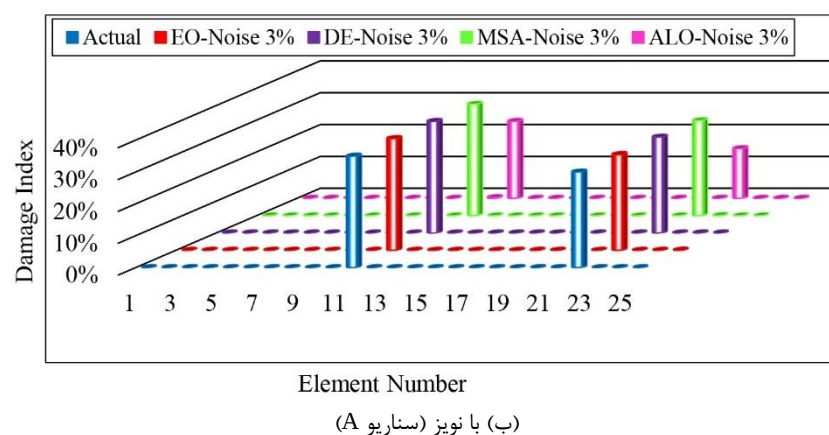
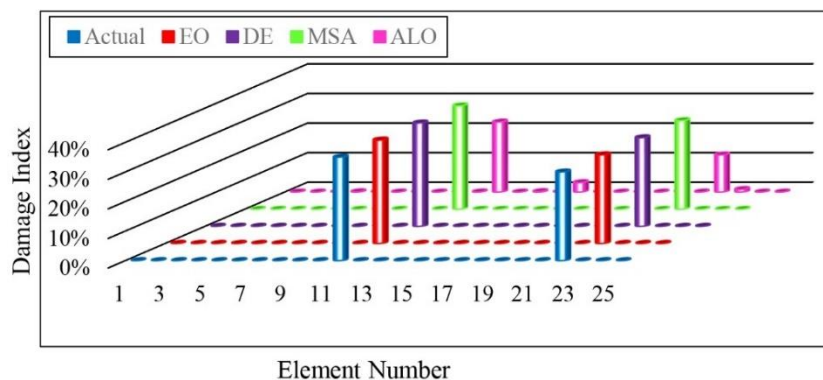
شکل ۲- مدل المان محدود خرپای سه بعدی با ۲۵ المان با شماره گذاری گره ها و المان ها

جدول ۱- مشخصات مقاطع و مصالح

شماره المان	مدول یانگ (Pa)	سطح مقطع (m^2)	چگالی فولاد (Kg/m^3)
تمام المان ها	$2/1 \times 10^{11}$	۰/۰۰۲۵	۷۸۳۰

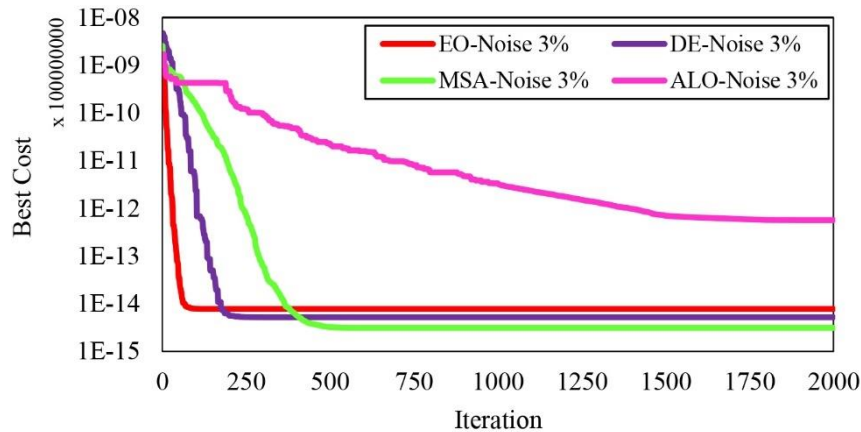
جدول ۲- سناریوهای آسیب ایجاد شده

سناریو	مشخصات	محل و مقدار آسیب
A	دو آسیب بر روی سازه	۱۱ (٪۳۵) و ۲۲ (٪۳۰)
B	چندین آسیب بر روی سازه	۸ (٪۲۵)، ۱۰ (٪۱۵)، ۱۸ (٪۳۵) و ۲۴ (٪۳۰)



شکل ۳- نتایج تشخیص خرابی در خرابی سبه‌بدی با ۲۵ المان با الگوریتم (الف) و (ت) EO، DE، MSA و ALO و (ب) و (پ) EO.

