

**M. Lak**

Department of Civil  
Engineering, Ayatollah  
Boroujerdi University.

**e-mail:** M.lak@abru.ac.ir

**M. Komasi\***

Associate Professor, Department  
of Civil Engineering, Ayatollah  
Boroujerdi University.

**e-mail:** komasi@abru.ac.ir

## **Numerical Investigation of the Flow Field on the Ogee Spillway under the Influence of the Crest Shape and Slope of the Upstream Face of the Spillway**

*In this study, the ogee spillway flow pattern under the influence of the spillway curve shape and upstream slope changes was evaluated using Flow-3D numerical simulator software. Thus, two ogee spillways with elliptical crest and USBR pattern were simulated in two vertical and oblique upstream modes with a slope of 3H:3V and three different heads, and the results of changes in effective parameters such as flow, velocity and pressure in the length of each spillway was examined. Validation of the results of the numerical model with the results of the Maynard experimental model showed that the Flow-3D numerical model has a high ability to simulate the flow field on the ogee spillway. Comparison of flow rate from numerical model with experimental data showed that the average computational error was less than 3% of the numerical model. Examination of the pressure field showed that at the height of the head equal to the design head, the pressures are close to atmospheric pressure and no negative pressure is created on the spillway crest, but at the head higher than the design head, negative pressure will be created on the spillway. The amount of negative pressure created at the beginning of the USBR spillway crest is higher than the negative pressure value of the elliptical spillway crest due to the lack of continuity in the crest and further separation of the flow lines from it. The results also showed that the ogee spillway with oval crest has a relatively better performance in the flow over the spillway and in these spillways it is possible to pass more discharge with higher safety and sloping the upstream side of the spillway causes a change in the discharge coefficient and finally the flow rate of the spillways.*

**Keywords:** Ogee Spillway, Numerical simulation, Flow-3D, Volume of fluid (VOF), Pressure distribution.

---

\* Corresponding author

Received 22 November 2021, Revised 14 June 2022, Accepted 15 June 2022.

DOI: 10.22091/cer.2022.7342.1329

## بررسی عددی میدان جریان روی سرریز اوجی تحت تاثیر شکل تاج و شیب وجه بالادست سرریز

در این پژوهش، الگوی جریان سرریز اوجی تحت تاثیر شکل منحنی تاج سرریز و تغییرات شیب وجه بالادست سرریز، با استفاده از نرم‌افزار شبیه‌ساز عددی Flow-3D مورد ارزیابی قرار گرفت. بدین ترتیب دو سرریز اوجی با تاج بیضی و الگوی USBR در دو حالت وجه بالادست قائم و مایل با شیب 3H:3V و به‌ازای سه هد مختلف، شبیه‌سازی شدند و نتایج حاصل از تغییرات پارامترهای موثر نظیر دبی، سرعت و فشار در طول هر یک از سرریزها مورد بررسی قرار گرفت. صحت‌سنجی نتایج مدل عددی با نتایج مدل آزمایشگاهی ماینورد نشان داد مدل عددی Flow-3D از توانایی بالایی برای شبیه‌سازی میدان جریان روی سرریز اوجی برخوردار است. مقایسه دبی حاصل از مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی، بیان‌گر میانگین خطای محاسباتی زیر سه درصد مدل عددی بود. بررسی میدان فشار نشان داد در ارتفاع هد برابر هد طراحی، فشارها نزدیک فشار اتمسفر می‌باشند و فشار منفی روی تاج سرریز ایجاد نشده است اما در هد بالاتر از هد طراحی روی سرریز فشار منفی به‌وجود خواهد آمد. مقدار فشار منفی ایجاد شده در ابتدای تاج سرریز USBR نسبت به مقدار فشار منفی تاج سرریز بیضی شکل، بیشتر است و دلیل آن عدم پیوستگی در تاج و جدایی بیش‌تر خطوط جریان از روی آن است. همچنین نتایج نشان داد که سرریز اوجی با تاج بیضی شکل، عملکرد نسبتاً بهتری در جریان عبوری از روی سرریز دارد و در این سرریزها امکان عبور دبی بیش‌تر با ایمنی بالاتری فراهم می‌شود و شیب‌دار کردن وجه بالادست سرریز باعث تغییر در ضریب تخلیه و نهایتاً میزان دبی عبوری جریان از روی سرریز می‌شود.

