



University Of Qom

Civil Infrastructure Researches

Journal of
Civil Infrastructure
Researches

Online ISSN: 2783-140X
journal homepage: <https://cer.qom.ac.ir/>



Investigating the Simultaneous Effect of Suction and Silt Percentage on the Critical State Shear Strength of the Unsaturated Silty Sand

Maziar Abdi¹, Mohammad Maleki^{2✉}, Erfan Chali³

1. Ph.D. student, Department of Civil Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. E-mail: m.abdi@eng.basu.ac.ir
2. Corresponding author, Associate Professor, Department of Civil Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. E-mail: maleki@basu.ac.ir
3. Ph.D. student, Department of Civil Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran. E-mail: e.chali@eng.basu.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:

Received 28 May 2022
Revised 04 Sep 2022
Accepted 04 Sep 2022

Keywords:

Unsaturated Silty Sand,
Shear Strength,
Critical State,
Fine Content,
Equivalent Intergranular
Void Ratio.

ABSTRACT

In this study, the critical state shear strength of a type of sand with different silt percentages in saturated and unsaturated states has been investigated. For this purpose, a number of undrained consolidated (CU) and drained consolidated (CD) triaxial tests were performed on saturated and unsaturated samples, respectively. The samples were sheared under confining pressures of 50, 100 and 150 kPa and suction levels of 50, 100, 150 and 250 kPa for unsaturated samples. In the saturated state, the results showed that if samples are remolded with the same e_{eq} for the different percentages of fines the critical state lines are converged. In the unsaturated state and net stress state, the critical state line is not only dependent on suction, but also changes with changes in the percentage of fines. However, in the effective stress state, by applying the appropriate effective stress relations and the concept of equivalent intergranular skeleton void ratio, these lines can be converged independently of suction and fine content and reach a single critical state line in the stresses space.

Cite this article: Abdi, Maziar., Maleki, Mohammad., & Chali, Erfan. (2023). Investigating the Simultaneous Effect of Suction and Silt Percentage on the Critical State Shear Strength of the Unsaturated Silty Sand. *Civil Infrastructure Researches*, 9(1), 59-75. <https://doi.org/10.22091/cer.2022.8344.1408>



Publisher: University of Qom.
© The Authors.

DOI: <https://doi.org/10.22091/cer.2022.8344.1408>

بررسی اثر توأم مکش و درصد لای بر مقاومت برشی حالت بحرانی ماسه لای دار غیراشباع

مازیار عبدی^۱، محمد ملکی^{۲*}، عرفان چالی^۳

۱. دانشجوی دکتری مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعالی سینا، همدان، ایران. رایانامه: m.abdi@eng.basu.ac.ir

۲. نویسنده مسئول، دانشیار گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعالی سینا، همدان، ایران. رایانامه: Maleki@basu.ac.ir

۳. دانشجوی دکتری مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعالی سینا، همدان، ایران. رایانامه: e.chali@eng.basu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، مقاومت برشی حالت بحرانی یک نوع ماسه با درصدهای مختلف لای در حالت‌های اشباع و غیراشباع بررسی شده است. برای این منظور، تعدادی آزمایش سه‌محوری تحقیم‌یافته زهکشی نشده (CU) روی نمونه‌های اشباع و تعدادی آزمایش تحقیم‌یافته زهکشی نشده (CD) روی نمونه‌های غیراشباع انجام شده است. نمونه‌ها تحت سه تنش همه‌جانبه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ کیلوپاسکال و با در نظر گیری چهار سطح مکش ۵، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۵۰ کیلوپاسکال برای نمونه‌های غیراشباع، در معرض برش قرار گرفتند. نتایج نشان می‌دهد که اگر نمونه‌هایی با e_{eq} برابر ساخته شود، خطوط حالت بحرانی در حالت اشباع و در درصدهای مختلف ریزدانه روی هم قرار می‌گیرد. در حالت غیراشباع و در فضای تنش خالص، خط حالت بحرانی نه تنها وابسته به مکش است، بلکه با تغییرات درصد ریزدانه نیز این خطوط تغییر می‌کند. با این حال در حالت تنش مؤثر می‌توان با به کار گیری روابط تنش مؤثر مناسب و مفهوم نسبت تخلخل بین دانه‌ای معادل، این خطوط را مستقل از مکش و درصد ریزدانه همگرا کرد و به خط حالت بحرانی واحد در فضای 'q-p' رسید.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۰۳

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۶/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۲۱

کلیدواژه‌ها:
ماسه لای دار غیراشباع،
مقاومت برشی،
حالت بحرانی،
درصد ریزدانه،
نسبت تخلخل بین دانه‌ای
معادل.

استناد: عبدی، مازیار؛ ملکی، محمد؛ و چالی، عرفان. (۱۴۰۲). بررسی اثر توأم مکش و درصد لای بر مقاومت برشی حالت بحرانی ماسه لای دار غیراشباع. *پژوهش‌های زیرساخت‌های عمرانی*, ۹(۱)، ۵۹-۷۵. <https://doi.org/10.22091/cer.2022.8344.1408>

۱- مقدمه

از طرف دیگر، دانه‌بندی خاک و اثر مستقیم آن بر روی بافت خاک، می‌تواند نقش قابل توجهی بر رفتار استاتیکی و دینامیکی خاک داشته باشد. در شرایط اشباع، مطالعات نسبتاً مفصلی روی خاک‌های ماسه‌ای لای دار انجام گرفته است و با استفاده از مفاهیمی همچون نسبت تخلخل بین دانه‌ای معادل و ریزدانه آستانه تصویر نسبتاً روشنی از رفتار آن‌ها ارائه شده است [۳۵-۲۳]. با این حال در حالت غیراشباع این مطالعات محدود است [۳۶-۳۸].

بنابراین با توجه به اهمیت بررسی خاک‌های ماسه‌ای با درصدهای مختلف ریزدانه و همچنین انتخاب متغیرهای تنش، در این مقاله خطوط حالت بحرانی در فضای $q-p$ در دو حالت تنش خالص و مؤثر برای نمونه‌های ماسه‌ای با درصدهای مختلف ریزدانه بررسی می‌شود.

۲- مرواری بر تنش مؤثر در خاک غیراشباع

بیش اپ^۱ با استفاده از دو متغیر حالت تنش u_a و u_w-u_a رابطه (۱) را برای محاسبه تنش مؤثر ارائه داد:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (1)$$

در این رابطه، $\sigma - u_a$ تنش نرمال خالص، $u_w - u_a$ مکش بافتی و χ پارامتر تنش مؤثر خاک است. پارامتر χ وابسته به درجه اشباع بوده و مقدار آن برای خاک خشک و اشباع به ترتیب برابر با صفر و ۱ است [۳۹]. روابط مختلفی برای بیان χ توسط محققان مختلف ارائه شده است.

در ابتداء فرض شد که χ برابر با درصد رطوبت است. اما آیتچسون^۲ به این نتیجه رسید که این فرض برای درجه اشباع کمتر از ۲۰ و بیشتر از ۸۰ مناسب نیست؛ بنابراین رابطه (۲) را برای محاسبه χ ارائه داد:

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{if } s_r = 1 \\ \left(\frac{\alpha}{s}\right) s_e & \text{if } s_r < 1 \end{cases} \quad (2)$$

مطالعات رفتار مکانیکی به شکل نسبتاً جامعی بر روی خاک‌های اشباع انجام شده است؛ اما مناطق بسیاری از سطح کره زمین، بهویژه مناطق خشک و نیمه‌خشک، اغلب در وضعیت غیراشباع هستند. خاک‌های غیراشباع دارای سه فاز مختلف آب، دانه‌های جامد و هوا هستند که وجود هوا بسیاری از معادلات حاکم بر خاک‌ها در حالت غیراشباع را دست‌خوش تغییر می‌کند. مقاومت برشی، رفتار تغییر حجمی، نفوذپذیری و بسیاری از خواص دیگر خاک‌ها تحت تأثیر مستقیم اندرکنش این فازها هستند. امروزه مسلم شده است که استفاده از روابط مکانیک خاک اشباع در بررسی رفتار مکانیکی خاک‌های غیراشباع در حیطه مسائل متداول ژئوتکنیکی نتایج صحیحی را در بر نخواهد داشت. مطالعاتی که تاکنون انجام شده است، اثر مسیر ترشگی یا خشک شدن، مکش، دانسیته، مسیر بارگذاری و شرایط ساخت نمونه را بررسی کردند [۱۱-۱].

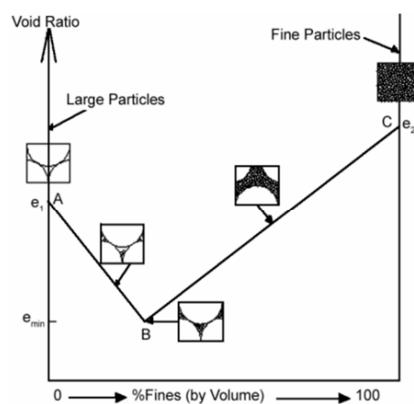
تغوری حالت بحرانی یک بستر مناسب برای بیان رفتار خاک‌ها است [۱۲]. در حالت اشباع خط حالت بحرانی توسط متغیر تنش مؤثر p' بیان می‌شود [۱۳]. اما در خاک‌های غیراشباع به علت وجود سیستم‌های سه‌فازی (شامل آب، خاک و هوا) با وضعیت تنش در خاک‌های اشباع با سیستم‌های دوفازی (شامل آب و خاک) متفاوت است. بنابراین با توجه به تأثیر عوامل گوناگون بر روی رفتار خاک غیراشباع به کارگیری متغیرهای تنش و نیز چارچوب مدل‌سازی رفتاری مناسب که بتواند به شکل مطلوبی ویژگی‌های رفتاری خاک غیراشباع را در خود بگنجاند، همواره مورد توجه بوده است [۱۴]. در این خصوص اغلب دو گروه از مطالعات، مبنای مطالعه خط حالت بحرانی برای خاک‌های غیراشباع انجام می‌شود. در گروه اول تنش خالص و مکش بافتی و در گروه دوم از تنش مؤثر برای بیان رفتار خاک‌ها استفاده می‌شود [۱۵-۱۶].