WOA و GWO



شکل ۴- نتایج نمودار همگرایی در خرابی سه بعدی با ۲۵ المان با الگوریتم EO، DE، MSA و ALO با نویز (سناریو B)

جدول ۳- نتایج آماری الگوریتم‌های EO، DE، MSA و ALO برای سناریوی آسیب A و B سازه خرابی سه بعدی با ۲۵ المان

سناریو	مقدار نویز	محل آسیب	درصد آسیب	آسیب به دست آمده از الگوریتم EO %	آسیب به دست آمده از الگوریتم DE %	آسیب به دست آمده از الگوریتم MSA %	آسیب به دست آمده از الگوریتم ALO %
A	صفر %	۱۱	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۲۳/۷
	۳ %	۲۲	۳۰	۳۵/۰۶	۳۰	۲۹/۸۲	۱۲/۶
B	صفر %	۸	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵
		۱۰	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵
		۱۸	۳۵	۳۵	۳۵	۳۵	۳۱/۸
		۲۴	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۲۹/۹
	۳ %	۸	۲۵	۲۴/۹۵	۲۴/۹۸	۲۵/۰۲	۲۴/۹۷
		۱۰	۱۵	۱۴/۹۸	۱۴/۹۸	۱۴/۹۹	۱۴/۹۴
		۱۸	۳۵	۳۵/۰۵	۳۴/۹۹	۳۴/۹۸	۳۲/۴۴
		۲۴	۳۰	۳۰/۰۴	۳۰/۰۷	۳۰/۰۷	۲۹/۸۹

۵-۲- خرابی سه بعدی با ۷۲ المان

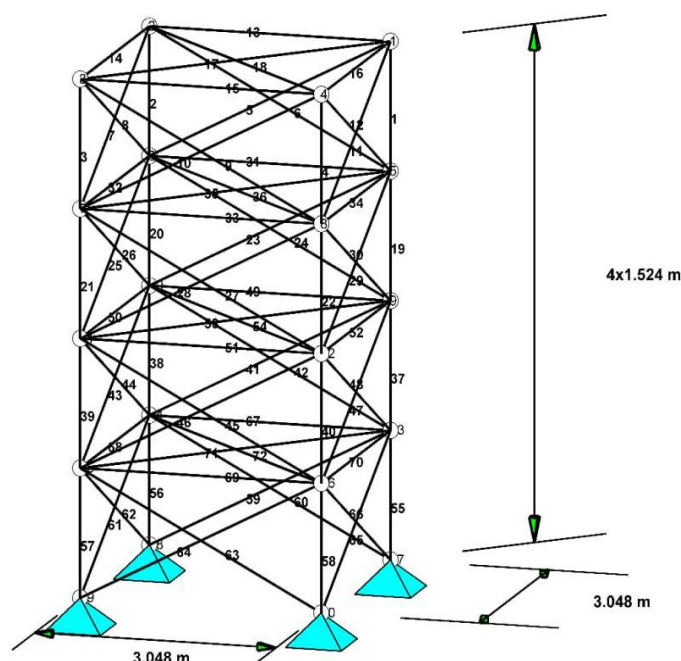
ترتیب به میزان ۲۵ و ۳۰ درصد کاهش در مدول الاستیسیته داشته‌اند. در سناریوی دوم نیز المان‌های ۶، ۲۰، ۴۶ و ۶۵ به ترتیب ۲۵، ۱۵، ۳۰ و ۳۵ درصد کاهش در مدول الاستیسیته داشته‌اند.

