

Online ISSN: 2783-140X journal homepage: https://cer.qom.ac.ir/



The Effect of Initial Particles Distribution by in Smoothed Particle Hydrodynamic Method in Wave Generation Modeling Based on Laboratory Model

Mahyar Pourlak¹, Ehsan Jabbari²⊠¹, Hassan Akbari³

- 1. Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran. E-mail: mahyar_pourlak@yahoo.com
- 2. Corresponding author, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom, Qom, Iran. E-mail: e.jabbari@qom.ac.ir
- 3. Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran. E-mail: akbari.h@modares.ac.ir

Article Info

University Of Qom

ABSTRACT

Article type: Research Article

Article history:

Received 13 Jan 2023 Revised 18 May 2023 Accepted 18 Jun 2023

Keywords:

Meshless Methods, Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) Method, Initial Dis-tribution of Particles, Wave Modeling, Initial Conditions. The Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method is among the numerical methods that have attracted the attention of many researchers in recent years. This method as a Lagrangian method based on the movement of particles is also one of the meshless methods. In this method, the initial location or distribution of particles can play an important role in reducing numerical errors and its computational efficiency. In this research, based on wave modeling, which is one of the most conventional hydraulic phenomena, and using previous modeling experiences, six optimal and common distributions of particles including square distribution (SC), Triangular distribution, distribution based on WVT algorithm, distribution based on Greedy algorithm, Hexagonal distribution and Fibonacci distribution based on Fibonacci al-gorithm have been investigated. Based on the results of the pressure, velocity and the free surface level of the fluid in the location of the reference gauges of the laboratory model, it was determined that the square, triangular, WVT, Greedy, Hexagonal and Fibonacci distributions have a modeling error equal to 13.85%, 13.75%, 12.63%, 13.24%, 9.07% and 9.37%, respectively, and the two primary hexagonal and Fibonacci distributions have a modeling error of less than 10%, and in other words, it has the best performance in using the SPH method in order to improve the efficiency of the computational model.

Cite this article: Pourlak, Mahyar., Jabbari, Ehsan., & Akbari, Hassan. (2023). The effect of initial particles distribution in smoothed particle hydrodynamic method in wave generation modeling based on laboratory model. *Civil Infrastructure Researches*, 9(2), 35-50. https://doi.org/10.22091/cer.2023.9003.1451





یژوهشهای زیرساختهای عمرانی

شاپا الکترونیکی: ۱۴۰۲- ۲۷۸۳ صفحه خانگی مجله: //ttps://cer.qom.ac.ir



تأثیر چیدمان اولیه ذرات در مدلسازی تولید موج با روش هیدرودینامیک ذرات هموار براساس مدل آزمایشگاهی

مهيار پورلک`، احسان جباری™، حسن اکبری^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: mahyar_pourlak@yahoo.com ۲. نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: e.jabbari@qom.ac.ir ۳. دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیطزیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. رایانامه: akbari.h@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

چکیدہ

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۰/۲۳ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۰۲/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۲۸

کلیدواژهها: روشهای بدون شبکه، روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)، توزیع اولیه ذرات، مدلسازی موج، شرایط اولیه.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار در زمره روشهای عددی است که توجه بسیاری از محققان را در سالهای اخیر جلب نموده است. این روش، روشی لاگرانژی مبتنی بر حرکت ذرات و در زمره روشهای بدون شبکه قلمداد می شود. در این روش، شرایط قرارگیری اولیه ذرات می تواند نقش مهمی در کاهش خطاهای عددی و کارایی محاسباتی آن داشته باشد. در این پژوهش با مبنا قرار دادن مدل سازی موج که از جمله متعارف ترین پدیده های هیدرولیکی است و با بهره گیری از تجارب مدل سازی های پیشین، شش توزیع بهینه و متداول ذرات شامل توزیع مربعی، توزیع مثلثی، توزیع براساس الگوریتم WVT، توزیع براساس الگوریتم Greedy یا حریص، توزیع شش ضلعی و توزیع براساس الگوریتم فیبوناچی، مورد بررسی قرار گرفته است. براساس نتایج حاصل از بررسی فشار، سرعت و تراز سطح آزاد سیال مدل در محل گِیچهای مرجع مدل آزمایشگاهی، مشخص گردید که چیدمانهای مربعی، مثلثی، WTT، ۲۲/۶۳، ۲۰/۴۹ و ۷۳/۹ درصد بوده است و دو توزیع مدل سازی معادل با ۱۳/۸۵، ۱۳/۸۵، ۱۳/۶۲، ۱۳/۲۶، ۹۰/۹ و ۷۳/۹ درصد بوده است و دو توزیع مدل سازی معادل با ۱۳/۸۵، ۱۳/۷۵، ۱۳/۶۵، ۱۳/۶۲، ۱۳/۶ و ۱۹/۹ درصد بوده است و دو توزیع مدل سازی معادل با ۱۳/۸۵، ۱۳/۶۵، ۱۳/۶۱، ۱۳/۶۰ و ۱۹/۹ درصد می باشد و به عبارتی دارای بهترین عملکرد در به کارگیری روش SPH در راستای بهبود کارایی مدل عددی بوده است.

> **استناد**: پورلک، مهیار؛ جباری، احسان؛ و اکبری، حسن. (۱۴۰۲). تأثیر چیدمان اولیه ذرات در مدلسازی تولید موج با روش هیـدرودینامیک ذرات همــــوار براســـاس مــــدل آزمایشـــگاهی. پـــ<u>ژوهش هــای زیر</u>ســاختهـای عمرانـــی، ۲۱۹)، ۳۵-۵۰. https://doi.org/10.22091/cer.2023.9003.1451





۱– مقدمه

برای شبیه سازی محیط سیال در شرایط مختلف اعم از جریان های دریایی، اقیانوسی و جوی و یا مخازن عموما نیاز به مدل سازی عددی با استفاده از روش های متنوع است [۱–۳]. مشهور ترین و متداول ترین این مدل های عددی بر اساس روش احجام محدود عمل می کنند از جمله مدل عددی Tlow-3D و مدل محاسباتی Ansys Fluent که بر پایه ایجاد شبکه نقاط محاسباتی از جمله مدل استوار است [۴–۶]. در چند دهه اخیر، روش های بدون شبکه توسعه یافته اند که دارای مزیت هایی از جمله عدم نیاز به هزینه تعریف شبکه نقاط و عدم وابستگی این نقاط به یکدیگر است. از جمله این روش ها، روش های پایه شعاعی و نیز روش هیدرودینامیک ذرات هموار ('SPH) است [۵].