[۲۲]

¹- Bishop

²- Aitchison

نقش داشته باشند. در نقطه B، ریزدانه‌های اضافه شده کاملاً فضای خالی بین دانه‌های ماسه را پر کرده‌اند. به این مقدار ریزدانه، ریزدانه آستانه ($f_{c_{th}}$) گفته می‌شود. با تغییر وضعیت از نقطه B به C، دانه‌های ماسه بیشتر از یکدیگر جدا می‌شوند و ذرات ریزدانه نقش مهم‌تری را ایفا می‌کنند تا اینکه در نقطه C صرفاً ریزدانه‌ها نمونه را تشکیل می‌دهند.



شکل ۱- تغییرات نسبت تخلخل مخلوط ماسه و لای بر حسب تغییر درصد لای [۴۴]

در حالتی که ریزدانه کمتر از ریزدانه حدی است ($f < f_{c_{th}}$)، ریزدانه به طور فعال در برابری نقش ندارد. با استفاده از این فرض توانایاگام، رابطه (۶) را برای محاسبه نسبت تخلخل بین دانه‌ای معادل ارائه داد:

$$e_s = \frac{e + f_c}{1 - f_c} \quad (6)$$

در این رابطه، e نسبت تخلخل خاک و f_c درصد ریزدانه است [۲۳]. رابطه (۶) زمانی بهترین کارایی را دارد که تمامی ریزدانه‌ها در فضای خالی بین درشتدانه‌ها قرار گرفته باشد. زمانی که درصد ریزدانه زیاد می‌شود، مقاومت خاک افزایش پیدا می‌کند، بنابراین نمی‌توان از نقش ثانویه ذرات چشم‌پوشی کرد [۴۴]. از این‌رو، توانایاگام رابطه (۶) را به صورت زیر اصلاح کرد:

$$e_{eq} = \frac{e + (1-b)f_c}{1 - (1-b)f_c} \quad (7)$$

که در آن، b معرف بخشی از ریزدانه است که در تماس بین دانه‌ای و انتقال نیرو مشارکت می‌کند [۴۴]. رحمان و

که در آن e مکش ورودی هوا و α ضریبی متغیر از $0/3$ تا $0/35$ است [۴۰].

خلیلی و خجاز، براساس بهترین تطبیق با داده‌های آزمایشگاهی، رابطه (۳) را برای محاسبه این پارامتر ارائه کردند:

$$\chi = \begin{cases} \left[\frac{(u_a - u_w)}{(u_a - u_w)_b} \right]^{-0.55} & \text{if } (u_a - u_w) > (u_a - u_w)_b \\ 1 & \text{if } (u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_b \end{cases} \quad (3)$$

در این رابطه $(u_a - u_w)_b$ مکش ورودی هوا است [۴۱]. بائو^۳ و همکاران، پارامتر تنش مؤثر را در مقیاس لگاریتمی ارائه دادند:

$$\chi = \frac{\log(u_a - u_w)_r - \log(u_a - u_w)}{\log(u_a - u_w)_r - \log(u_a - u_w)_b} \quad (4)$$

در این رابطه $(u_a - u_w)_r$ مکش باقی‌مانده است [۴۲]. نقده و توکر نیز رابطه‌ای برای این پارامتر پیشنهاد دادند:

$$\chi = \frac{\psi_t}{\psi} (1 - e^{-\psi/\psi_t}) \quad (5)$$

که در آن رابطه، ψ مکش بافتی و ψ_t مکش انتقالی (نقطه شروع بخش دوم انتقال) است [۴۳].

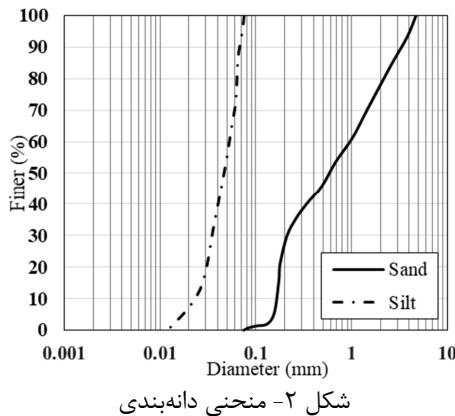
۳- مروری بر نسبت تخلخل بین دانه‌ای معادل

افزودن ریزدانه به ماسه در درصدهای مختلف می‌تواند رفتار ماتریس ماسه را تغییر دهد. توانایاگام^۴ براساس شکل ۱ تغییرات نسبت تخلخل مخلوط ماسه و ریزدانه را توضیح می‌دهد [۴۴]. در قسمت A درصد ریزدانه صفر است و دانه‌های ماسه به خوبی با یکدیگر در تماس هستند و می‌توانند نیرو را منتقل کنند. با حرکت از وضعیت A به سمت وضعیت B، درصد ریزدانه افزایش می‌یابد. در این روند، ریزدانه‌ها به تدریج فضای خالی بین دانه‌های ماسه را پر می‌کنند و باعث کاهش تخلخل و افزایش دانسیته نسبی می‌شوند؛ بدون آن‌که در برابری

³- Bao

⁴- Thevanayagam

برای انجام آزمایش‌های سه‌محوری غیراشباع در این پژوهش از دستگاه سه‌محوری غیراشباع دانشگاه بوعلی سینا استفاده شده است.



شکل ۲- منحنی دانه‌بندی

این دستگاه قابلیت استفاده از روش جابه‌جایی مسحوری را دارد و با استفاده از سلول دوجداره، تغییر حجم کل و فشار آب حفره‌ای در طول آزمایش به طور مستقل اندازه‌گیری می‌شود. عدد عبوری هوا برای دیسک‌های به کار رفته در این تحقیق ۵۰۰ کیلوپاسکال است. مجاری وارد و بالا و یا پایین نمونه شامل مجاری فشار آب حفره‌ای، فشار هوای حفره‌ای و هواگیری محفظه زیر دیسک سرامیکی است. حسگر فشار آب حفره‌ای نیز در زیر این بخش به کار برده شده است.

۳-۴ آماده‌سازی نمونه

در این پژوهش، نمونه‌های ماسه‌ای لای دار در سه درصد ریزدانه صفر، ۱۰ و ۱۵ با e_{eq} بکسان ساخته شده‌اند. برای محاسبه نسبت تخلخل نمونه از رابطه (۷) استفاده شده است (جدول ۲). مطالعات بیان‌گر آن است که استفاده از روش‌های مختلف تراکم باعث می‌شود بافت خاک متفاوت شود. این عامل باعث تفاوت در رفتار مکانیکی خاک می‌شود؛ در نتیجه، برخی از پارامترها و ثابت‌های خاک که در مدل‌های رفتاری استفاده می‌شود، تفاوت پیدا می‌کند [۱۵ و ۴۸]. بنابراین تمامی نمونه‌ها با استفاده از روش کوش مرطوب ساخته شده است. قبل از ساخت نمونه، ابتدا با توجه به دانه‌بندی ارائه شده، خاک خشک با درصدهای مختلف مخلوط شدند؛ سپس آب

لو^۵ رابطه‌ای برای محاسبه b به صورت رابطه (۸) ارائه دادند:

$$b = \left[1 - \exp\left(-m \frac{(f_c / f_{c_{th}})^n}{k}\right) \right] \left(r \frac{f_c}{f_{c_{th}}} \right)^r \quad (8)$$

در این رابطه، f_c درصد ریزدانه، $f_{c_{th}}$ درصد ریزدانه آستانه، $n = (1 - r^{0.25})$ ، $r = \chi^{-1} = d_{50}/D_{10}$ ثابت‌های تجربی هستند (d_{50} ریزدانه و D_{10} ماسه). براساس کالیبراسیون صورت گرفته با مجموعه داده‌های منتشر شده از خاک‌های مختلف، مقادیر $m=0.3$ و $n=1$ توسط محققان پیشنهاد شد [۴۵]. ایشان همچنین رابطه‌ای را برای محاسبه درصد ریزدانه آستانه ارائه دادند:

$$f_{c_{th}} = A \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha - \beta \chi}} + \frac{1}{\chi} \right) \quad (9)$$

در این رابطه، A پارامتر بدون بعد، α و β پارامترهای وابسته به نوع خاک است [۴۵].

با استفاده از e_{eq} و درصد ریزدانه آستانه می‌توان پارامترهای مختلف خاک مانند G_{max} ، مقاومت استاتیکی، روانگرایی و غیره را همگن‌سازی کرد. این همگن‌سازی باعث سهولت در بیان رفتار خاک‌های ماسه‌ای تابعی از درصد ریزدانه می‌گردد [۳۱-۳۴].

۴- مواد و روش‌ها

۴-۱-۱ مواد

خاک مورد استفاده در این تحقیق ترکیبی از ماسه و لای شهرک فرهنگیان همدان در درصدهای مختلف است. دانه‌بندی خاک طبق استاندارد ASTM D 422-63 به دست آمده است (شکل ۲ و جدول ۱) [۴۶]. همچنین براساس استاندارد ASTM D 4318-10، لای غیرخمیری است [۴۷].

۴-۲-۱ دستگاه مورد استفاده

^۵- Rahman and Lo

مخلوط اضافه شد.

مقطر بهمنظور رسیدن به درصد رطوبت مورد نظر به

جدول ۱- مشخصات خاک مورد استفاده

Cc	Cu	D_{60}	D_{30}	D_{10}	Gs	USCS	درصد ریزدانه (%)
۰/۲۹	۵/۸۳	۰/۹۶۲	۰/۲۱۴	۰/۱۶۵	۲/۷۴	SP	صفر
۰/۵۷	۹/۵۵	۰/۷۲۶	۰/۱۷۷	۰/۰۷۶	۲/۷۳	SP-SM	۱۰
۰/۷۱	۱۱/۳۲	۰/۶۹۱	۰/۱۷۳	۰/۰۶۱	۲/۷۲	SM	۱۵

است، شیرهای زهکشی در حین برش بسته نگه داشته شد.