برای انجام مقایسه بهتر، اثر نویز (۳ درصد) در محاسبات اعمال می‌شوند. برای تشکیل تابع هدف از اطلاعات پنج مود اول سازه استفاده شده است. یک مدل FE سه بعدی سازه با استفاده از نرم‌افزار متلب کدنویسی شده است. سپس آنالیز مودال انجام شده و نتایج حاصل از آن با الگوریتم‌های بهینه‌سازی EO، DE، MSA و ALO فراخوانی شده و عملیات بهینه‌سازی انجام گردیده است.

یک خرابی سه بعدی به طول ۳/۰۴۸، عرض ۳/۰۴۸ و ارتفاع ۴×۱/۵۲۴ متر در نظر گرفته شده است. خرابی دارای ۲۰ گره و ۷۲ المان می‌باشد. مساحت سطح مقطع عضوهای آن ۰/۰۰۲۵ مترمربع، چگالی مصالح به کار رفته در آن برابر ۲۷۷۰ کیلوگرم بر مترمکعب و مدول الاستیسیته برابر $6/98 \times 10^{10}$ پاسکال می‌باشد که در شکل ۵ شماتیک آن نشان داده شده است. همچنین مشخصات مصالح و هندسی خرابی در جدول ۴ بیان شده است. دو سناریوی آسیب در جدول ۵ در نظر گرفته شده است که در سناریوی اول، المان‌های شماره ۱۰ و ۵۸ به

همگرایی در شکل‌های ۶ و ۷ و در جدول ۶ نتایج آماری الگوریتم‌های EO، DE، MSA و ALO برای هر دو سناریوی آسیب A و B نمایش داده شده است

برای سناریو A (دو آسیب) و سناریو B (چهار آسیب) حداکثر جمعیت و حداکثر تکرار به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰۰۰ برای بدون نویز و با نویز و با ۱۰ آنالیز میانگین‌گیری شده‌اند که نمودارهای تشخیص آسیب و



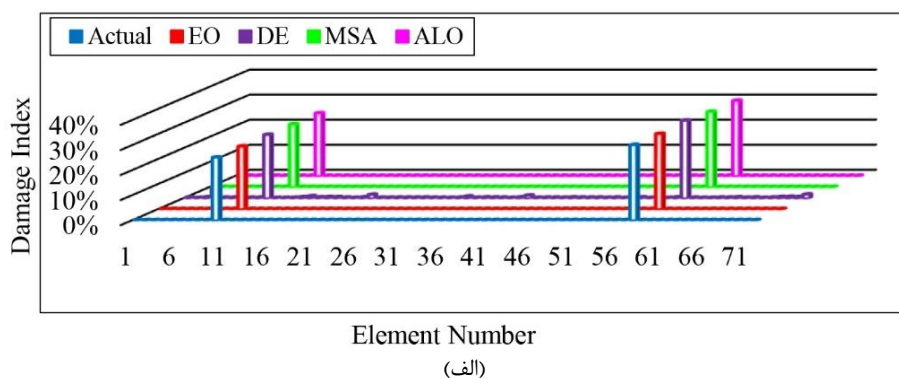
شکل ۵- مدل المان محدود خرابی سه‌بعدی با ۷۲ المان با شماره‌گذاری گره‌ها و المان‌ها