روشهای حل مسائل سیالات با دو رویکرد متمایز انجام می گیرد: رویکرد اویلری و رویکرد لاگرانژی. در رویکرد اویلری، سیال در داخل شبکهای که ثابت است حرکت میکند و جابهجا میشود. اما در روش لاگرانژی، نقاط شبکه روی سیال قرار گرفته است و با آن حرکت میکند و بنابراین میتوان تاریخچه حرکت سیال را مشاهده نمود. علاوه بر این به دلیل حرکت شبکه به همراه سیال جملات جابهجایی در معادلات حاکم هم حذف می شوند. بنابراین کدنویسی روش سادهتری است. به علاوه در این روش نقاطی که روی مرز قرار گرفتهاند به سادگی موقعیت مرز متحرک را در زمانهای مختلف مشخص میکنند و نیازی به یافتن موقعیت مرز متحرک نیست. همچنین نیاز به تعریف نقاط خارج از جسم برای پوشش تغییرشکلهای میدان در زمانهای بعدی نیست. با این وجود، چون فرمولاسیون وابسته به سیال است، در تغییر شکلهای بزرگ فرمولاسیون حل و بنابراین پاسخها دچار خطا می شوند.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار، یکی از روشهای مدلسازی عددی بدون شبکه است که با توجه به پژوهشهای انجام شده نتایج قابلقبول و کارآمدی در مدلسازی مسائل هیدرولیک ارائه کرده است. در این روش، فضای حل براساس ذرات تشکیل گردیده و خصوصیات سیال (سرعت، فشار، جابهجایی و غیره) در هر نقطه به عنوان متغیری برای هر ذره، با درونیابی توسط تابع کرنل از ذرات موجود در همسایگی آن ذره، محاسبه می گردد. بنابراین اساس روش SPH بر پایه به کار گیری ذرات سیال و یافتن ویژگیهای سیال برای آن ذرات است. روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) یک روش کاملا لاگرانژی و مبتنی بر ذرات متحرک است که در چند دهه گذشته بهدلیل کاربردهای فراوان، سهولت اجرا و مزیتهای چشم گیر آن در حل مسایل مختلف حوزه سیالات نسبت به روشهای مبتنی بر شبکه (حجم محدود، تفاضل محدود)، بسيار مورد توجه محققين قرار گرفته است. ایده اصلی این روش در سال ۲۰۰۵ توسط موناگان ا به عنوان روشی جهت شبیهسازی سیال با جایگزینی ذرات که خصوصیات سیال را شبیهسازی مینماید، معرفی گردید [۸-۸].

روش هیدرودینامیک ذرات هموار در دو نوع مختلف توسعه یافته است. این دو نوع براساس ویژگی تراکمپذیری یا تراکمناپذیری سیال از یکدیگر تفکیک میشوند:

(الف) روش ^۲CSPH یا ^۲WCSPH یکی از روشهای هیدرودینامیک ذرات هموار است که ویژگی تراکمپذیری سیال یا تراکمپذیری کم را در حل مساله در نظر گرفته است. در این روش برای محاسبه میزان فشار از معادله حالت استفاده شده است [۹].

²- Monaghan

³- Compressible SPH

⁴- Weekly Compressible SPH

¹- Smoothed-Particle Hydrodynamics

(ب) روش ^۵ ISPH که در آن سیال تراکمناپذیر در نظر گرفته شده و با اعمال روابط در رویه حل و معادلات حاکم، تراکمناپذیری سیال ارضا گردیده است. در این روش از یک الگوریتم نیمهضمنی جهت اعمال تراکمناپذیری و برای محاسبه فشار از معادله پواسون استفاده شده است. به علاوه در این روش، معادلات اندازه حرکت و پیوستگی با نگرش لاگرانژی در دو گام زمانی کوچک نزدیک به هم، حل میشوند. از جمله این روشها حل دستگاه معادلات به روش تکرار است. در این روش با در نظر گرفتن یک مقدار اولیه، مقادیر معندر این مقدار اختلاف جواب حاصل و جواب قبلی از مقدار اختلاف جواب حاصل و جواب قبلی از مقدار مشخصی کمتر شود (به عنوان نمونه روش

یکی از عوامل مؤثر بر سرعت حل، دقت پاسخ و در مجموع كارايي روش حل توزيع يا چيدمان اوليه نقاط يا ذرات در میدان است. این موضوع در همه روشهای عددی بدون شبکه مورد توجه فراوان است [۱۱]. در راستای توسعه روش SPH با تمرکز بر بحث چیدمان اولیه ذرات، محققین مطالعاتی را مبنی بر تأیید تأثیر گذاری این پارامتر بر دقت شبیهسازی انجام دادهاند که از این جمله می توان به پژوهش دیهل ٌ و همکاران، اشاره کرد. در این پژوهش چیدمان بهینه ذرات و ارتقای روش SPH در مسائل اخترفیزیک مورد ارزیابی قرار گرفته است [۱۲]. یکی از چالشهای اصلی در مدلسازی با روش SPH مسایل مرتبط با خطاهای حل عددی و روشهای درونيابي بوده است که منجر به بينظمي و ورود اغتشاشات در موقعیت ذرات در فرآیند حل عددی می گردد. بنابراین با بروز خطاهای مذکور دقت مدلسازی کاهش یافته و نیاز است تا با سازوکاری، دقت و کارآمدی

روش SPH برای انجام مدلسازی افزایش یابد. در واقع، اصلی ترین چالش و به تبع آن بروز خطاهای حل عددی در روش SPH عبارت است از خطاهای ناشی از درون یابی⁷ و خطاهای حل عددی[^].