۲-۵- حالت غیراشباع

برای اندازه‌گیری فشار آب حفرهای خاک در آزمایش‌های غیراشباع، قبل از انجام آزمایش، دیسک‌های سرامیکی باید کاملاً اشباع باشد. بعد از اشباع‌سازی دیسک‌های سرامیکی، نمونه‌ها بر روی دیسک‌ها قرار داده می‌شود. پس از جایگذاری نمونه و بستن پیچ‌های محفظه، شفت بارگذاری بر نمونه مماس می‌شود؛ سپس فشار ۲۰ کیلوپاسکال برای پایداری نمونه از طریق مجرای فشار همه‌جانبه به نمونه اعمال می‌گردد. با توجه به مقادیر مورد نظر مکش به ترتیب فشار هوای حفرهای و فشار آب حفرهای افزایش داده می‌شود؛ این ترتیب افزایش به این دلیل است که فشار زیر دیسک از فشار روی آن بیشتر نشود. تابلوی فشار طوری طراحی شده است که با افزایش فشار هوای حفرهای، فشار همه‌جانبه نیز به همان اندازه افزایش پیدا خواهد کرد؛ این امر سبب می‌شود که تنش خالص همه‌جانبه ۲۰ کیلوپاسکال باقی بماند. برای مثال، در مکش ۱۰۰ کیلوپاسکال فشار هوا برابر با ۱۵۰ و فشار آب ۵۰ کیلوپاسکال است. در این پژوهش از مکش ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۵۰ کیلوپاسکال استفاده گردید. با رسیدن نمونه خاک به تعادل، مقدار تنش‌های همه‌جانبه وارد بر نمونه خاک به اندازه تنش تحکیمی ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ افزایش داده شد. سپس نمونه‌ها در شرایط زهکشی شده (CD) با سرعت ۰/۰۱ میلی‌متر بر دقیقه برش داده شد.

خاک به مدت ۲۴ ساعت در داخل کيسه پلاستیکی قرار داده شد تا به تعادل رطوبتی برسد. سپس خاک در هفت لایه به ضخامت یک سانتی‌متر کوبیده شد تا به تراکم مورد نظر برسد. در نهایت، قطر و ارتفاع نمونه‌ها به ترتیب ۳۸ و ۷۰ میلی‌متر به دست آمد.

جدول ۲- مشخصات نمونه‌ها.

γ_d (gr/cm ³)	e_{total}	b	e_{eq}	درصد ریزدانه (%)
۱/۴۸	۰/۸۵	صفر	۰/۸۵	صفر
۱/۶۳	۰/۶۷	۰/۱۵۸	۰/۸۵	۱۰
۱/۶۹	۰/۶۱	۰/۲۴۴	۰/۸۵	۱۵

۵- جزئیات آزمایش‌ها

۱-۵- حالت اشباع

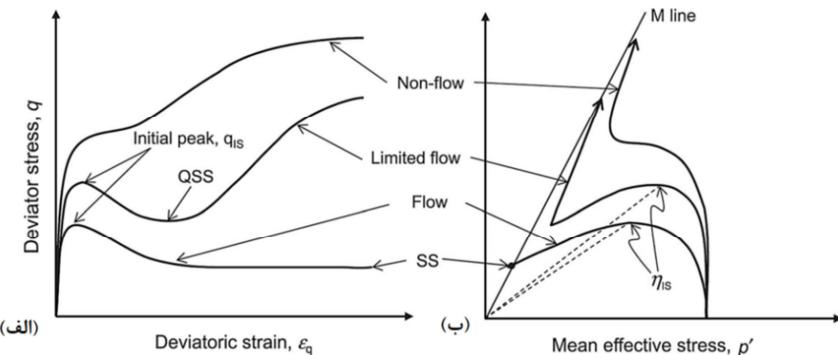
برای اشباع کردن نمونه‌ها، ابتدا گاز دی‌اکسید کربن (CO_2) به مدت دو ساعت از نمونه عبور داده شد. سپس آب مقطر هوایگیری شده از پایین به بالای نمونه عبور داده شد. مقدار و مدت زمان لازم برای عبور آب از نمونه به نوع خاک (درشتدانه یا ریزدانه) و نسبت تخلخل نمونه بستگی دارد. مرحله آخر در اشباع‌سازی نمونه‌ها اعمال پس‌فشار است. براساس استاندارد ASTM D 5311-92 به نمونه‌ای اشباع گفته می‌شود که پارامتر اسکمپتون (B) بیشتر از ۹۵٪ باشد [۴۹]. بعد از اشباع‌سازی، نمونه‌ها تحت تنش‌های همه‌جانبه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ کیلوپاسکال تحکیم داده شد. در نهایت، نمونه‌ها تحت نیروی قائم، با سرعت ۰/۱ میلی‌متر بر دقیقه برش داده شدند. از آنجاکه آزمایش‌های اشباع در شرایط زهکشی نشده انجام شده

۶- نتایج

۶-۱- حالت اشباع

در شکل ۳، سه حالت کلی رفتار ماسه در شرایط

زهکشی نشده نشان داده شده است.



شکل ۳- نمودار رفتاری ماسه تحت بارگذاری زهکشی نشده، (الف) نمودار تنش کرنش و (ب) پلان $q-p'$ [۵۰]

ریزدانه و تراکم رفتار SS دارند. این در حالی است که تحقیقاتی که تاکنون انجام شده است نشان می‌دهد که تراکم و درصد ریزدانه بر روی شکل منحنی تنش-کرنش تأثیرگذار است [۵۰]. بنابراین مشاهده می‌شود که ساخت نمونه‌ها با نسبت تخلخل بین‌دانه‌ای برابر موجب رفتار مشابه در نمونه‌ها می‌گردد.

۶-۲- خطوط حالت بحرانی

طبق نظریه مکانیک خاک حالت بحرانی، صرف نظر از شرایط اولیه تنش و یا تراکم، خاک در کرنش‌های زیاد به خط منحصر به فرد در فضای v - q - p' به نام خط حالت بحرانی (CSL) می‌رسد. این خط در واقع قسمتی از یک سطح مرزی است که در نظریه خمیری به نام سطح تسلیم خوانده می‌شود [۵۱].

در ادبیات معمولاً خط حالت بحرانی در دو فضای v - lnp' و q - p' بررسی می‌شود (رابطه (۱۰) و (۱۱)).

$$q = Mp^{\gamma} \quad (10)$$

$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (11)$$

در این روابط، M و λ شیب خط حالت بحرانی در فضای v - lnp' و q - p' حجم مخصوص در تنش مؤثر واحد است. تحقیقاتی که تاکنون روی خاک‌های اشباع صورت گرفته است نشان می‌دهد که خط حالت بحرانی در پلان $q-p'$ تحت تأثیر درصد ریزدانه قرار دارد.

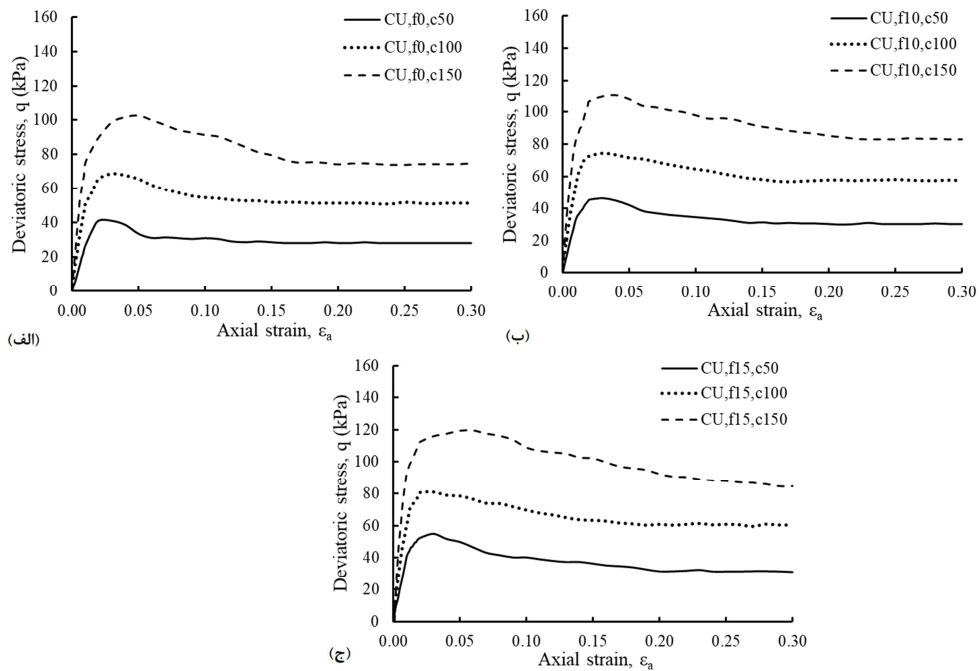
در این شکل، سه حالت بیان شده با نمادهای^۶ NF^{\wedge} و LF^{\wedge} نشان داده می‌شود [۵۰]. در حالت NF طول برش رفتار سخت‌شوندگی رخ می‌دهد. در حالت F منحنی تنش کرنش بعد از رسیدن به پیک رفتار نرم‌شوندگی نشان داده و به مقدار حالت پایدار (SS) می‌رسد. در حالت LF بعد از پیک اولیه، رفتار نرم‌شوندگی رخ می‌دهد و تنش به مقدار Qss می‌رسد، سپس رفتار سخت‌شوندگی رخ می‌دهد [۵۰].