**واژگان کلیدی:** سرریز اوجی، شبیه‌سازی عددی، Flow-3D، حجم محدود، توزیع فشار.

مهدی لک

دانشجوی کارشناسی ارشد  
مهندسی آب و سازه‌های  
هیدرولیکی، دانشگاه  
آیت‌اله‌العظمی بروجردی (ره)  
پست الکترونیک:

M.Lak@abru.ac.ir

**مهدی کماسی\***

دانشیار گروه عمران، دانشگاه  
آیت‌اله‌العظمی بروجردی (ره).

پست الکترونیک:

Komasi@abru.ac.ir

### ۱- مقدمه

بسیاری از سدها به عدم کفایت سرریزشان نسبت داده شده است. ایمنی سدها به‌طور مهم، ارتباط مستقیم و تنگاتنگی با کیفیت ظرفیت سرریز دارد. بیش‌تر شکست سدها در اثر عبور آب از روی تاج آن‌ها به‌وقوع می‌پیوندد که مهم‌ترین عامل آن، کافی نبودن ظرفیت سرریز است. عملکرد ایمن سرریزها در شرایط غیر عادی، عامل مهمی در ایمنی سدها است. مطابق گزارش‌های منتشر شده توسط کنفرانس بین‌المللی سدهای بزرگ (ICOLD)، حدود یک‌سوم شکست سدها از عدم کفایت سرریز نشات

سرریزها ساده‌ترین نوع سازه هیدرولیکی بوده و علاوه بر اندازه‌گیری جریان، برای اهداف مختلف دیگری نظیر انحراف جریان، کنترل دبی، استهلاک انرژی و تنظیم سطح آب نیز استفاده می‌شوند [۱]. سرریز، یکی از کلیدی‌ترین اعضای سد به شمار می‌رود که شکست

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۱، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۲۴، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۲۵

DOI: 10.22091/cer.2022.7342.1329 شناسه دیجیتال

2- International committee on large dam

شبیه‌سازی مناسب الگوی جریان، معادلات مورد استفاده و غیره است؛ اما با توجه به صرفه‌جویی در وقت و هزینه مدل عددی مناسب می‌تواند راه‌گشا باشد [۶ و ۷].

سرریز اوجی به‌طور وسیعی در آزمایشگاه‌های هیدرولیک اداره عمران آمریکا (USBR<sup>۱</sup>) مورد مطالعه قرار گرفته است و اطلاعات لازم برای تعیین پروفیل آب توسط همین اداره منتشر شده است و به‌عنوان معیاری برای طراحی سرریز اوجی، مورد استفاده پژوهشگران قرار می‌گیرد. [۸-۱۰]. پژوهشگران زیادی در مورد سرریزهای اوجی مطالعه نموده‌اند؛ اما بیش‌تر این تحقیقات با ساخت مدل فیزیکی همراه بوده و کم‌تر از مدل‌های عددی استفاده شده است. در این راستا کسیدی<sup>۲</sup> (۱۹۶۵) با استفاده از مدل عددی در فضای دوبعدی به تعیین فشار روی تاج سرریز اوجی براساس جریان پتانسیل پرداخت. نتایج به‌دست آمده از آنالیز عددی جریان بر روی سرریز اوجی با نتایج آزمایشگاهی تقریباً یکسان بود و نتیجه حاصل از این تحقیق، بیان‌گر تأثیر ناچیز لزجت بر پروفیل سطح آزاد جریان بود [۱۱]. اولسن و جلسویگ<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) با استفاده از معادلات ناوبراستوکس میانگین‌گیری‌شده رینولدز و معادلات  $k-\epsilon$  استاندارد به روش حجم محدود، جریان عبوری از روی سرریز اوجی را در فضای دوبعدی و سه‌بعدی تحلیل نمودند. در تعیین سطح آزاد جریان، ابتدا کل سرریز به‌صورت مستغرق در نظر گرفته شد که با گذر زمان به‌علت وجود ترم شتاب ثقل در معادلات حاکم، سطح آزاد جریان شکل واقعی خود را به‌دست می‌آورد. نتایج به‌دست آمده، بیان‌گر دقت بالای روش استفاده شده بود [۱۲]. بورگیسر و راشمن<sup>۴</sup> (۱۹۹۹)، مولفه قائم جریان بر روی تاج سرریز اوجی در فضایی دوبعدی را به روش امان محدود و با فرض جریان تراکم‌ناپذیر و آشفته تحلیل نمودند. معادلات حاکم بر جریان، معادلات رینولدز بود.