برای حل این مشکل، محققین متعدد روشهای متنوعی را براساس بهکارگیری تکنیکهای مختلف ارائه کردهاند که در آنها هدف اصلی افزایش دقت و کارایی روش SPH در مدلسازی جریان سیال تحت شرایط مختلف بوده است [۲۲–۲۲]. روشهای مختلف ارائه شده، هریک دارای مزایا و معایبی بوده است که اصلیترین معایب این روشها شامل پیچیدگی عددی در فرآیند پیادهسازی دقیق در مدل، عدم کنترل بینظمیها و اغتشاشات برای کلیه ذرات و در نهایت، افزایش زمان محاسبات عددی در مدلسازی بوده است. مزایای اصلی این روشها افزایش دقت مدلسازی با اعمال تغییرات در موقعیت ذرات بوده است [۲۲ و ۲۲].

در پژوهش دیگری توسط پورلک و همکاران در خصوص نحوه چینش ذرات در مدلسازی شکست سد به عنوان یکی از مسائل کلاسیک و متعارف در مطالعه مدلهای عددی، اقدام به بررسی مشخصات سیال و مدل با در نظر گرفتن توزیع ذرات متفاوت شده است که با توجه به تحت تأثیر قرارگرفتن نتایج در آن مدلسازیها، توزیعهای دارای آرایش نامنظم (توزیع های فیبوناچی و ورونویی) حائز نتایج بهتری بودهاند [۲۳].

با توجه به توضیحات ارائه شده، به وضوح مشخص می گردد که در مطالعات انجام شده چیدمان اولیه و همچنین اصلاح موقعیت ذرات در گامهای زمانی حل عددی روش SPH به عنوان مؤثرترین پارامترها در بهبود روش مدنظر بوده است. بر این اساس در این پژوهش با هدف ارتقای روش هیدرودینامیک ذرات هموار و بهبود دقت محاسباتی روش مذکور، چیدمان اولیه برای

⁵- Incompressible SPH

⁶⁻ Diehl

⁷- Interpolation Errors

⁸- Numerical Errors

شبیهسازی مسئله مدلسازی تولید و شکست موج در ساحل مورد بررسی قرار گرفته است. با هدف ارزیابی و دستیابی به چیدمان اولیه بهینه، شش توزیع اولیه زیر برای ذرات مورد مطالعه قرار گرفته است: ۱- توزیع مربعی (SC) ۲- توزیع مثلثی (Triangular BCC) ۲- توزیع براساس الگوریتم WVT یا حریص ۴- توزیع براساس الگوریتم Greedy یا حریص ۵- توزیع شش ضلعی (Hexagonal)

۶- توزيع براساس الگوريتم فيبوناچى[°]

در اینجا هریک از گزینهها را بهطور اختصار توضیح داده شده است:

۱- توزیع مربعی (SC^{۱۰}): سادهترین توزیع اولیه ذرات، توزیع مربعی بوده است که عمدتا در پژوهشهای مختلف از این توزیع اولیه برای مدلسازی بر پایه روش SPH استفاده می گردد. این توزیع دارای پیچیدگی خاصی در تعیین موقعیت ذرات در صفحه (دوبعد) نبوده و تنها پارامتر مورد نیاز جهت به کارگیری این توزیع فاصله ذرات از یکدیگر بوده است. در این توزیع، فاصله تمامی ذرات از یکدیگر برابر بوده و ذرات به صورت منظم و با فاصله یکسان در راستای طول و عرض هندسه مدل توزیع می گردند.

۲- توزیع مثلثی (BCC^{۱۱}): دومین توزیع متداول ذرات برای تشکیل چیدمان اولیه در روش SPH، توزیع مثلثی یا لوزی گون بوده است. در این توزیع فاصله ذرات از یکدیگر کاملاً یکسان بوده و ذرات به صورت یکنواخت در صفحه پخش میشوند. تفاوت اصلی این توزیع نسبت به توزیع مربعی در موقعیت قرار گیری ذرات نسبت به یکدیگر بوده است به گونهای که در توزیع مربعی ذرات در رئوس یک مربع به اندازه ضلع dx نسبت به یکدیگر مستقر

می گردند ولی در توزیع مثلثی ذرات بر رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته و در صفحه گسترش می یابند. ۳- توزیع براساس الگوریتم ^{۲۱}WVT: این توزیع براساس روش ارائه شده توسط دیهل و همکاران، که برای نخستین بار در توزیع ذرات در روش SPH برای مباحث اخترشناسی ارائه گردید، تدوین شده است. روش WVT بر پایه دیاگرام ورونوئی^{۳۲} روشی برای تقسیم فضا به تعدادی ناحیه مشخص می باشد. براساس این روش در دیاگرام ورونوئی به هر مجموعهای از نقاط (که دامنهها، سایتها و یا مولدها نامیده می شوند) ناحیه ای اختصاص داده می شود که این نواحی سلول های ورونوی نامیده می شوند [11].

۴- توزیع براساس الگوریتم Greedy یا حریص: یکی از الگوریتمهای عددی که عمدتا برای حل مسائل بهینهسازی استفاده می گردد، الگوریتم حریص است. در حالت کلی این روش سرعت اجرای بهتری نسبت به روشهای مشابه خود داشته، اما بسته به مسئله ممکن است به یک جواب بهینه جامع منجر نگردد. در این الگوریتم رسیدن به هدف در هر گام مستقل از گام قبلی و بعدی است، به این معنی که در هر مرحله برای رسیدن به هدف نهایی، مستقل از این که در مراحل قبلی چه انتخابهایی صورت گرفته است و انتخاب فعلی ممکن است چه نتایجی در پی داشته باشد، این الگوریتم به عنوان بهترین انتخاب صورت می پذیرد و علت اصلی نام گذاری این روش همین مسأله بوده است [۲۲].

 ۵- توزیع Hexagonal یا ششضلعی: از دیگر توزیعهای به کارگیری شده برای اعمال چیدمان اولیه ذرات در این پژوهش، توزیع شش ضلعی-Hexagonal است. اساس این توزیع بر پایه تقسیم بندی سطح به شش ضلعیهای منظمی بوده است که دارای اضلاع با طول مساوی می باشند. برای پیاده سازی توزیع ذرات به شکل

⁹⁻ Fibonacci

¹⁰- Simple Cubic

¹¹- Body-Centered Cubic

¹²- Weighted Voronoi Tessellation

¹³- Voronoi Diagrams

شش ضلعی، ابتدا با در نظر گرفتن فضای حل (صفحه) و با تعیین اندازه ضلع شش ضلعی مبنا، کل صفحه به ناحیههایی با فرمت شش ضلعی با ابعاد مشخص شده، تقسیم بندی می گردد، در مرحله بعد رئوس هریک از شش ضلعی های ایجاد شده به عنوان موقعیت قرار گیری نرات تعیین شده و توزیع ذرات براساس شش ضلعی پیاده سازی می شود.