شکل ۴، منحنی تنش-کرنش حاصل از آزمایش‌ها را نشان می‌دهد. در انتهای آزمایش تمامی نمونه‌ها به صورت بشکه‌ای شده است. بنابراین در کرنش‌های زیاد کرنش‌های موضعی رخ نداده و مقاومت نهایی مربوط به حالت بحرانی است. مشاهده می‌شود که با افزایش درصد ریزدانه مقدار تنش حداقل افزایش پیدا کرده است. برای مثال در نمونه با تنش همه‌جانبه ۱۰۰ کیلوپاسکال، مقدار تنش حداقل در نمونه‌هایی با درصد ریزدانه صفر، ۱۰ و ۱۵ درصد به ترتیب $68/9$ ، $74/6$ و $80/8$ کیلوپاسکال است. این روند در تمامی تنش‌های همه‌جانبه برقرار است. همچنین مشاهده می‌شود که نمونه‌ها صرف‌نظر از درصد

⁶- Flow

⁷- Non-Flow

⁸- Limited Flow



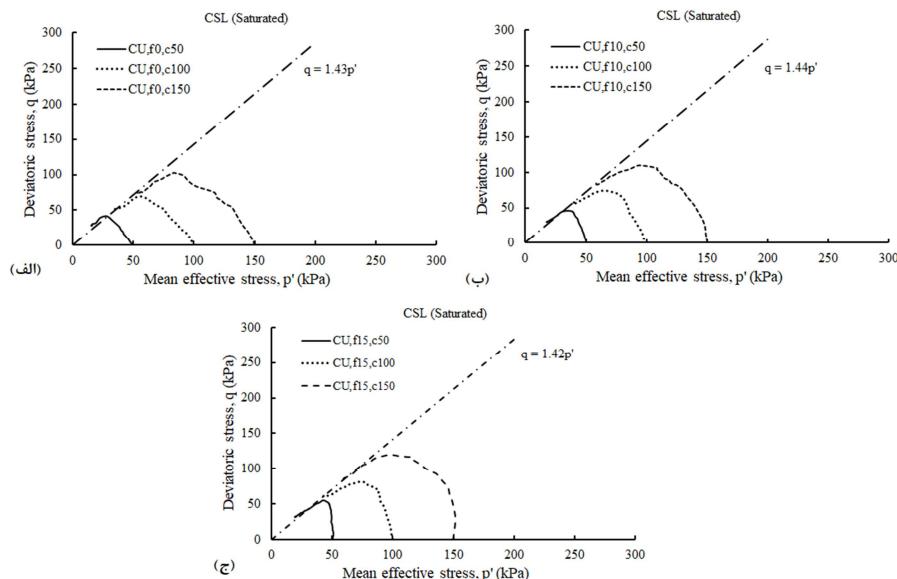
شکل ۴- نمودار تنش- کرنش در حالت اشباع ماسه با درصدهای ریزدانه، (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد

در ساخت نمونه‌ها استفاده شود، باعث می‌شود که خط CSL در درصدهای مختلف ریزدانه روی هم قرار گیرد. این مطابق با نتایج چالی و ملکی است. آن‌ها با انجام دادن آزمایش‌هایی بر روی درصدهای مختلف دو نوع لای (طبیعی و پودر سنگ) به نتایج مشابهی رسیدند [۳۷]. با توجه به تفاوت نوع لای در این پژوهش‌ها می‌توان به این نتیجه رسید که نوع ریزدانه غیرخمیری در این مورد اثری ندارد.

خلاصه نتایج چند تحقیق در جدول ۳ آورده شده است. این جدول نشان می‌دهد که در ریزدانه خمیری و غیر الخمیری شبیه خط حالت بحرانی (M) در پلان $'q-p'$ تابعی از درصد ریزدانه است؛ اما در این تحقیق، مطابق با شکل ۵ شبیه خط حالت بحرانی برای درصدهای صفر، ۱۰ و ۱۵ به ترتیب $1/43$ ، $1/44$ و $1/42$ است. نتایج این پژوهش بیانگر این است که صرف نظر از درصد ریزدانه، در صورتی که از مفهوم نسبت تخلخل بین‌دانه‌ای معادل

جدول ۳- مطالعات موجود در ادبیات درخصوص تأثیر درصد ریزدانه بر خط حالت بحرانی

شبیه خط حالت بحرانی (M)	درصد ریزدانه (%)	نوع خاک	
$1/35$	صفر	ماسه لای دار	پاپادوپولو و تیکا [۵۲]
$1/41$	۵		
$1/45$	۱۰		
$1/54$	۱۵		
$1/41$	۲۵		
$1/135$	صفر	ماسه رس دار	نعیمی فرو و یسری [۵۳]
$1/0.89$	۵ (خمیری کم)		
$0/872$	۱۰ (خمیری کم)		
$0/643$	۱۵ (الخمیری کم)		
$1/152$	۵ (خمیری زیاد)		
$1/0.85$	۱۰ (الخمیری زیاد)		
$0/886$	۱۵ (الخمیری زیاد)		

شکل ۵- خط حالت بحرانی در پلان $q-p'$ در حالت اشباع ماسه با درصدهای ریزدانه (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد

ژینگ^۹ ترسیم شده است (شکل ۷ و روابط (۱۲) و (۱۳))

.[۵۴]

$$\theta = C(\psi) \frac{\theta_s}{\left(\ln(\exp(1) + (\frac{\psi}{a})^n)^m \right)} \quad (12)$$

$$C(\psi) = 1 - \frac{\ln(1 + \frac{\psi}{\psi_r})}{\ln(1 + \frac{10^6}{\psi_r})} \quad (13)$$

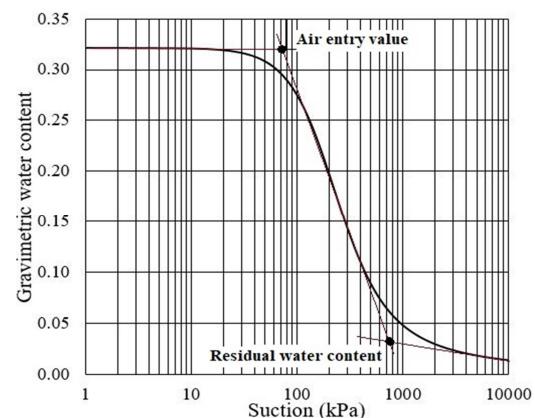
که در آن $C(\psi)$ ضریب اصلاح، ψ_r مکش مرتبط با درصد رطوبت باقیمانده، a پارامتر وابسته به عدد ورودی هوا در خاک برحسب کیلوپاسکال، n پارامتر وابسته به شیب منحنی SWCC، m پارامتر وابسته به درصد رطوبت باقیمانده در خاک، e عدد اویلر و ψ مکش خاک است. در جدول ۴، پارامترهای استفاده شده در این پژوهش، عدد ورودی هوا و مکش باقیمانده آورده شده است.

۱-۲- منحنی تنش-کرنش

در این پژوهش، ۲۷ آزمایش غیراشباع زهکشی شده (CD) در درصدهای ریزدانه صفر، ۱۰ و ۱۵، تنشهای همه جانبه ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ و مکش‌های ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۵۰ انجام شده است (شکل‌های ۸ الی ۱۰). نتایج نشان می‌دهد که در تمامی درصدهای ریزدانه و در تمامی

۲-۶- حالت غیراشباع

منحنی نگهداشت آب- خاک (SWCC) رابطه بین مکش و درصد رطوبت (یا درجه اشباع) را نشان می‌دهد. این منحنی یکی از موارد مهم در بیان رفتار خاک‌های غیراشباع است. در شکل ۶، حالت کلی نمودار بیان شده است. در این نمودار دو پارامتر عدد ورودی هوا و رطوبت باقیمانده از پارامترهای مهم در بیان رفتار خاک‌های غیراشباع هستند.



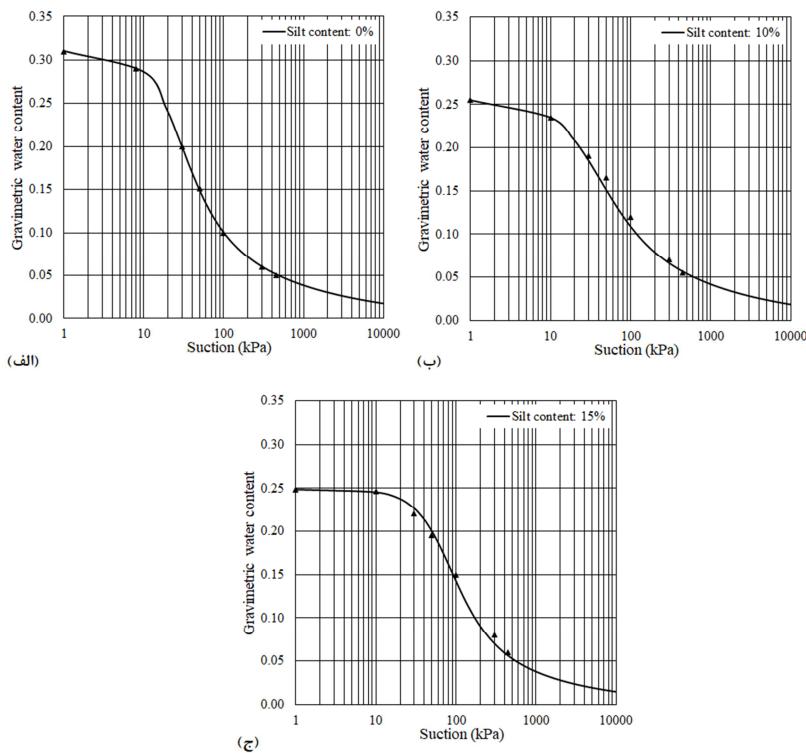
شکل ۶- شکل شماتیک منحنی SWCC

منحنی SWCC در این پژوهش با استفاده از نتایج آزمایش صفحه فشار در آزمایشگاه و مدل فردنل و

^۹- Fredlund and Xing

افزایش پیدا کرده است.