گرفته است. در نتیجه با توجه به حساس بودن کارکرد، سرریز باید سازه‌ای مطمئن و با راندمان بالا انتخاب شود که در هر لحظه بتواند برای بهره‌برداری آمادگی داشته باشد [۲].

سرریز اوجی به‌دلیل ویژگی‌های هیدرولیکی مناسب، همواره یکی از سازه‌های هیدرولیکی مورد مطالعه مهندسين علم هیدرولیک بوده است. توانایی آن برای عبور کارآمد و ایمن جریان‌ها، در صورت طراحی صحیح و قابلیت‌های اندازه‌گیری جریان به‌صورت کارآمد، مهندسان را قادر به استفاده از آن در شرایط گسترده کرده است. یکی از مسائل مهمی که کارشناسان هیدرولیک بایستی با آن آشنا باشند، نحوه رفتار جریان بر روی سرریزهای سازه‌های آبی می‌باشد. شناخت نحوه رفتار جریان بر روی سرریز اوجی سازه‌های آبی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بررسی رفتار جریان بر روی تاج سرریز، برای دبی‌های بیش‌تر از دبی طراحی از اهمیت به‌سزایی در طراحی تاج سرریز برخوردار است؛ به‌طوری‌که اگر فشار ایجاد شده بر روی تاج سرریزهای اوجی، کم‌تر از فشار اتمسفر گردد، فشار منفی بر روی سرریز که برای دبی‌های بیش‌تر از دبی طراحی اتفاق می‌افتد باعث پدیده کاویتاسیون می‌گردد. این پدیده، خسارات جبران‌ناپذیری را برای بسیاری از سازه‌های آبی به بار می‌آورد [۳ و ۴]. بنابراین یکی از مسائلی که می‌تواند نگرانی اصلی مهندسين هیدرولیک در طراحی سرریز اوجی باشد، ایمنی سازه در قبال مسئله بالقوه ایجاد فشار منفی بیش از اندازه روی تاج سرریز تحت جریان‌های با دبی و هد بالا می‌باشد [۵]. ابزار مهندسين طراح سرریز برای مشکلات این‌چنینی، علم هیدرودینامیک است. این علم، از مدل‌های فیزیکی و عددی به‌منظور ریشه‌یابی و حل مشکلات استفاده می‌کند. ساخت مدل‌های فیزیکی، دارای معایبی چون وقت‌گیر بودن، گران بودن، مشکلات مقیاس مدل و همچنین نداشتن دقت بالای این روش به‌دلیل خطای ناشی از ساخت است. بهره‌گیری از مدل‌های عددی نیز هر چند دارای مشکلاتی نظیر کالیبراسیون،