۶- توزیع براساس الگوریتم Fibonacci فیبوناچی: این توزیع براساس دنباله فیبوناچی و بیان هندسی مارپیچ فیبوناچی تعریف شده است. براساس سری فیبوناچی مجموعهای از نقاط بر مارپیچ فیبوناچی تعریف می گردد که بر این اساس میتوان با در نظر گرفتن موقعیت نقاط موجود بر مارپیچ فیبوناچی توزیعی از ذرات برای چیدمان اولیه ارائه نمود.

۲- معادلات حاکم و اصول روش هیدرودینامیک ذرات هموار

فرم لاگرانژی معادلات حاکم بر سیال شامل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت به صورت زیر است:

$$\frac{1}{\rho_{w}} \times \frac{D\rho_{w}}{Dt} + \nabla . \vec{U}_{fluid} = 0$$
(1)

$$\frac{D\vec{U}_{fluid}}{Dt} = \frac{-1}{\rho_w} \vec{\nabla}P + \nu_e \nabla^2 \vec{U}_{fluid} + \vec{g}$$
(Y)

که در آن ρ_w ، \overline{U}_{fluid} , P_w و \overline{g} به ترتیب بیانگر چگالی، سرعت سیال، فشار و شتاب ثقل زمین است. جملات سمت راست معادله (۲) نیز به ترتیب مبین نیروی فشار، v_e نیروی گرانش جاذبه هستند. v_e ویسکوزیته مؤثر است که همان مجموع ویسکوزیته Smagorinsky (v_T) و ویسکوزیته (v_{water}) و است.

تقریب انتگرالی برای کرنل W به شکل زیر است:

$$\left\langle f(x) \right\rangle = \int_{\Omega} W(x - x', h) f(x') d\Omega_{x'}$$
(٣)

به صورت کلی، W تابع کرنلی است که در Ω تعریف شده است و مقدار آن به فاصله بین ذرات |x-x'| = r = |x-x| هموارسازی) بستگی دارد.

۳- مواد و روشها

۳-۱- توزیعهای اولیه ذرات

چنانکه اشاره گردید، شرایط اولیه مدلسازی به ویژه چیدمان اولیه ذرات در روش SPH به عنوان یکی از مؤلفههای اصلی تأثیرگذار بر بهبود کارآیی روش مدنظر بوده است. در این پژوهش، برای ارزیابی چیدمان اولیه ذرات بر مدلسازی پدیده تولید موج و شکست آن در ساحل با بررسی توزیعهای مختلف ریاضی (الگوریتمهای توزیع ذرات در صفحه)، شش توزیع اصلی برای ایجاد چیدمان اولیه ذرات انتخاب گردیده و مدلسازی پدیده مذکور تحت هریک از چیدمانهای اولیه براساس شش در ادامه شش توزیع مذکور ارائه و پارامترهای مؤثر در تعریف این توزیعها مورد ارزیابی قرار میگیرد. شکل شماتیک توزیعهای مذکور در شکل ۱ نشان داده شده شماتیک توزیعهای مذکور در شکل ۱ نشان داده شده



۲-۲- مشخصات مدل آزمایشگاهی

به منظور ارزیابی تأثیر چیدمان اولیه ذرات در روش SPH در پدیده ساحلی شکست موج، شش مدل عددی قرار می گیرد.

میباشد. به این منظور، میبایست برنامه رایانهای توسعه

داده شود و امکان استفاده از آرایش ذرات مختلف و

هم چنين توزيع مجدد ذرات براساس الگوريتم عددى ارائه

شده در گامهای زمانی مدنظر فراهم گردد. سپس با

استخراج پارامترهای مختلف مرتبط با هریک از مدلهای

عددی شبیه سازی شده و همین طور با مقایسه خصوصیاتی

نظیر فشار و سرعت در مدل های مختلف، عملا حساسیت

پارامترهای مؤثر بر پدیده مورد تحلیل و بررسی دقیقتر

3(4)(5) 0, ... slope 1:10

شکل ۱- مشخصات هندسی و جزییات مدل آزمایشگاهی تولید

موج و شکست آن در ساحل [۱۹]

جهت شبیه سازی تولید موج و شکست آن در ساحل به

پارامترهای اولیه مدل برای ایجاد مدل عددی SPH

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 -1.5 0 0.25 0.45 0.65 0.85 1.05 1.25 1.45 1.65

2 3 4 5 6 7 8 9 1

مختلف براساس چیدمان های مختلف ذرات ایجاد و حل شده است. مدلها براساس پژوهش آزمایشگاهی محمودی و همکاران تعریف و پیادهسازی شده است [۱۹]. براساس مطالعه آزمایشگاهی مذکور، مشخصات هندسی و ژئومتری مدل و موقعیت گیجهای اندازه گیری به شرح شکل ۲ مے باشد.

در این پژوهش یکی از موارد تحقیق فوق انتخاب و مدلهای عددی براساس شرایط آن تعریف و پیادهسازی شده است. شرایط فیزیکی نمونه مدنظر جهت مدلسازی عددی مطابق نمونه دوم پژوهش آزمایشگاهی در نظر گرفته شده که جزئیات آن در جدول ۱ نمایش داده شده است.

روش تجزیه و تحلیل دادهها در این پژوهش مبتنی بر مدلسازی تولید موج براساس سناریوهای تحقیق به روش عددی و با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار SPH با در نظر گرفتن آرایش متفاوت ذرات و همین طور بازتوزیع ذرات در گامهای زمانی مختلف

شرح جدول ۲ میباشد.