مکش‌ها با افزایش تنش همه‌جانبه مقدار تنش انحرافي



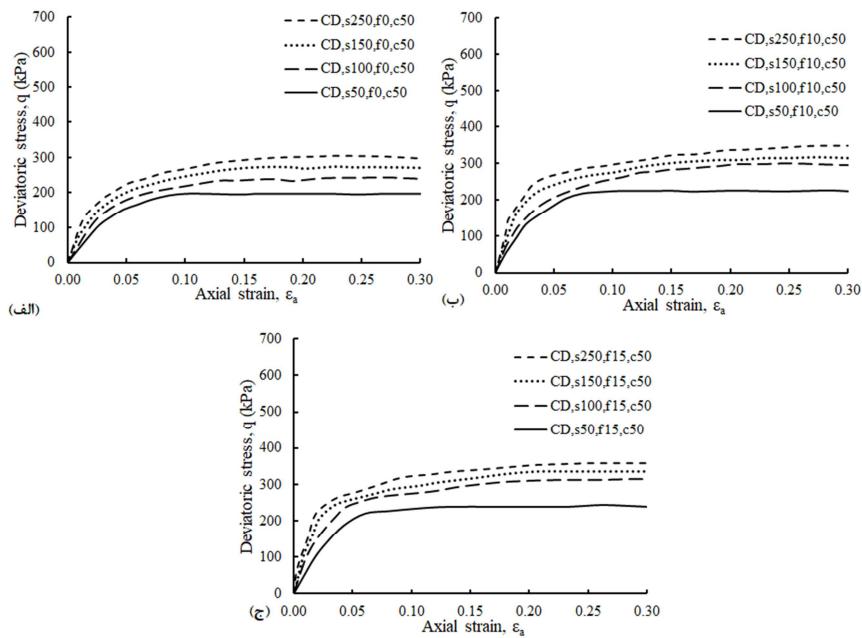
شکل ۷- منحنی SWCC ماسه با درصدهای ریزدانه (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد

جدول ۴- پارامترهای استفاده شده در ترسیم منحنی SWCC

درصد ریزدانه (%)	a (kPa)	m	n	عدد ورودی هوا	مکش باقی‌مانده (kPa)
صفر	۲۰	۰/۹۰	۲/۰۰	۸	۲۲۰
۱۰	۲۵	۰/۹۵	۱/۵۲	۱۳	۳۵۷
۱۵	۶۰	۰/۹۹	۲/۰۵	۲۵	۴۰۲

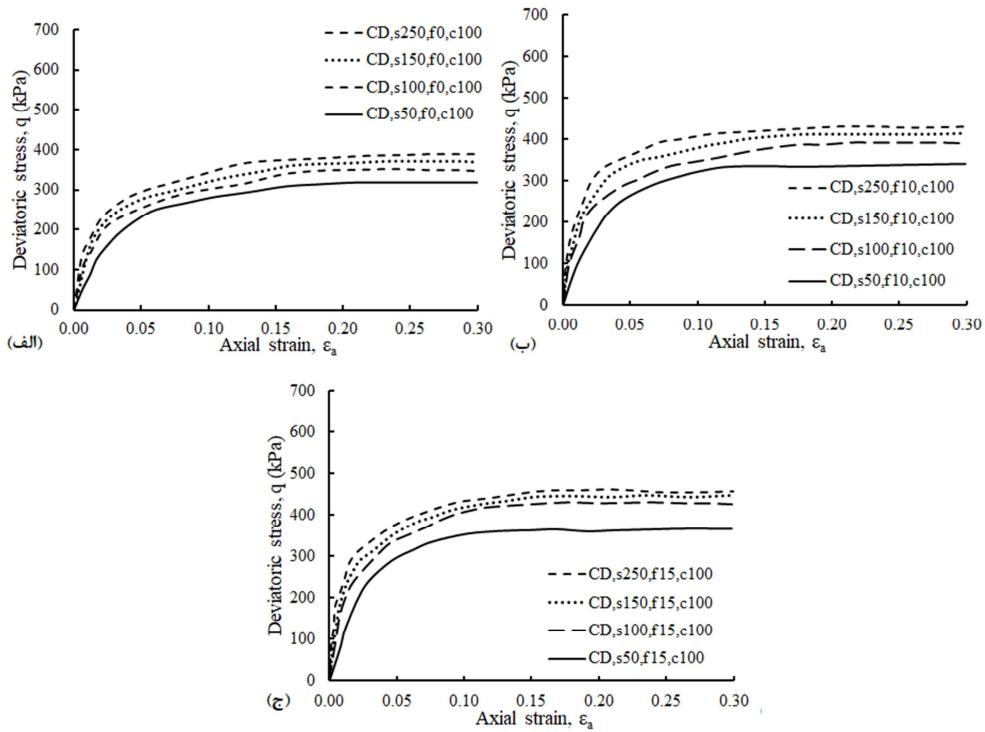
کیلوپاسکال به ۱۵۰ کیلوپاسکال باعث افزایش ۶ درصدی تنش انحرافی شده است. همچنین افزایش مکش از ۵۰ کیلوپاسکال به ۱۰۰ کیلوپاسکال باعث افزایش بیشتر مقاومت نسبت به افزایش مکش از ۱۰۰ کیلوپاسکال به ۱۵۰ کیلوپاسکال و ۱۵۰ کیلوپاسکال به ۲۵۰ کیلوپاسکال می‌شود. دلیل این امر را می‌توان در منحنی SWCC جست‌جو کرد. در این منحنی مشاهده می‌شود که تغییرات درصد رطوبت از مکش ۵۰ کیلوپاسکال تا ۱۰۰ کیلوپاسکال بیشتر از ۱۰۰ کیلوپاسکال به ۱۵۰ کیلوپاسکال و ۱۵۰ کیلوپاسکال به ۲۵۰ کیلوپاسکال است.

همچنین صرفنظر از مقدار مکش و تنش همه‌جانبه، افزایش درصد ریزدانه و افزایش تراکم نمونه، باعث افزایش تنش انحرافی شده است. مطابق انتظار با افزایش مکش، تنش انحرافی در تمامی نمونه‌ها افزایش پیدا کرده است. در مقایسه با حالت اشباع مقاومت نمونه‌ها در حالت غیراشباع افزایش چشمگیری پیدا کرده است. با این وجود، افزایش تنش همه‌جانبه اثرات بیشتری نسبت به مکش بر روی مقاومت دارد. برای مثال در نمونه c100، f10، S100 و CD با افزایش تنش همه‌جانبه از ۱۰۰ کیلوپاسکال به ۱۵۰ کیلوپاسکال، ۱۳ درصد بر مقدار تنش انحرافی افزوده شده است. اما افزایش مکش از ۱۰۰



شکل ۸- نمودار تنش- کرنش در حالت غیراشباع ماسه با درصد های ریزدانه (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد در تنش همه جانبه ۵۰

کیلوپاسکال



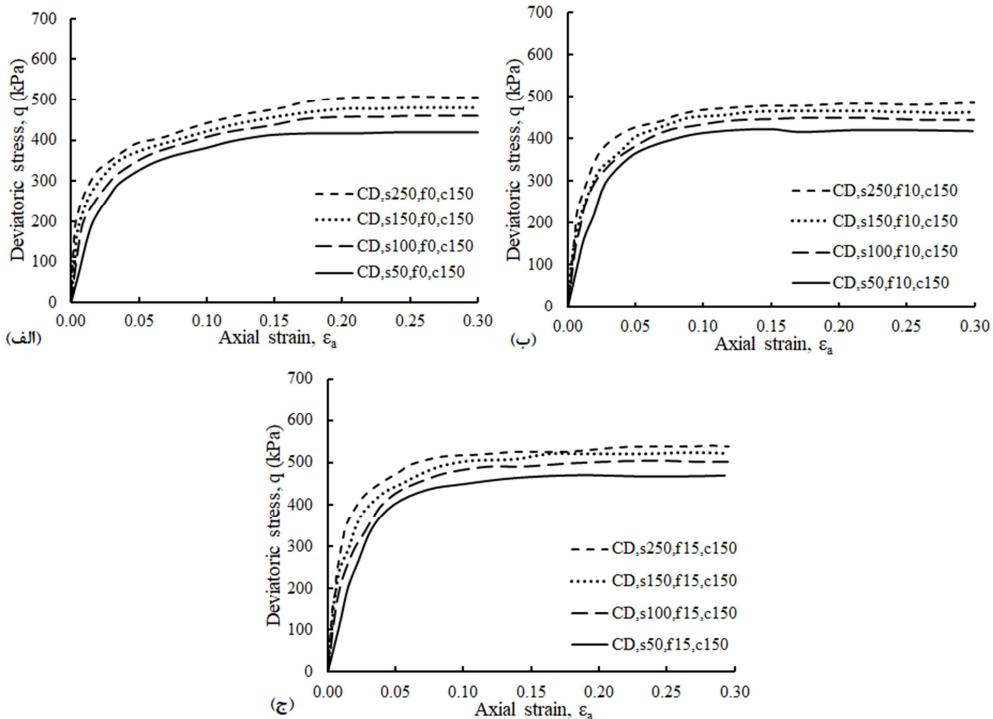
شکل ۹- نمودار تنش- کرنش در حالت غیراشباع ماسه با درصد های ریزدانه (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد در تنش همه جانبه

۱۰۰ کیلوپاسکال

می‌گیرند. در حالت تنش خالص، محققان مختلف خط حالت بحرانی در حالت اشباع و غیراشباع را با هم مقایسه کردند. برخی از این نتایج نشان می‌دهد که شیب خط حالت بحرانی در شرایط اشباع و غیراشباع تقریباً با هم

۲-۲-۶- حالت بحرانی
۲-۲-۶-۱- تنش خالص
در حالت غیراشباع خطوط حالت بحرانی در دو حالت تنش خالص و تنش مؤثر مورد بررسی قرار

و می‌توان این دو پارامتر را از روی خط حالت بحرانی خاک‌های اشباع به دست آورد [۱۰، ۱۵ و ۵۵].



شکل ۱۰- نمودار تنش- کرنش در حالت غیراشباع ماسه با درصدهای ریزدانه (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد در تنש همه‌جانبه کیلوپاسکال ۱۵۰

در این رابطه $(q_0(s))$ عرض از مبدأ خط حالت بحرانی است [۱۰]. خطوط حالت بحرانی با استفاده از مفاهیم مدل BBM و وانگ و همکاران و با فرض شیب برابر با حالت اشباع ترسیم شده است. نتایج در جدول ۵ آورده شده است. مشاهده می‌شود در مدل BBM در درصد ریزدانه صفر، پراکندگی نقاط حول خطوط کم است؛ اما با افزایش درصد ریزدانه، پراکندگی بیشتر می‌شود. همچنین مقدار K وابسته به درصد ریزدانه است که با افزایش درصد ریزدانه، افزایش پیدا می‌کند. بنابراین عرض از مبدأ خط حالت بحرانی متغیر است؛ اما در مدل وانگ و همکاران در تمامی درصدهای ریزدانه پراکندگی کمی حول خط حالت بحرانی دارند. همچنین مانند مدل BBM در این مدل نیز عرض از مبدأ خط حالت بحرانی علاوه بر مکش، وابسته به درصد ریزدانه است. بنابراین مشاهده می‌شود که فرض برابر بودن شیب خط حالت بحرانی در حالت اشباع و غیراشباع در پلان $q-p_{net}$ باعث می‌شود نقاط حول

موازی است. این به آن معنی است که پارامتر M (شیب خط حالت بحرانی در پلان $q-p_{net}$) مستقل از مکش بوده

اما برخی دیگر از محققان معتقدند که شیب خط حالت بحرانی وابسته به مکش است [۱۸، ۱۶ و ۲۰]. از معروف‌ترین مدل‌های رفتار خاک‌های غیراشباع مدل BBM است که توسط پژوهشگران ارائه شده است. در این مدل، شیب خط حالت بحرانی در پلان $q-p_{net}$ در تمامی سطوح مکش ثابت و برابر M است. اما عرض از مبدأ این خط وابسته به مکش بوده و به صورت خطی تغییر می‌کند (رابطه (۱۴)):

$$q = Mp + Mks \quad (14)$$

در این رابطه Mk عرض از مبدأ خط حالت بحرانی در پلان $q-s$ است [۱۵]. وانگ و همکاران، نیز با فرض وابسته نبودن شیب خط حالت بحرانی به مکش، رابطه‌ای را به صورت رابطه (۱۵) ارائه دادند:

$$q = Mp + q_0(s) \quad (15)$$

درصد ریزدانه عرض از مبدأ این خطوط نیز تغییر پیدا می کند.