<sup>1</sup>- United states bureau of reclamation

<sup>2</sup>- United states bureau of reclamation

<sup>3</sup>- Olsen and Kjellesvig

<sup>4</sup>- Burgisser and Rutschmann

سرعت نسبی در دو مدل با یکدیگر مقایسه گردید و سازگاری خوبی از این دو روش حاصل گردید [۱۸]. مورفی<sup>۵</sup> (۱۹۷۳) مطالعاتی را بر روی تاج سرریز اوجی انجام داد و بیان نمود که برای مقادیر کم عمق تقرب و در حالت وجه بالادست قائم، جریان تمایل به حرکت به سمت پایین وجه قائم سرریز دارد، تا یک چرخش در پشت دیواره قائم ایجاد کند که به ثغوری جریان چرخشی اشاره دارد. یک وجه بالادست شیبدار تمایل دارد که از این پدیده جلوگیری کند [۱۹]. وی همچنین اشاره داشت یک سرریز بلند به صورت قائم نیاز به وجه بالادست شیبدار برای اهداف پایداری سازه ندارد و علاوه بر صرفه جویی در مصرف بتن می توان با افزایش پهنای تاج، کارایی سرریز را افزایش داد [۱۹ و ۲۰]. همچنین مطالعات دیگری نیز بر روی تاج سرریز انجام شد و محققین نشان دادند که انحنای تاج سرریز درست در بالادست محور تاج، به صورت قابل توجهی در بازدهی سرریز تاثیر دارد. یک تغییر ناگهانی و یا عدم پیوستگی در انحنای تاج نه تنها لایه مرزی را منحرف می کند، بلکه می تواند باعث جدایش جریان و کاویتاسیون شود [۲۱-۲۳].

در این راستا ماینورد<sup>۶</sup> (۱۹۸۵)، مطالعات گسترده ای را بر روی سرریز اوجی با دو حالت با پایه و بدون پایه انجام داد. وی پارامترهای موثر بر میدان جریان سرریز اوجی شکل نظیر دبی، فشار و پروفیل سطح آب را روی محدوده وسیعی از عمق های تقرب و شیب های وجه بالادست و ارتفاع های مختلف آب روی تاج سرریز مطالعه نمود. مطالعات وی شامل مقادیر عمق تقرب ( $\frac{P}{H_d}$ ) از ۰/۲۵ تا دو و مقادیر هد نسبی ( $\frac{H_e}{H_d}$ ) از ۰/۴ تا ۱/۵ و شیب های وجه بالادست از حالت قائم تا 2V:3H بود. نتایج مطالعه وی نشان داد که تاج های سرریز در ارتفاع های بسیار پایین، خصوصیات تخلیه یکسانی با

بررسی ها نشان داد که نتایج حاصل از حل عددی در تعیین ضریب دبی سرریز و نحوه توزیع فشار روی سرریز به نتایج تجربی بسیار نزدیک است [۱۳].

توفی و ویلسون<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) با استفاده از روش تفاضل محدود، جریان قائم عبوری از تاج سرریز اوجی را در فضایی دوبعدی با فرض جریان پتانسیل و اعمال شرط نیومن بر مرزهای میدان جریان تحلیل نمودند. نتایج حاصل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، بیانگر اثر کم لزجت بر میدان جریان بود. مقایسه سطح آزاد محاسباتی نیز با نتایج آزمایشگاهی نشان دهنده دقت مناسب روش بود [۱۴]. سویج و جانسون<sup>۲</sup> (۲۰۰۱) مطالعه کاملی جهت مقایسه پارامترهای جریان روی سرریزهای اوجی استاندارد با استفاده از یک مدل فیزیکی، مدل عددی و مطالعات موجود انجام دادند. مدل فیزیکی از جنس پلکسی گلاس ساخته شد و در یک فلوم آزمایشگاهی قرار داده شد. آنان جریان عبوری از روی سرریز اوجی استاندارد را با استفاده از مدل  $k-\epsilon$  استاندارد به روش حجم محدود، به وسیله نرم افزار Flow-3D مورد بررسی قرار دادند. در این نرم افزار، به منظور تعیین پروفیل سطح آب از تکنیک حل معادله حجم سیال بهره گرفته شد. آنان دریافتند که پروفیل فشار روی سرریز به دست آمده از مدل عددی به نتیجه پروفیل فشار روی سرریز به دست آمده از مدل فیزیکی نزدیک است [۱۵ و ۱۶]. آیدین و اوزتورک<sup>۳</sup> (۲۰۰۹) ترکیب و صحت سنجی روش عددی دینامیک سیالات محاسباتی در مقایسه با روش آزمایشگاهی در هوادهی سرریزها را انجام دادند و از مقایسه دو روش به تطابق خوبی رسیدند [۱۷].