جدول ۱- مشخصات و پارامترهای هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی شکست موج

پريود موج (sec)	ارتفاع موج (m)	مورد شبيەسازى
١/٨	•/•\$\$\$	Case II

جملول ۲۰۰ جرييف و پارستر ملي مثل ۲۱۱ در منان ساري توليد موج و مناسب اي					
WCSPH	نوع فرمولبندي هيدروديناميك ذرات هموار				
Wendland	تابع کرنل				
Predictor-Corrector	الگوريتم گامهاي زماني				
MLS	فیلتر چگالی				
Artificial	راه حل تدقيق لزجت				
Tait's Equation	معادله حالت				
Piston-flap	نوع موج ساز				
0.01 m	فاصله نقاط				
0.000045 sec	گام زمانی				
13 sec	مدت شبیه سازی				

جدول ۲- جزیبات و بارامترهای اصلی مدل SPH در مدل سازی تولید موج و شکست آن

مورد مطالعه توانایی مدلسازی با بهره گیری از روش SPH را دارد، استفاده شده است. همچنین جهت توسعه این مدل برای به کارگیری توزیعهای مختلف ذرات و ۳-۳- ابزار مدلسازی و تجزیه و تحلیل اطلاعات

در این پژوهش به منظور مدلسازی سناریوهای تحقیق از مدل مرجع باز SPHysics که در حوزههای

پیادهسازی الگوریتم عددی ذرات در گامهای زمانی از برنامهنویسی در بستر MATLAB و FORTRAN استفاده شده است. به منظور تحلیل و ارزیابی نتایج حاصل از مدلسازی که بر پایه مدل SPHysics توسعه یافته است. از نرمافزار MATLAB برای ارائه نتایج، مقایسه و تجزیه و تحلیل خروجی مقایسهای حاصل از مدلسازی استفاده شده است.

۴- بحث و بررسی نتایج

در این بخش نتایج حاصل از مدلسازی عددی تولید موج و شکست آن در ساحل با بهرهگیری از روش هیدرودینامیک ذرات هموار SPH و براساس شش چیدمان اولیه متفاوت ذرات ارائه شده است. با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش پیشین، مدل عددی براساس خصوصيات، جزئيات هندسي، شرايط اوليه و شرایط مرزی مدل آزمایشگاهی ایجاد و با توجه به جدول ۲ پارامترهای مدل عددی روش SPH تعیین می گردد. در نهایت، مدل حل شده و نتایج حاصل در این بخش ارائه شده است. نتایج ارائه شده در این بخش شامل کانتورهای موقعیت ذرات، سرعتهای برداری و فشار ذرات در گام زمانی T=4.9 s بوده است. به طور خلاصه، جهت نمایش نتایج سرعتها، فشار با توزیعهای مختلف، زمان ۴/۹ ثانیه به دلیل امکان نمایش موج در حال تشکیل، موج تشکیل شده و در حال حرکت به سمت ساحل مدل و در نهایت، موج رسیده شده به ساحل انتهای مدل، انتخاب گردیده است که در ادامه در کلیه شکلها قابل بررسی خواهد بود.

در مدل آزمایشگاهی محمودی و همکاران، ۱۰ گِیج اندازه گیری تغییرات تراز سطح آب در موقعیتهای مختلف در طول فلوم آزمایشگاه نصب شده است که میزان تغییرات سطح آب را در بازه زمانی انجام آزمایش ثبت و نتایج را ذخیره مینماید. بر این اساس و با هدف ارزیابی دقت مدلسازی عددی، میزان تغییرات تراز سطح آب در موقعیتهای متناظر با موقعیت گیجهای مدل

آزمایشگاهی، از نتایج حاصل از مدلسازی عددی استخراج و با نتایج مدل آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج ارائه شده از مدلسازی عددی تولید موج و شکست آن در ساحل شامل دو قسمت اصلی به شرح ذیل میباشد:

- ۱- کانتور تغییرات موقعیت ذرات، سرعت برداری و فشار در گام زمانی T=4.9 s به عنوان نمونه با توجه به ملاحظات طرح شده
- ۲- میزان تغییرات تراز سطح آزاد آب در موقعیت
 گیجهای اندازه گیری نوسات سطح آب نصب شده
 در مدل آزمایشگاهی.

در ادامه نتایج بهدست آمده از هریک از توزیعها ارائه می گردد.

۴-۱- مدلسازی تولید- شکست موج براساس توزیع
 اولیه مربعی-SC

در این بخش، نتایج حاصل از مدلسازی پدیده تولید و شکست موج در ساحل با بهره گیری از روش SPH و براساس چیدمان اولیه ذرات با توزیع مربعی-SC ارائه شده است. بر این اساس در شکل ۳، موقعیت ذرات با رنگهای راهنمای تصویر به صورتی که نشاندهنده محل ذرات، مقدار سرعت و فشار ذرات در گام زمانی ۴/۹ ثانیه است، به ترتیب ارائه شده است.

به منظور ارزیابی نتایج حاصل از مدلسازی عددی، میزان تغییرات تراز سطح آب (ζ) برحسب سانتیمتر در بازه زمانی مدلسازی برای شش موقعیت نصب گیج در مدل آزمایشگاهی در شکل ۴ ارائه شده است. در این شکل، نمودارها بیانگر تغییرات تراز سطح آب (محور قائم) برحسب زمان مدلسازی بر مدت زمان پریود موج تولید شده توسط دستگاه موجساز (محور افقی) (t/T) برای هریک از موقعیتهای اندازهگیری شده توسط گیجهای مدل آزمایشگاهی بوده است. علت بدون بعد بودن محور افقی فراهم نمودن قابلیت مقایسه در مطالعات آتی بوده است. علاوه بر این میزان خطای مدلسازی و مقایسه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.



نتایج مدل عددی با نتایج مدل آزمایشگاهی در بخش بعد

شکل ۳- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه SC در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت ذرات در جهات x و y، اندازه سرعت و فشار ذرات



شکل ۴- میزان تغییرات تراز سطح آب در مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه ذرات مربعی-SC

۲-۴- مدلسازی تولید- شکست موج براساس توزیع مثلثی-Triangular

با مدلسازی موج با استفاده از توزیع اولیه ذرات مثلثی-Triangular، نتایج مندرج در شکل ۵ که شامل موقعیت ذرات با تفکیک رنگ، نشاندهنده محل قرارگیری، مقدار سرعت و فشار ذرات در گام زمانی ۴/۹ ثانیه است، ارائه شده است.

میزان تغییرات تراز سطح آب در بازه زمانی مدلسازی برای هر شش موقعیت گیج در مدل آزمایشگاهی در شکل ۶ ارائه شده است. در این شکل نیز نمودارها بیانگر تغییرات تراز سطح آب (محور قائم)

براساس زمان مدلسازی بر مدت زمان پریود موج تولید شده توسط دستگاه موجساز (محور افقی) است.