خطوط بحرانی تا حد نسبتاً زیادی همگرا شوند. اما دو ایراد به آن وارد است. ایراد اول این است که این خطوط وابسته به مکش هستند. ایراد دوم آن است که با تغییر

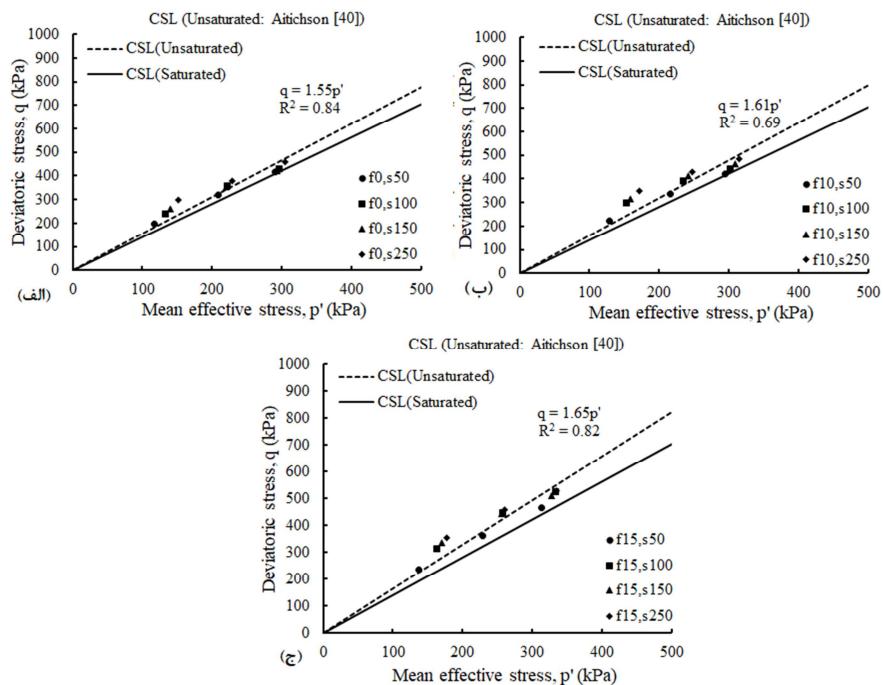
جدول ۵- خطوط حالت بحرانی در فضای تنفس خالص.

R^2	معادله خط حالت بحرانی	K	مکش	درصد ریزدانه (%)	مدل	
۰/۹۸	$q = 1.43p + 12.15$	۰/۱۷	۵۰	صفر	BBM	
۰/۹۲	$q = 1.43p + 24.31$		۱۰۰			
۰/۸۶	$q = 1.43p + 36.46$		۱۵۰			
۰/۸۵	$q = 1.43p + 60.77$		۲۵۰			
۰/۹۵	$q = 1.44p + 18.05$	۰/۲۵	۵۰	۱۰		
۰/۷۱	$q = 1.44p + 36.60$		۱۰۰			
۰/۸۶	$q = 1.44p + 54.49$		۱۵۰			
۰/۶۷	$q = 1.44p + 90.35$		۲۵۰			
۰/۹۴	$q = 1.42p + 24.85$	۰/۳۵	۵۰	۱۵	وانگ و همکاران [۱۰]	
۰/۸۲	$q = 1.42p + 49.70$		۱۰۰			
۰/۸۹	$q = 1.42p + 74.55$		۱۵۰			
۰/۷۳	$q = 1.42p + 124.25$		۲۵۰			
۰/۹۸	$q = 1.43p + 15.21$	-----	۵۰	صفر		
۰/۹۴	$q = 1.43p + 30.21$		۱۰۰			
۰/۸۴	$q = 1.43p + 37.07$		۱۵۰			
۰/۸۴	$q = 1.43p + 47.23$		۲۵۰			
۰/۹۵	$q = 1.44p + 20.64$	-----		۱۰		
۰/۸۷	$q = 1.44p + 45.70$		۱۰۰			
۰/۹۴	$q = 1.44p + 57.84$		۱۵۰			
۰/۸۸	$q = 1.44p + 70.20$		۲۵۰			
۰/۹۸	$q = 1.42p + 43.06$	-----	۵۰	۱۵	وانگ و همکاران [۱۰]	
۰/۹۷	$q = 1.42p + 81.06$	----	۱۰۰	۱۵		
۰/۹۱	$q = 1.42p + 85.45$	----	۱۵۰			
۰/۹۱	$q = 1.42p + 92.52$	----	۲۵۰			

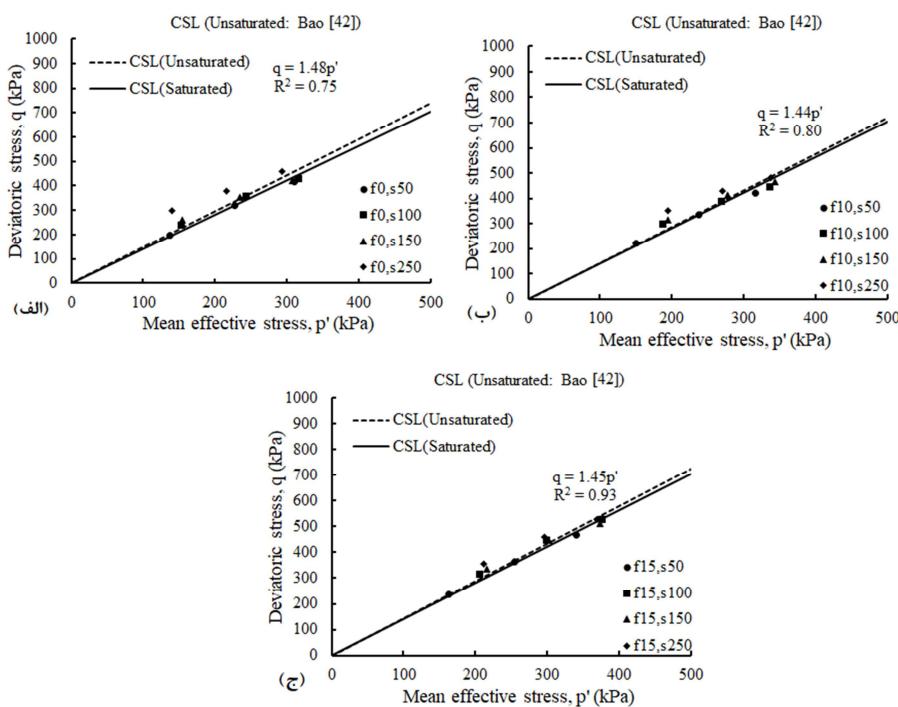
[۳۹]. در شکل های ۱۲ الی ۱۵ خط حالت بحرانی در فضای 'q-p' با استفاده از روابط آیتچسون، باوث و همکاران، خلیلی و خباز و نقده و توکر ترسیم شده است [۴۰-۴۳]. استفاده از رابطه آیتچسون باعث می شود که تا حدودی نقاط همگرا شود؛ اما شیب این خطوط با حالت اشباع برابر نیست [۴۰]. همچنین برای درصد های مختلف ریزدانه شیب خطوط حالت بحرانی متفاوت است که مخالف نتایج حالت اشباع است.

۲-۲-۲-۶ تنفس مؤثر

در حالت اشباع ترسیم خط حالت بحرانی در فضای تنفس مؤثر باعث شد تا خط حالت بحرانی برای درصد های مختلف ریزدانه همگرا شود. در این پژوهش، تلاش شده است تا در شرایط غیراشباع نیز با استفاده از مفهوم تنفس مؤثر بیش از و استفاده از روابط مختلف پارامتر تنفس مؤثر، خط حالت بحرانی در فضای 'q-p' وابسته به مکش نباشد و خطوط حالت بحرانی در مکش های مختلف همگرا شود



شکل ۱۲ - خط حالت بحرانی در پلان $q-p'$ در حالت غیراشباع با استفاده از رابطه تنش مؤثر آیتچسون [۴۰] (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد



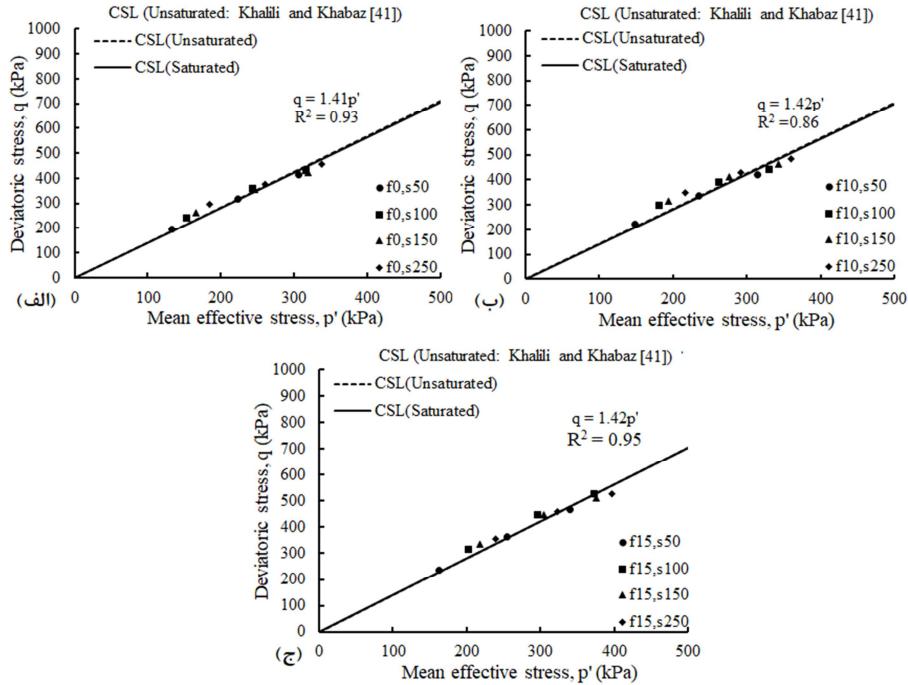
شکل ۱۳ - خط حالت بحرانی در پلان $q-p'$ در حالت غیراشباع با استفاده از رابطه تنش مؤثر بائو و همکاران [۴۲] (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) ۱۵ درصد