جدول ۴- مشخصات مقاطع و مصالح

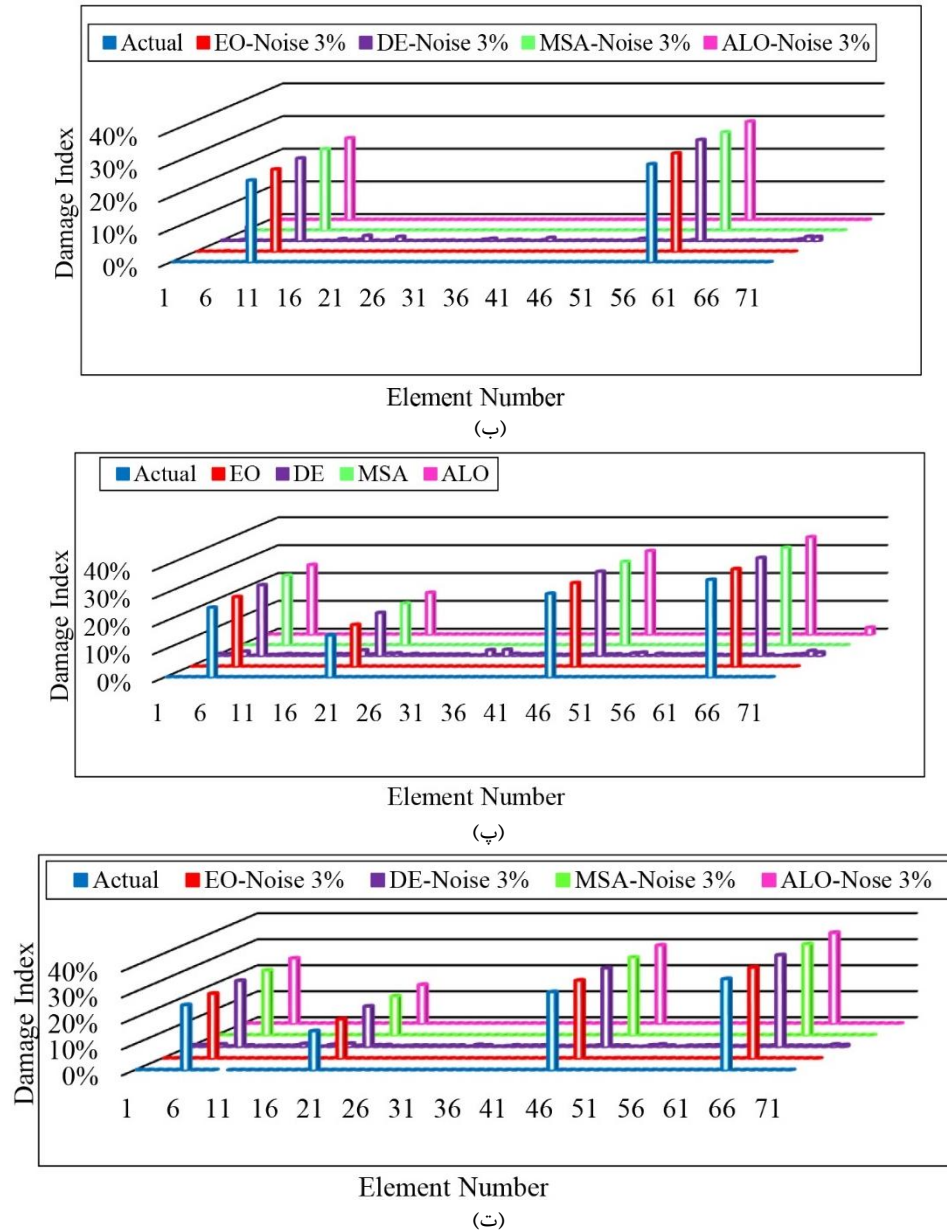
شماره المان	مدول یانگ (Pa)	سطح مقطع (m^2)	چگالی فولاد (Kg/m^3)
تمام المان‌ها	$6/98 \times 10^{10}$	۰/۰۰۲۵	۲۷۷۰

جدول ۵- سناریوهای آسیب ایجاد شده

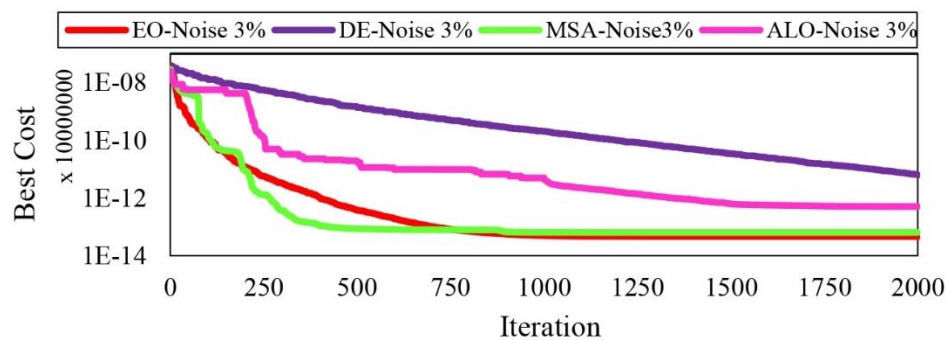
سناریو	مشخصات	محل و مقدار آسیب
A	دو آسیب بر روی سازه	۱۰ (۲۵٪) و ۵۸ (۳۰٪)
B	چندین آسیب بر روی سازه	۶ (۲۵٪)، ۲۰ (۱۵٪)، ۴۶ (۳۰٪) و ۶۵ (۳۵٪)