مورالس<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۱۲)، مدل سازی عددی و فیزیکی سرریز اوجی با دریچه قطاعی سد انحرافی رودخانه کانر در اکوادور را انجام دادند. پروفیل سطح آب و

<sup>1</sup>- Tufi and Wilson

<sup>2</sup>- Savage and Johnson

<sup>3</sup>- Aydin and Ozturk

<sup>4</sup>- Morales

<sup>5</sup>- Murphy

<sup>6</sup>- Maynord

در این مطالعه سعی شده است جریان روی سرریزهای اوجی با تاج بیضوی شکل و تاج USBR در دو حالت با شیب وجه بالادست مایل و قائم با استفاده از نرم افزار قدرتمند Flow-3D و روش حجم محدود، مدل سازی شوند و پارامترهای موثر بر میدان جریان نظیر فشار و سرعت مورد ارزیابی قرار گیرند. در این راستا به منظور صحت سنجی نتایج، از نتایج آزمایشگاهی ماینورد استفاده شده است [۲۶].

## ۲- روش پژوهش

### ۲-۱- معادلات حاکم بر جریان

قوانین حاکم بر جریان یک سیال تراکم ناپذیر لزج توسط یک معادله پیوستگی و سه معادله مومنتم در جهات محورهای سه گانه مختصات که به معادلات ناوراستوکس معروف هستند، بیان می شوند و در صورت آشفته بودن جریان، به معادلات رینولدز تغییر ماهیت داده و از مدل های آشفته برای تعیین لزجت گردابه ای استفاده می شود [۲۷ و ۲۸]. معادله پیوستگی جریان از قانون بقای جرم و با نوشتن رابطه تعادل برای یک المان سیال به دست می آید [۲۹]. معادله عمومی پیوستگی به شکل زیر است:

$$V_f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) = 0 \quad (1)$$

که در آن  $V_f$  کسر حجم باز به جریان،  $\rho$  چگالی سیال،  $(u, v, w)$  مولفه های سرعت در جهات  $(x, y, z)$ ،  $A_x$  کسر سطح باز در جهت  $x$  و  $A_y$  و  $A_z$  به طور مشابه کسر سطح در جهات  $y$  و  $z$  می باشند.

معادلات حرکت سیال با مولفه های سرعت  $(u, v, w)$  در سه جهت مختصات، یعنی معادلات ناوراستوکس به شکل رابطه (۲) تعریف می گردد:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g x_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2)$$

سرریزهایی با تاج پهن دارند. به عبارت دیگر، وقتی مقادیر  $\frac{P}{H_d}$  کاهش می یابد، به ویژه برای مقادیر بالاتر  $\frac{H_e}{H_d}$ ، کنترل جریان شروع به تغییر به سمت بالادست می کند و باعث کاهش ضریب تخلیه و کارایی تخلیه می شود و ضریب تخلیه دوباره به ضریب تخلیه سرریزهایی با تاج پهن نزدیک می شود [۲۴].

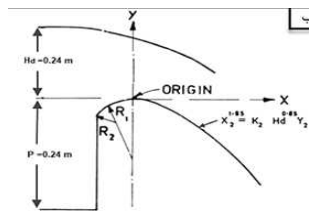
بیشتر مطالعاتی که تاکنون بر روی سرریزهای اوجی انجام شده، به صورت آزمایشگاهی بوده و انجام مطالعه بر روی انواع پروفیل تاج سرریز به صورت شبیه سازی عددی و مقایسه میدان جریان آن ها با یکدیگر، کم تر توسط محققین انجام شده است. همچنین به دلیل آن که انجام مطالعات آزمایشگاهی با چالش های زمانی و مادی زیادی همراه است، به کارگیری مدل های عددی و بررسی دقت شبیه سازی ها و مقایسه نتایج حاصل از مدل سازی های عددی با نتایج آزمایشگاهی می تواند در مرتفع کردن چالش های ذکر شده مفید واقع شود. همچنین از آنجایی که مدل عددی Flow-3D توانایی شبیه سازی کلیه جریان های سیال را دارد و به خوبی پارامترهای موثر بر میدان جریان نظیر سرعت، فشار، دبی و غیره را محاسبه می کند و در مطالعات بر روی سرریز اوجی، کم تر به کار گرفته شده است؛ در این پژوهش به منظور شبیه سازی الگوی جریان بر روی سرریز، از این نرم افزار استفاده شده است. به عبارت دیگر بررسی و مقایسه میدان جریان روی سرریز اوجی تحت الگوهای مختلف تاج و شیب وجه بالادست سرریز، با استفاده از روش حجم سیال (VOF<sup>۱</sup>) و نرم افزار Flow-3D در این مطالعه مورد توجه قرار گرفته است. لازم به ذکر است روش های حجم سیال (VOF) و کسر مساحت حجم مانع (FAVOR<sup>۲</sup>) مثال هایی از روش جزء حجمی هستند که در مدل Flow-3D به کار می روند [۲۵].