می‌شود که نقاط به نحو مناسب حول یک خط همگرا شود. شب این خطوط نزدیک به حالت اشباع است [۴۱]. نکته مهم دیگر آن است که شب خطوط حالت بحرانی در درصدهای مختلف ریزدانه باهم برابر است. بنابراین

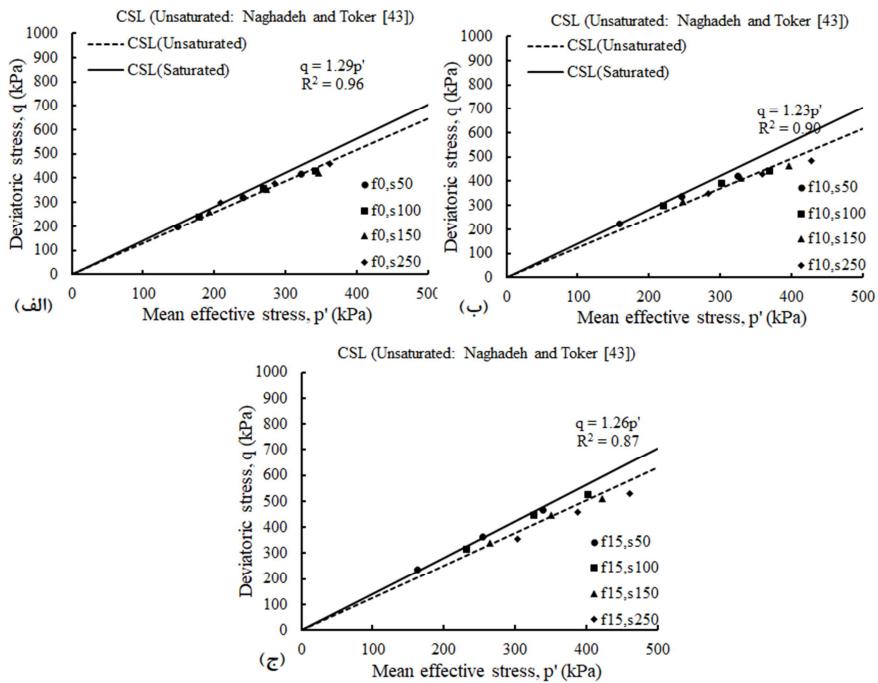
در استفاده از رابطه بائو و همکاران همین روند مشاهده می‌شود. شب خط حالت بحرانی متفاوت با حالت اشباع است و با تغییر درصد ریزدانه، شب تغییر پیدا می‌کند [۴۲]. اما استفاده از رابطه خلیلی و خیاز باعث

یک خط بیان کرد. در نهایت، رابطه نقده و توکر باعث همگرایی مناسب نقاط می‌شود [۴۳]. اما مانند روابط آیچجسون و بائو و همکاران شبی خطوط با حالت اشباع متفاوت است.

می‌توان ادعا کرد که اگر نمونه‌ها با e_{eq} یکسان ساخته شود (در درصدهای ریزدانه کمتر از حد آستانه) خطوط حالت بحرانی را در درصدهای مختلف ریزدانه و در مکش‌های مختلف (حالت اشباع و غیراشباع) می‌توان با



شکل ۱۴ - خط حالت بحرانی در پلان $p'-q$ در حالت غیراشباع با استفاده از رابطه تنش مؤثر خلیلی و خباز [۴۱] (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) درصد



شکل ۱۵ - خط حالت بحرانی در پلان $p'-q$ در حالت غیراشباع با استفاده از رابطه تنش مؤثر نقده و توکر [۴۳] (الف) صفر، (ب) ۱۰ و (ج) درصد

بیشتر می‌شود. اما در مدل وانگ و همکاران [۱۰] در تمامی درصدهای ریزدانه پراکندگی کمی حول خط حالت بحرانی دارند.

۳- در فضای تنش مؤثر می‌توان با استفاده از تنش مؤثر مناسب، این خطوط را همگرا کرد. روابط آیتچسون، بائو و همکاران، خلیلی و خباز و نقده و توکر باعث می‌شود خطوط حالت بحرانی در مکش‌های مختلف با هم همگرا شود. با این حال این خطوط وابسته به درصد ریزدانه هستند و با حالت اشباع تفاوت دارند. رابطه خلیلی و خباز نه تنها باعث می‌شود که شیب خط حالت بحرانی در حالت اشباع و غیراشباع با هم برابر شود، بلکه در درصدهای مختلف ریزدانه نیز شیب این خطوط با هم برابر است. بنابراین اگر نمونه‌هایی با e_{eq} یکسان ساخته شوند و از رابطه تنش مؤثر خلیلی و خباز استفاده شود، شیب خط حالت بحرانی در حالت اشباع و غیراشباع و در درصدهای مختلف ریزدانه با هم برابر می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تعدادی آزمایش اشباع و غیراشباع بر نمونه‌های ماسه‌ای با درصدهای مختلف ریزدانه که با e_{eq} برابر ساخته شده‌اند، انجام شده است و نتایج زیر از این آزمایش‌ها حاصل شده است:

۱- تحقیقاتی که تاکنون انجام شده است نشان می‌دهد که تراکم و درصد ریزدانه بر روی شکل منحنی تنش- کرنش و خطوط حالت بحرانی حالت اشباع تأثیرگذار است. اما مشاهده شد زمانی که نمونه‌ها با e_{eq} ساخته می‌شود. تمامی نمونه‌های اشباع صرف نظر از درصد ریزدانه و تراکم رفتار نرم‌شونده دارند. همچنین در این حالت خطوط حالت بحرانی در درصدهای مختلف ریزدانه همگرا می‌شود.

۲- در حالت غیراشباع و در فضای تنش خالص، خطوط حالت بحرانی وابسته به مکش و درصد ریزدانه است. در مدل BBM در درصد ریزدانه صفر درصد، پراکندگی نقاط حول خطوط کم است؛ اما با افزایش درصد ریزدانه پراکندگی

References

- [1] Han, K., Rahardjo, H., & Broms, B. (1995). Effect of hysteresis on the shear strength of a residual soil, *In Proceedings of the First International Conference on Unsaturated Soils*, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 499-504.
- [2] Rahardjo, H., Heng, O. B., & Choon, L. E. (2004). Shear strength of a compacted residual soil from consolidated drained and constant water content triaxial tests, *Canadian Geotechnical Journal*, 41(3), 421-436. doi: [10.1139/t03-093](https://doi.org/10.1139/t03-093)
- [3] Chiu, C. F., Ni, X. W., & Zhang, L. S. (2014). Effect of hydraulic hysteresis on shear strength of unsaturated clay and its prediction using a water retention surface. *Engineering geology*, 173, 66-73. doi: [10.1016/j.enggeo.2014.02.008](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2014.02.008)
- [4] Wen, T., Shao, L., & Guo, X. (2021). Effect of hysteresis on hydraulic properties of soils under multiple drying and wetting cycles, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 25(10), 1750-1762. doi: [10.1080/19648189.2019.1600037](https://doi.org/10.1080/19648189.2019.1600037)
- [5] Rasool, A. M., & Kuwano, J. (2022). Effect of wetting stress paths on mechanical behavior and instability of unsaturated soil in stress state space, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 26(16), 8346-8365. doi: [10.1080/19648189.2022.2025909](https://doi.org/10.1080/19648189.2022.2025909)
- [6] Pereira, A., Feuerharmel, C., Gehling, W. Y. Y., & Bica, A. V. D. (2006). A study on the shear strength envelope of an unsaturated colluvium soil. In *Unsaturated soils 2006*, 1191-1199. doi: [10.1061/40802\(189\)97](https://doi.org/10.1061/40802(189)97)
- [7] Estabragh, A., & Javadi, A. (2012). Effect of suction on volume change and shear behaviour of an overconsolidated unsaturated silty soil, *Geomechanics and Engineering*, 4(1), 55-65. doi: [10.12989/gae.2012.4.1.055](https://doi.org/10.12989/gae.2012.4.1.055)