۴-۳- مدلسازی تولید- شکست موج براساس توزیع الگوریتم WVT

در این توزیع، الگوریتم WVT همانند چیدمانهای دو قسمت قبل نسبت به اجرای مدل اقدام گردید که نتایج و مقادیر پارامترهای تأثیرگذار در اجرای این توزیع در شکل ۷ قابل مشاهده است. در این حالت نیز محاسبات جهت ارزیابی سطح تراز سیال در هریک از گیجهای اندازه گیری در گام زمانی T برابر ۴/۹ ثانیه به صورت شکل ۸ انجام شده است.



شکل ۵- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه Triangular در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت



ذرات در جهات x و y، اندازه سرعت و فشار ذرات

شکل ۶- میزان تغییرات تراز سطح آب در مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه ذرات مثلثی-Triangular



شکل ۲- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه الگوریتم WVT در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت ذرات در جهات x و ۷، اندازه سرعت و فشار ذرات

۴-۴- مدلسازی تولید- شکست موج براساس توزیع الگوریتم Greedy

همانند توزیعهای قبلی، مدلسازی توزیع الگوریتم حریص (Greedy) نیز با اجرای مدل عددی پدیده تولید موج با بهرهگیری از روش SPH انجام گرفته است که نتایج پارامترهای اساسی شامل سرعت و فشار قابل

محاسبه است. برای نمونه شکل ۹، مقادیر این پارامترها را در گام زمانی T=4.9 s به نمایش می گذارد. در مورد این توزیع نیز مجددا محاسبات تراز سطح آزاد موج انجام گردیده است که تغییرات سطح آب در بازه زمانی مدلسازی برای هر شش موقعیت به شرح شکل ۱۰ میباشد.



شکل ۸- میزان تغییرات تراز سطح آب در مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه ذرات الگوریتم WVT



شکل ۹- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه الگوریتم Greedy در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت ذرات در جهات x و y، اندازه سرعت و فشار ذرات

۴–۵– مدلسازی تولید– شکست موج براساس توزیع Hexagonal

چیدمان Hexagonal یا شش ضلعی دارای قابلیت گسترش در مدل و فلوم عددی در یک بعد با کمترین تأثیرگذاری بر تراکم ذرات است که نتایج محاسبات مربوط به این توزیع نیز براساس پارامترهای مورد نظر در

شکل ۱۱ آمده است. برای این توزیع نیز تراز سطح آب به شرح شکل ۱۲ محاسبه گردیده است که نمودارهای آن در شکل قابل مشاهده است.

۴–۶- مدلسازی تولید- شکست موج براساس توزیع Fibonacci





شکل ۱۱- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه شش وجهی در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت ذرات در جهات x و y، اندازه سرعت و فشار ذرات



سال نهم، شماره ۲ (۱۴۰۲)

مشابه سایر توزیعها مقادیر سرعت، فشار و محل قرارگیری ذرات نیز گزارش گردیده است. براساس آنچه در قسمت قبل ارائه شد، اندازه گام زمانی برابر با ۴/۹ ثانیه انتخاب گردیده است که جامعیت و در عین حال قابلیت مقایسه شهودی چیدمانها فراهم باشد.

بررسی بعدی شامل تغییرات تراز سطح آزاد آب است که براساس تمام شش موقعیت تعریف شده تراز





شکل ۱۳- نتایج حاصل از مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه Fibonacci در زمان T = 4.9 s شامل موقعیت ذرات، سرعت ذرات در جهات x و y، اندازه سرعت و فشار ذرات



شکل ۱۴- میزان تغییرات تراز سطح آب در مدلسازی تولید- شکست موج با چیدمان اولیه ذرات Fibonacci

۵- ارزیابی نتایج مدلسازی تولید- شکست موج براساس چیدمانهای اولیه

به منظور ارزیابی نتایج حاصل از مدلسازی پدیده تولید- شکست موج با بهره گیری از روش SPH و براساس شش چیدمان اولیه پیشنهادی برای ذرات، در این بخش نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی و مدل عددی مورد

مقایسه قرار گرفته است. بر این اساس، میزان تغییرات سطح آزاد آب در موقعیتهای نصب گیجهای اندازه گیری نوسات سطح آب در مدل آزمایشگاهی، در هریک از مدلهای عددی استخراج و در ادامه ارائه شده است. به این منظور میزان تغییرات تراز سطح آب براساس نسبت مدت زمان مدلسازی بر پریود موج ایجاد شده

(t/T) در شش تراز طولی به شرح ذیل در مدل عددی استخراج و نتایج حاصل با نتایج مدل آزمایشگاهی محمودی و همکاران، مورد مقایسه قرار گرفته است [۲۸]. لازم به ذکر است که موقعیتدهی تراز طولی در مدل آزمایشگاهی از ابتدای فلوم (موقعیت قرارگیری دستگاه موجساز) اندازه گیری شده است.

- X = 1.00 m ا موقعیت اول: X = 2.50 mX = 2.50 m موقعیت دوم: X = 2.95 mX = 2.95 m موقعیت سوم: X = 3.35 m
- ۵- موقعیت پنجم: X = 3.55 m
- ۶- موقعیت ششم: X = 3.75 m

در ادامه، نتایج حاصل از تغییرات تراز سطح آب در مدلهای عددی بههمراه نتایج حاصل از مدل آزمایشگاهی برای هریک از موقعیتهای مذکور آورده شده است. بر این اساس در شکل ۱۵، میزان تغییرات سطح آب بر پارامتر زمان (نسبت مدت زمان مدلسازی بر پریود موج ایجاد

شده) برای سه موقعیت X برابر با ۱، ۲/۵ و ۲/۹۵ متر در مدلهای عددی و آزمایشگاهی و در شکل ۱۶، نتایج حاصل برای سه موقعیت X برابر ۳/۳۵، ۳/۵۵ و ۳/۷۵ متر ارائه شده است. همچنین نتایج کمّی و ارزیابی میزان خطای مدلسازی در جدول ۳ نشان داده شده است. به منظور ارزیابی کمی نتایج حاصل از مدلسازی عددی و با هدف استخراج بهترین چیدمان اولیه برای مدلسازی پدیده تولید و شکست موج براساس روش SPH، در جدول ۳، مقادیر درصد خطای مدلسازی برای هریک از موقعیتهای ششگانه اندازهگیری تغییرات تراز سطح آب و براساس هریک از چیدمانهای اولیه ذرات ارائه شده است. همچنین مقادیر کمینه، بیشینه، میانگین و جذر میانگین مجموع مربعات خطای نسبی در جدول محاسبه شده است. علاوه بر این، نتیجه هریک از چیدمانها در یک نمودار جداگانه با نتیجه آزمایشگاهی مقایسه شده است.