<sup>۱</sup>- Volume of fluid

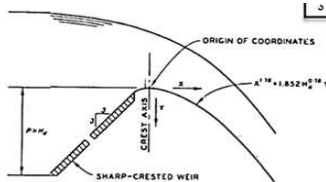
<sup>۲</sup>- Fractional area-volume obstacle representation

مقایسه اثر شیب وجه بالادست سرریز بر روی مشخصه‌های جریان در دو سرریز مذکور، شبیه‌سازی عددی در دو حالت دیواره قائم و دیواره شیب‌دار با شیب  $3V:3H$  صورت گرفت.

در شکل ۱ سرریز اوجی به روش ماینورد و *USBR* در حالت شیب وجه بالادست قائم و شیب‌دار نشان شده است. لازم به ذکر است در شکل ۱، ارتفاع تاج سرریز مورد استفاده ( $P$ ) و همچنین ارتفاع نظیر طراحی روی سرریز ( $H_d$ ) برابر  $0.24$  متر انتخاب گردید. همچنین پارامتر  $H_e$  هد عبوری از روی سرریز می‌باشد. هریک از هندسه‌های شکل ۱ به‌دقت در نرم‌افزار *SOLIDWORK* ساخته شد و به‌منظور شبیه‌سازی، وارد نرم‌افزار *Flow-3D* شدند.



(ب) پروفیل تاج سرریز اوجی طبق استانداردهای *USBR*



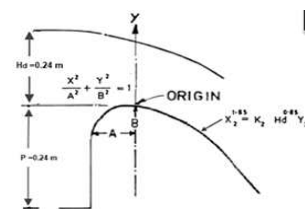
(ت) پروفیل سرریز اوجی با تاج *USBR* با دیواره بالادست شیب‌دار

شکل ۱- انواع سرریز اوجی مورد مطالعه در مقاله [۱۶]

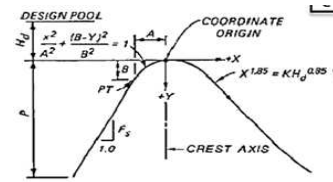
پارامتر  $\overline{\rho u_i u_j}$  همان تنش رینولدز است که بر سیال عمل کرده و اثر گردابه‌های آشفتگی را در سیال اعمال می‌کند [۳۰-۳۳].

## ۲-۲- هندسه سرریز و شبکه محاسباتی مدل

در این مطالعه، از هندسه مورد استفاده ماینورد و همکاران به‌منظور شبیه‌سازی و تحلیل جریان استفاده شده است. این پژوهشگران برخلاف روش *USBR*، از شکل بیضی برای تاج سرریز استفاده نمودند. در این مطالعه به‌منظور بررسی تاثیر هندسه تاج سرریز بر میدان جریان، سرریز اوجی با دو شکل تاج مختلف بیضی و *USBR* با استفاده از نرم‌افزار *Flow-3D* مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. همچنین به‌منظور