شکل ۶- نتایج تشخیص خرابی در خرابی سه‌بعدی با ۷۲ المان با الگوریتم EO و DE و MSA و ALO (الف) بدون نویز، سناریو A، (ب) با نویز، سناریو A، (پ) بدون نویز، سناریو B و (ت) با نویز، سناریو B



شکل ۶- ادامه



شکل ۷- نتایج نمودار همگرایی در خرابی سبب‌دهی با ۷۲ المان با الگوریتم EO و DE و MSA و ALO با نویز (سناریو B)

تعریف‌شده برای سازه می‌باشد. سعی شده است تا سناریوهای آسیب به‌گونه‌ای تعریف شوند که المان‌های

در نمودارهای فوق، عبارت Actual نشان‌دهنده آسیب حقیقی و Noise نماینده سناریوی حالت نویز

جمعیت ۱۰۰ و تعداد تکرار ۲۰۰۰ برای الگوریتم‌های EO، DE، MSA و ALO آسیب را به‌خوبی در سازه خرابایی سه‌بعدی ۷۲ عضو در شرایط بدون نویز و با نویز و تنها با استفاده از اطلاعات پنج مود اول شناسایی نماید.

آسیب‌دیده در موقعیت‌های مکانی مختلف، به‌طور کنار هم یا دور از هم و با شدت‌های آسیب متفاوت، در نظر گرفته شوند، نمودارهای تشخیص آسیب و همگرایی حاکی از آن است که تابع هدف به‌خوبی قادر است تا تنها با مقدار

جدول ۶- نتایج آماری الگوریتم‌های EO، DE، MSA و ALO برای سناریوی آسیب A و B سازه خرابایی سه‌بعدی با ۷۲ المان

سناریو	مقدار نویز	محل آسیب	درصد آسیب	آسیب به‌دست‌آمده از الگوریتم EO/%	آسیب به‌دست‌آمده از الگوریتم DE/%	آسیب به‌دست‌آمده از الگوریتم MSA/%	آسیب به‌دست‌آمده از الگوریتم ALO/%
A	صفر/%	۱۰ ۵۸	۲۵ ۳۰	۲۵ ۳۰	۲۵/۲۲ ۳۰/۹۱	۲۵ ۳۰	۲۴/۹۹ ۲۹/۹۹
	۳/%	۱۰ ۵۸	۲۵ ۳۰	۲۵/۲ ۳۰/۱	۲۵/۲۷ ۳۰/۹۵	۲۴/۸۷ ۳۰/۰۴	۲۵ ۳۰/۱
B	صفر/%	۶ ۲۰ ۴۶ ۶۵	۲۵ ۱۵ ۳۰ ۳۵	۲۵ ۱۵ ۳۰ ۳۵	۲۵/۳ ۱۵/۴۴ ۳۰/۲۳ ۳۵	۲۵ ۱۵ ۳۰ ۳۵	۲۵ ۱۵ ۳۰ ۳۵
	۳/%	۶ ۲۰ ۴۶ ۶۵	۲۵ ۱۵ ۳۰ ۳۵	۲۴/۹ ۱۵/۱ ۳۰ ۳۵	۲۵/۳ ۱۵/۵۴ ۳۰/۱۸ ۳۵/۲۳	۲۴/۹۳ ۱۵ ۲۹/۹ ۳۵/۰۱	۲۵/۱ ۱۴/۹ ۳۰/۱ ۳۴/۹

۶- نتیجه‌گیری

۲- استفاده از تابع هدف پیشنهادی مبتنی بر ترکیب

نیروی باقی‌مانده مودال و فرکانس‌های طبیعی، برای کیفیت‌سنجی آسیب در سیستم‌های دچار خرابی توصیه می‌شود.