شکل ۱۵- میزان تغییرات سطح آب بر پارامتر زمان برای سه موقعیت مختلف X در مدل های عددی و آزمایشگاهی



شکل ۱۶- میزان تغییرات تراز سطح آب برحسب زمان برای سه موقعیت مختلف X در مدل های عددی و آزمایشگاهی

جذر میانگین	میانگین	بیشینه خطا میانگیز (درصد) خطا (درم	کمینه	X (m)								
مجموع مربعات خطا (درصد)	خطا (درصد)		(درصد)	(درصد)	(درصد)	حطا (درصد)	٣/٧۵	۳/۵۵	٣/٣۵	۲/9۵	۲/۵۰	۱/۰۰
14/0202	۱۳/۸۵	18/0898	۱۰/۰۵۸۷	۱۰/۰۵۸۷	18/8084	17/5784	14/7290	18/0704	18/0895	SC		
۱۳/۹۰۸۶	۱۳/۷۵	18/2016	۱۰/۸۷۲۵	11/7084	۱۰/۸۷۲۵	18/4802	10/•07٣	10/0726	18/2016	BCC		
۱۲/۷۹۸۰	17/88	14/9857	۹/۸۵۵۴	9/9957	٩/٨۵۵۴	17/9847	18/8088	14/9802	14/2020	WVT		
18/4445	18/26	18/2020	1./2011	۱۰/۹۹۸۵	17/3804	1./2011	18/8204	10/9716	18/2020	Greedy		
9/8494	٩/٠٧	17/8808	0/9074	۶/۰۰۵۲	0/9014	۶/۸۸۶۵	1./9849	17/8808	17/8088	Hexagonal		
۹/۵۳۰۸	٩/٣٧	11/8090	۶/۳۲۵۱	۶/۳۲۵۱	٨/۵٣٩٧	٨/٨٨۵۶	٩/٨٧١١	11/8097	11/7088	Fibonacci		

جدول ۳- ارزیابی نتایج حاصل از مدلسازی عددی پدیده تولید- شکست موج (درصد خطای مدلسازی)

کمترین مقدار میانگین خطای مدلسازی (حدود ۹٪) بودهاند. علاوه بر این نتایج نشان می دهد که مدلسازی پدیده تولید- شکست موج با چیدمانهای مربعی، مثلثی و الگوریتم حریص (Greedy) دارای بیش ترین مقدار خطای مدلسازی (حدود ۱۳٪) بوده است. نتایج، اعم از کمینه، بیشینه، میانگین و جذر میانگین مجموع مربعات خطای نسبی که همگی روند نسبتا مشابهی دارند، در مجموع نمودار مقادیر درصد خطا برای هریک از چیدمانهای شش گانه در طول فلوم نیز در شکل ۱۷ نشان داده شده است. مقادیر مذکور بیانگر میانگین خطای مدلسازی تغییرات تراز آب براساس پارامتر زمان در هریک از شش موقعیت اندازه گیری (, 2.95, 2.95, 2.00 هریک از شش موقعیت اندازه گیری (, 3.55, 3.75m میدهد که دو توزیع شش ضلعی و فیبوناچی دارای می توان نتیجه گرفت که دو چیدمان (توزیع شش ضلعی بهتری نسبت به سایر چیدمانها در شبیه سازی پدیده ذرات و توزیع بر اساس الگوریتم فیبوناچی) دارای عملکرد تولید و شکست موج در ساحل براساس روش SPH است.



شکل ۱۷- تغییرات درصد خطای مدلسازی تراز سطح آب در طول فلوم در مدلهای عددی نسبت به مدل آزمایشگاهی

چيدمان اوليه ذرات، بيشترين ميزان خطاى مدلسازى

متعلق به چیدمان های مربعی و مثلثی و Greedy و

بهترین عملکرد مدل براساس چیدمانهای اولیه شش

ضلعی و فیبوناچی بوده است. براساس نتایج مشخص

گردید که مدلهای عددی تولید موج با چیدمانهای

مربعي، مثلثي، Hexagonal ،Greedy ،WVT و

Fibonacci به ترتیب دارای خطای مدلسازی برابر با

۱۳/۸۵، ۱۳/۷۵، ۱۲/۶۳، ۱۲/۶۴، ۱۳/۸۵ و ۹/۳۷ درصد

است. با توجه به نتایج بهدست آمده می توان نتیجه گرفت

که دو توزیع اولیه شش ضلعی و فیبوناچی دارای خطای

مدلسازی کمتر از ۱۰٪ و بنابراین دارای بهترین عملکرد

در به کار گیری روش SPH در راستای بهبود کارایی مدل

۶- نتیجهگیری

در این پژوهش براساس یافتههای پیشین و با ارزیابی دستاوردهای علمی پژوهشگران مشخص گردید که برای ارتقای عملکرد و بهبود کارایی روش SPH ارائه شده است [۱۷]. علاوهبر این، اندک مطالعاتی به بررسی چیدمان اولیه ذرات در روش SPH معطوف بوده که نتایج بیانگر تأثیر این مفهوم در بهبود کارایی روش SPH بوده است. بر این اساس در این پژوهش تأثیر چیدمان اولیه در مطالعه عددی در راستای بهبود و ارتقای کارایی روش SPH مورد بررسی قرار گرفت.

> نتایج نشان داد که در مدلسازی پدیده تولید موج و شکست آن در ساحل به روش SPH و براساس شش

References

 Mehrabi, Z., Kamalian, R., Babaee, M., & Jabbari, E. (2020). Numerical Study of Local Scour Under the Jet Discharging From the Power Plants (Case Study: Neka Power Plant). *Civil Infrastructure Researches*, 6(1), 141-151. doi: 10.22091/cer.2021.6541.1225 [In Persian]

عددی بوده است.