- [8] Patil, U. D., Hoyos, L. R., & Puppala, A. J. (2016). Modeling essential elastoplastic features of compacted silty sand via suction-controlled triaxial testing, *International Journal of Geomechanics*, 16(6), 1-22. doi: [10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000726](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000726)
- [9] Maleki, M., & Bayat, M. (2012). Experimental evaluation of mechanical behavior of unsaturated silty sand under constant water content condition, *Engineering Geology*, 141, 45-56. doi: [10.1016/j.enggeo.2012.04.014](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.04.014)
- [10] Wang, Z. L., Dafalias, Y. F., Li, X. S., & Makdisi, F. I. (2002). State pressure index for modeling sand behavior, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128(6), 511-519. doi: [10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2002\)128:6\(511\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2002)128:6(511))
- [11] Gao, Y., Sun, D. A., Zhu, Z., & Xu, Y. (2019). Hydromechanical behavior of unsaturated soil with different initial densities over a wide suction range, *Acta Geotechnica*, 14(2), 417-428. doi: [10.1007/s11440-018-0662-5](https://doi.org/10.1007/s11440-018-0662-5)
- [12] Estabragh, A. R., & Javadi, A. A. (2008). Critical state for overconsolidated unsaturated silty soil, *Canadian Geotechnical Journal*, 45(3), 408-420. doi: [10.1139/T07-105](https://doi.org/10.1139/T07-105)
- [13] Schofield, A. N., & Wroth, P. (1968). *Critical state soil mechanics*, 310. London: McGraw-hill.
- [14] Russell, A. R., & Khalili, N. (2006). A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(3), 181-212. doi: [10.1002/nag.475](https://doi.org/10.1002/nag.475)
- [15] Alonso, E. E., Gens, A., & Josa, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils, *Géotechnique*, 40(3), 405-430. doi: [10.1680/geot.1990.40.3.405](https://doi.org/10.1680/geot.1990.40.3.405)
- [16] Toll, D. G. (1990). A framework for unsaturated soil behavior, *Géotechnique*, 40(1), 31-44. doi: [10.1680/geot.1990.40.1.31](https://doi.org/10.1680/geot.1990.40.1.31)
- [17] Maatouk, A., Leroueil, S., & La Rochelle, P. (1995). Yielding and critical state of a collapsible unsaturated silty soil, *Géotechnique*, 45(3), 465-477. doi: [10.1680/geot.1995.45.3.465](https://doi.org/10.1680/geot.1995.45.3.465)
- [18] Wheeler, S. J., & Sivakumar, V. (1995). An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil, *Géotechnique*, 45(1), 35-53. doi: [10.1680/geot.1995.45.1.35](https://doi.org/10.1680/geot.1995.45.1.35)
- [19] Loret, B., & Khalili, N. (2002). An effective stress elastic–plastic model for unsaturated porous media, *Mechanics of Materials*, 34(2), 97-116. doi: [10.1016/S0167-6636\(01\)00092-8](https://doi.org/10.1016/S0167-6636(01)00092-8)
- [20] Toll, D. G., & Ong, B. H. (2003). Critical-state parameters for an unsaturated residual sandy clay, *Géotechnique*, 53(1), 93-103. doi: [0.1680/geot.2003.53.1.93](https://doi.org/10.1680/geot.2003.53.1.93)
- [21] Khalili, N. G. F. A., Geiser, F., & Blight, G. E. (2004). Effective stress in unsaturated soils: Review with new evidence. *International journal of Geomechanics*, 4(2), 115-126. doi: [10.1061/\(ASCE\)1532-3641\(2004\)4:2\(115\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2004)4:2(115))
- [22] Zhou, W. H., Xu, X., & Garg, A. (2016). Measurement of unsaturated shear strength parameters of silty sand and its correlation with unconfined compressive strength. *Measurement*, 93, 351-358. doi: [10.1016/j.measurement.2016.07.049](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.07.049)
- [23] Thevanayagam, S. (1998). Effect of fines and confining stress on undrained shear strength of silty sands, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(6), 479-491. doi: [10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1998\)124:6\(479\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1998)124:6(479))
- [24] Thevanayagam, S., & Mohan, S. (2000). Intergranular state variables and stress–strain behaviour of silty sands, *Géotechnique*, 50(1), 1-23. doi: [10.1680/geot.2000.50.1.1](https://doi.org/10.1680/geot.2000.50.1.1)
- [25] Amini, F., & Qi, G. Z. (2000). Liquefaction testing of stratified silty sands, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(3), 208-217. doi: [10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:3\(208\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:3(208))
- [26] Salgado, R., Bandini, P., & Karim, A. (2000). Shear strength and stiffness of silty sand, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(5), 451-462. doi: [10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:5\(451\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:5(451))
- [27] Polito, C. P., & Martin II, J. R. (2001). Effects of nonplastic fines on the liquefaction resistance of sands, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(5), 408-415. doi: [10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2001\)127:5\(408\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2001)127:5(408))
- [28] Xenaki, V. C., & Athanasopoulos, G. A. (2003). Liquefaction resistance of sand–silt mixtures: an experimental investigation of the effect of fines. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 23(3), 1-12. doi: [10.1016/S0267-7261\(02\)00210-5](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(02)00210-5)
- [29] Ni, Q. T. S. T., Tan, T. S., Dasari, G. R., & Hight, D. W. (2004). Contribution of fines to the compressive strength of mixed soils. *Géotechnique*, 54(9), 561-569. doi: [10.1680/geot.2004.54.9.561](https://doi.org/10.1680/geot.2004.54.9.561)
- [30] Bobei, D. C., & Lo, S. R. (2005). Reverse behaviour and critical state of sand with small amount of fines. In *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, IOS Press, 475-478. doi: [10.3233/978-1-61499-656-9-475](https://doi.org/10.3233/978-1-61499-656-9-475)
- [31] Rahman, M. M., Lo, S. R., & Gnanendran, C. T. (2008). On equivalent granular void ratio and steady state behaviour of loose sand with fines. *Canadian Geotechnical Journal*, 45(10), 1439-1456. doi: [10.1139/T08-064](https://doi.org/10.1139/T08-064)

- [32] Md. Mizanur, R., & Lo, S. R. (2012). Predicting the onset of static liquefaction of loose sand with fines. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 138(8), 1037-1041. doi: [10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000661](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000661)
- [33] Rahman, M. M., & Lo, S. R. (2014). Undrained behavior of sand-fines mixtures and their state parameter, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140(7), 1-12. doi: [10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001115](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001115)
- [34] Sadrekarimi, A. (2013). Influence of fines content on liquefied strength of silty sands. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 55, 108-119. doi: [10.1016/j.soildyn.2013.09.008](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.09.008)
- [35] Mahmoudi, Y., Cherif Taiba, A., Hazout, L., & Belkhatir, M. (2022). Comprehensive laboratory study on stress-strain of granular soils at constant global void ratio: combined effects of fabrics and silt content. *Acta Geotechnica*, 17(8), 3269-3292. doi: [10.1007/s11440-022-01480-1](https://doi.org/10.1007/s11440-022-01480-1)
- [36] Abdi, M., Chali, E., & Maleki, M. (2020). "Behavior of unsaturated sand-silt mixture through equivalent intergranular void ratio concept", *Journal of GeoEngineering*, 15(3), 109-121. doi: [10.6310/jog.202009_15\(3\).1](https://doi.org/10.6310/jog.202009_15(3).1)
- [37] Chali, E., & Maleki, M. (2021). "Experimental study on mechanical behavior of unsaturated silty sand in constant equivalent granular void ratio", *Geotechnical and Geological Engineering*, 39, 735-750. doi: [10.1007/s10706-020-01518-9](https://doi.org/10.1007/s10706-020-01518-9)
- [38] Kadivar, M., Manahiloh, K. N., & Kaliakin, V. N. (2021). Laboratory assessment of the mechanical properties of an unsaturated Mid-Atlantic silty sand, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 33(7), 04021163. doi: [10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0003759](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0003759)
- [39] Bishop, A. W. (1959). The principle of effective stress, *Teknisk Ukeblad*, 39, 859-863.
- [40] Aitchison, G. (1985). Relationships of moisture stress and effective stress functions in unsaturated soils, In *Conference of the British National Society of The International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, United Kingdom, 5-20.
- [41] Khalili, N., & Khabbaz, M. H. (1998). A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils, *Géotechnique*, 48(5), 681-687. doi: [10.1680/geot.1998.48.5.681](https://doi.org/10.1680/geot.1998.48.5.681)
- [42] Bao, C. G., Gong, B. W., & Zhan, L. T. (1998). Properties of unsaturated soils and slope stability of expansive soils, keynote lecture, In *Proceedings of the 2nd International Conference on Unsaturated Soils*, Beijing, 1, 71-98.
- [43] Ahmadi Naghadeh, R., & Toker, N. K. (2019). Exponential equation for predicting shear strength envelope of unsaturated soils. *International Journal of Geomechanics*, 19(7), 1-12. doi: [10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001435](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001435)
- [44] Thevanayagam, S. (2000). Liquefaction potential and undrained fragility of silty soils, In *Proceedings of the 12th World Conference Earthquake Engineering*, Wellington, New Zealand, 1-8.
- [45] Rahman, M. M., & Lo, S. R. (2008). The prediction of equivalent granular steady state line of loose sand with fines, *Geomechanics and Geoengineering: An International Journal*, 3(3), 179-190. doi: [10.1080/17486020802206867](https://doi.org/10.1080/17486020802206867)
- [46] ASTM D 422-63. (2002). *Standard test method for particle-size analysis of soils*, West Conshohocken, PA.
- [47] ASTM D 4318-10. (2010). *Standard test methods for liquid limit, plastic limit, and plasticity index of soils*, West Conshohocken, PA.
- [48] Wheeler, S., & Sivakumar, V. (2000). "Influence of compaction procedure on the mechanical behaviour of an unsaturated compacted clay", *Géotechnique*, 50(4), 369-376. doi: [10.1680/geot.2000.50.4.369](https://doi.org/10.1680/geot.2000.50.4.369)
- [49] ASTM D 5311-92. (2004). *Standard test method for load controlled cyclic triaxial strength of soil*, West Conshohocken, PA.
- [50] Porcino, D., Diano, V., Triantafyllidis, T., & Wichtmann, T. (2020). Predicting undrained static response of sand with non-plastic fines in terms of equivalent granular state parameter, *Acta Geotechnica*, 15(4), 867-882. doi: [10.1007/s11440-019-00770-5](https://doi.org/10.1007/s11440-019-00770-5)
- [51] Atkinson, J. H., & Bransby, P. (1977). *The Mechanics of Soils: an Introduction to Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, England.
- [52] Papadopoulou, A., & Tika, T. (2008). The effect of fines on critical state and liquefaction resistance characteristics of non-plastic silty sands, *Soils and Foundations*, 48(5), 713-725. doi: [10.3208/sandf.48.713](https://doi.org/10.3208/sandf.48.713)
- [53] Naeemifar, O., & Yasrobi, S. S. (2012). Collapse surface characteristics of clayey sands, In *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, 165(6), 379-390. doi: [10.1680/geng.9.00058](https://doi.org/10.1680/geng.9.00058)
- [54] Fredlund, D. G., & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve, *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4), 521-532. doi: [10.1139/t94-061](https://doi.org/10.1139/t94-061)
- [55] Kayadelen, C., Sivrikaya, O. S. M. A. N., Taşkiran, T., & Güneyli, H. (2007). Critical-state parameters of an unsaturated residual clayey soil from Turkey. *Engineering Geology*, 94(1-2), 1-9. doi: [10.1016/j.enggeo.2007.05.008](https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2007.05.008)