۳- الگوریتم‌های EO، DE، MSA و ALO برای شناسایی و ارزیابی آسیب مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

۴- در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها، با توجه به نمودارهای همگرایی در هر دو سناریو الگوریتم EO از نظر دقت و سرعت برتری دارد.

۵- الگوریتم ALO در برخی موارد ضعیف و غیرقابل پیش‌بینی عمل کرده است و نیازمند ملاحظات متناسب با مسئله بهینه‌سازی است.

در این مقاله، دو مثال عددی که شامل خرابی سه‌بعدی ۲۵ و ۷۲ المانی با سناریوی دو آسیب و چهار آسیب می‌باشد مدل‌سازی شد و فرآیند تشخیص آسیب در سازه از روش بهروزرسانی اجزای محدود با تابع هدف پیشنهادی و با استفاده از چهار الگوریتم EO، DE، MSA و ALO بررسی گردید که به‌طور خلاصه مهم‌ترین نکات به‌صورت زیر می‌باشند:

۱- موفقیت روش بهروزرسانی اجزای محدود برای شناسایی موقعیت هندسی آسیب و ارزیابی مقدار آسیب در سازه‌ها به تعریف مناسب تابع هدف، پارامترهای بهروزرسانی و الگوریتم بهینه‌سازی مرتبط است.

References

- [1] Soyoz S. Model updating techniques for structures under seismic excitation. In *Seismic Structural Health Monitoring: From Theory to Successful Applications* 2019 Apr 25; 199-216. **doi: 10.1007/978-3-030-13976-6_8**
- [2] Liu H, Xin K, Qi Q. Study of structural damage detection with multi-objective function genetic algorithms. *Procedia Engineering*. 2011; 12: 80-86. **doi: 10.1016/j.proeng.2011.05.014**
- [3] Levin R, Lieven N. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms. *Mechanical systems and signal processing*. 1998; 12(1): 91-120. **doi: 10.1006/mssp.1996.0136**
- [4] Carden EP, Fanning P. Vibration based condition monitoring: a review. *Structural health monitoring*. 2004; 3(4): 355-377. **doi: 10.1177/1475921704047500**
- [5] Beck JL, Katafygiotis LS. Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework. *Journal of Engineering Mechanics*. 1998; 124(4): 455-461. **doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:4(455)**
- [6] Ghanem R, Shinozuka M. Structural-system identification. I: Theory. *Journal of Engineering Mechanics*. 1995; 121(2): 255-264. **doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1995)121:2(255)**
- [7] Brownjohn J, Pan T-C, Deng X. Correlating dynamic characteristics from field measurements and numerical analysis of a high-rise building. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2000; 29(4): 523-543. **doi: 10.1002/(SICI)1096-9845(200004)29:4<523::AID-EQE920>3E3.0.CO;2-L**
- [8] Caetano E, Cunha A, Gattulli V, Lepidi M. Cable-deck dynamic interactions at the International Gadiana Bridge: On-site measurements and finite element modelling. *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*. 2008; 15(3): 237-264. **doi: 10.1002/stc.241**
- [9] Boroschek RL, Yáñez FV. Experimental verification of basic analytical assumptions used in the analysis of structural wall buildings. *Engineering Structures*. 2000; 22(6): 657-669. **doi: 10.1016/S0141-0296(99)00007-3**
- [10] Yu E, Taciroglu E, Wallace JW. Parameter identification of framed structures using an improved finite element model-updating method-Part I: formulation and verification. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2007; 36(5): 619-639. **doi: 10.1002/eqe.646**
- [11] Gentile C, Saisi A. Ambient vibration testing of historic masonry towers for structural identification and damage assessment. *Construction and building materials*. 2007; 21(6): 1311-1321. **doi: 10.1016/j.conbuildmat.2006.01.007**
- [12] Soyoz S, Feng MQ. Instantaneous damage detection of bridge structures and experimental verification. *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*. 2008; 15(7): 958-973. **doi: 10.1002/stc.229**
- [13] Weng J-H, Loh C-H, Yang JN. Experimental study of damage detection by data-driven subspace identification and finite-element model updating. *Journal of structural engineering*. 2009; 135(12): 1533-1544. **doi: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000079**
- [14] Belleri A, Moaveni B, Restrepo JI. Damage assessment through structural identification of a three-story large-scale precast concrete structure. *Earthquake engineering & structural dynamics*. 2014 Jan; 43(1): 61-76. **doi: 10.1002/eqe.2332**
- [15] Bassoli E, Vincenzi L, D'Altri AM, de Miranda S, Forghieri M, Castellazzi G. Ambient vibration-based finite element model updating of an earthquake-damaged masonry tower. *Structural Control and Health Monitoring*. 2018; 25(5): e2150. **doi: 10.1002/stc.2150**
- [16] Ubertini F, Cavalagli N, Kita A, Comanducci G. Assessment of a monumental masonry bell-tower after 2016 Central Italy seismic sequence by long-term SHM. *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2018 Feb; 16(2): 775-801. **doi: 10.1007/s10518-017-0222-7**
- [17] Bagherkhani A, Baghlani A. Enhancing the curvature mode shape method for structural damage severity estimation by means of the distributed genetic algorithm. *Engineering Optimization*. 2021; 53(4): 683-701. **doi: 10.1080/0305215X.2020.1746294**
- [18] Dessena G, Ignatyev DI, Whidborne JF, Fragonara LZ. A global-local meta-modelling technique for model updating. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2024; 418: 116511. **doi: 10.1016/j.cma.2023.116511**
- [19] Yang Q. A numerical technique for structural damage detection. *Applied Mathematics and Computation*. 2009; 215(7): 2775-2780. **doi: 10.1016/j.amc.2009.08.039**
- [20] Ge M, Lui EM. Structural damage identification using system dynamic properties. *Computers & structures*. 2005; 83(27): 2185-2196. **doi: 10.1016/j.compstruc.2005.05.002**