- [2] Moayyedi, M. K., & Bashardust, A. (2019). Numerical Simulation of Airflow and Particle Deposition from the Surface of Raw Materials Piles and Studying the Effects of Shape Variations and Free-Stream Velocity in Wind Erosion Reduction. *Civil Infrastructure Researches*, 5(1), 121-134. doi: 10.22091/cer.2019.4211.1143 [In Persian]
- [3] Farzin, S., Karami, H., Yahyavi, F., & Nayyer, S. (2018). Numerical study of hydraulic characteristics around the vertical and diagonal sharp crested weirs using Flow3D simulation.. *Civil Infrastructure Researches*, 4(1), 15-24. doi: 10.22091/cer.2017.1661.1068 [In Persian]
- [4] Jabbari, E., Karami, H., & molaiyfard, M. (2017). Numerical investigation of the influence of a hole at the pier of the bridge on the flow characteristics of the pier. *Civil Infrastructure Researches*, 3(1), 17-29. doi: 10.22091/cer.2017.1930.1073 [In Persian]

- [5] Fallah, A., Jabbari, E., & Babaee, R. (2019). Development of the Kansa method for solving seepage problems using a new algorithm for the shape parameter optimization. *Computers & Mathematics with Applications*, 77(3), 815-829. doi: 10.1016/j.camwa.2018.10.021
- [6] Monaghan, J. J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. Annual review of astronomy and astrophysics, 30(1), 543-574. doi: 10.1146/annurev.aa.30.090192.002551
- [7] Monaghan, J. J. (2012). Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44, 323-346. doi: 10.1146/annurev-fluid-120710-101220
- [8] Liu, M. B., & Liu, G. (2010). Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments. Archives of computational methods in engineering, 17, 25-76. doi: 10.1007/s11831-010-9040-7
- [9] Lee, E. S., Violeau, D., Issa, R., & Ploix, S. (2010). Application of weakly compressible and truly incompressible SPH to 3-D water collapse in waterworks. *Journal of Hydraulic research*, 48(sup1), 50-60. doi: 10.1080/00221686.2010.9641245
- [10] Fallah, A., Jabbari, E., & Babaee, R. (2019). Development of the Kansa method for solving seepage problems using a new algorithm for the shape parameter optimization. *Computers & Mathematics with Applications*, 77(3), 815-829. doi: 10.1016/j.camwa.2018.10.021
- [11] MohammadAlian, S., Babaee, R., & Jabbari, E. (2023). A New Adaptive Algorithm for the Optimal Distribution of Computational Centers in the Meshless Multiquadric Method. *Civil Infrastructure Researches*, 9(1), 161-173. doi: 10.22091/cer.2023.8470.1419 [In Persian]
- [12] Morris, J. P., Fox, P. J., & Zhu, Y. (1997). Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH. Journal of computational physics, 136(1), 214-226. doi: 10.1006/jcph.1997.5776
- [13] Diehl, S., Rockefeller, G., Fryer, C. L., Riethmiller, D., & Statler, T. S. (2015). Generating optimal initial conditions for smoothed particle hydrodynamics simulations. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 32, e048. doi: 10.1017/pasa.2015.50
- [14] Belytschko, T., Krongauz, Y., Dolbow, J., & Gerlach, C. (1998). On the completeness of meshfree particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(5), 785-819. doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19981115)43:5<785::AID-NME420>3.0.CO;2-9
- [15] Khayyer, A., Gotoh, H., & Shao, S. D. (2008). Corrected incompressible SPH method for accurate watersurface tracking in breaking waves. *Coastal Engineering*, 55(3), 236-250. doi: 10.1016/j.coastaleng.2007.10.001
- [16] Antuono, M., Colagrossi, A., & Marrone, S. (2012). Numerical diffusive terms in weakly-compressible SPH schemes. *Computer Physics Communications*, 183(12), 2570-2580. doi: 10.1016/j.cpc.2012.07.006
- [17] Gui, Q., Dong, P., & Shao, S. (2015). Numerical study of PPE source term errors in the incompressible SPH models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 77(6), 358-379. doi: 10.1002/fld.3985
- [18] Gotoh, H., Khayyer, A., Ikari, H., Arikawa, T., & Shimosako, K. (2014). On enhancement of Incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows. *Applied Ocean Research*, 46, 104-115. doi: 10.1016/j.apor.2014.02.005
- [19] Oger, G., Marrone, S., Le Touzé, D., & De Leffe, M. (2016). SPH accuracy improvement through the combination of a quasi-Lagrangian shifting transport velocity and consistent ALE formalisms. *Journal of Computational Physics*, 313, 76-98. doi: 10.1016/j.jcp.2016.02.039
- [20] Sun, P. N., Colagrossi, A., Marrone, S., & Zhang, A. M. (2016). Detection of Lagrangian coherent structures in the SPH framework. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 305, 849-868. doi: 10.1016/j.cma.2016.03.027
- [21] Monaghan, J. J. (1989). On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational physics*, 82(1), 1-15.
- [22] Monaghan, J. J. (2000). SPH without a tensile instability. *Journal of computational physics*, 159(2), 290-311. doi: 10.1006/jcph.2000.6439
- [23] Akbari, H. (2019). An improved particle shifting technique for incompressible smoothed particle hydrodynamics methods. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 90(12), 603-631. doi: 10.1002/fld.4737
- [24] Pourlak, M., Akbari, H., & Jabbari, E. (2023). Importance of Initial Particle Distribution in Modeling Dam Break Analysis with SPH. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 27(1), 218-232. doi: 10.1007/s12205-022-0304-1
- [25] Leiserson, C. E., Rivest, R. L., Cormen, T. H., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms, Third Edition*, Cambridge, MA, USA: MIT press.
- [26] Mahmoudi, A., Hakimzadeh, H., Ketabdari, M. J., Etemadshahidi, A., Cartwright, N., & Abyn, H. (2016). Weakly-compressible SPH and Experimental modeling of periodic wave breaking on a plane slope. *International Journal of Maritime Technology*, 5, 63-76. doi: 20.1001.1.23456000.2016.5.0.3.5