- [21] Nazari-Heris M, Mohammadi-Ivatloo B, Gharehpetian G. A comprehensive review of heuristic optimization algorithms for optimal combined heat and power dispatch from economic and environmental perspectives. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2018; 81: 2128-2143. **doi: 10.1016/j.rser.2017.06.024**
- [22] Shao L, Yan R, Li X, Liu Y. From heuristic optimization to dictionary learning: A review and comprehensive comparison of image denoising algorithms. *IEEE transactions on cybernetics*. 2013; 44(7): 1001-1013. **doi: 10.1109/TCYB.2013.2278548**
- [23] Beheshti Z, Shamsuddin SMH. A review of population-based meta-heuristic algorithms. *Int j adv soft comput appl*. 2013; 5(1): 1-35.
- [24] Gilli M, Winker P. A review of heuristic optimization methods in econometrics. *Swiss Finance Institute Research Paper*. 2008; 8-12.
- [25] Bekdaş G, Nigdeli SM, Kayabekir AE, Yang X-S. Optimization in civil engineering and metaheuristic algorithms: a review of state-of-the-art developments. *Computational intelligence, optimization and inverse problems with applications in engineering*. 2019; 111-137. **doi: 10.1007/978-3-319-96433-1_6**
- [26] Faramarzi A, Heidarinejad M, Stephens B, Mirjalili S. Equilibrium optimizer: A novel optimization algorithm. *Knowledge-based systems*. 2020; 191: 105190. **doi: 10.1016/j.knsys.2019.105190**
- [27] Price K. *Differential Evolution: a Practical Approach to Global Optimization*: Springer Science & Business Media; 2006.
- [28] Mohamed A-AA, Mohamed YS, El-Gaafary AA, Hemeida AM. Optimal power flow using moth swarm algorithm. *Electric Power Systems Research*. 2017; 142: 190-206. **doi: 10.1016/j.epsr.2016.09.025**
- [29] Mirjalili S. The ant lion optimizer. *Advances in engineering software*. 2015; 83: 80-98. **doi: 10.1016/j.advengsoft.2015.01.010**