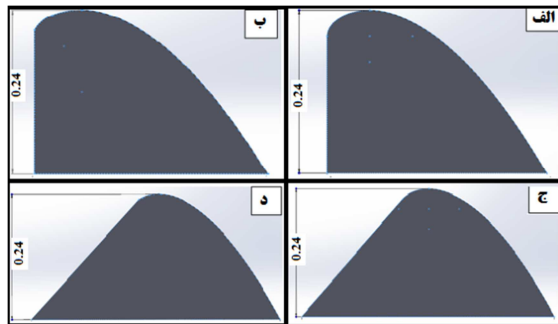


(الف) سرریز اوجی بر طبق قواعد بیضی گون



(پ) پروفیل سرریز اوجی با تاج بیضی شکل با دیواره بالادست شیب‌دار

در این پژوهش، میدان جریان سه‌بعدی در ابتدا به‌وسیله مدل‌های آشفتگی *RNG* و  $k-\epsilon$  شبیه‌سازی گردید.



شکل ۲- انواع سرریز اوجی شکل ۱ در نرم‌افزار *Solidwork*

سپس مقایسه پارامترهای مختلف میدان جریان نشان داد که بین نتایج این دو مدل آشفتگی، اختلاف

در شکل ۲ مدل‌های ساخته شده از سرریزها در نرم‌افزار *Solidwork* نشان داده شده است. به‌منظور بهینه‌سازی ابعاد و تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی، چند شبکه سلول محاسباتی مورد ارزیابی قرار گرفت و در انتها شبکه‌ای که کم‌ترین مقدار خطا را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه داد، مورد استفاده قرار گرفت. در نهایت شبکه سلول‌های محاسباتی به‌صورت یک بلوک شامل  $652866$  سلول و ابعاد هریک از سلول‌ها برابر با  $0.3 \times 4.8 \times 0.3$  (برحسب سانتی‌متر به ترتیب  $X \times Y \times Z$ ) مورد استفاده قرار گرفت و مدل‌سازی‌های این پژوهش با این شبکه صورت گرفت.

بعد از پایدار شدن مدل عددی، نتایج دبی مدل عددی با نتایج دبی مدل آزمایشگاهی ماینورد مورد مقایسه قرار گرفت (جدول ۱) و مشخص شد که مدل عددی *Flow-3D* با دقت بسیار بالایی توانایی مدل سازی الگوی جریان بر روی سرریز اوجی را دارد. لازم به ذکر است پس از طی تقریباً چهار ثانیه از شبیه سازی جریان، نتایج همگرا می شوند و بین گام های زمانی حل اختلاف چندانی وجود ندارد اما در جهت اطمینان به مدت ۱۰ ثانیه شبیه سازی ادامه پیدا کرد. در شکل ۴ چگونگی پایداری نتایج بعد از طی زمان چهار ثانیه نشان داده شده است. محور قائم، حجم جریان وارد شده به مدل و محور افقی زمان طی شده بر حسب ثانیه می باشد. در شکل ۵ نتایج پراکنش سرعت و فشار حاصل از شبیه سازی سرریز با تاج بیضی و با دیواره بالادست قائم نشان داده شده است. لازم به ذکر است در تمامی شکل ها واحد پارامتر سرعت، متر بر ثانیه و واحد پارامتر فشار، پاسکال می باشد.

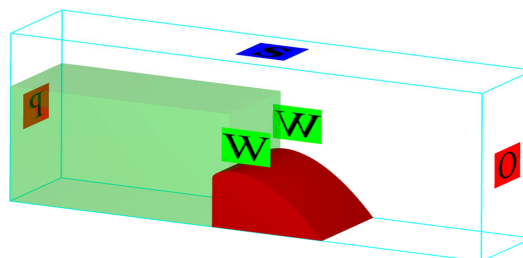
پس از کالیبراسیون و صحت سنجی مدل عددی *Flow-3D* و رسیدن به شبکه محاسباتی مطلوب، هر یک از سرریزهای نشان داده شده در شکل ۱ به ازای سه هد مختلف  $\frac{H_e}{H_d} = 0.5$ ،  $\frac{H_e}{H_d} = 1$  و  $\frac{H_e}{H_d} = 1.33$  شبیه سازی شدند و نتایج حاصل از تغییرات پارامترهای موثر نظیر فشار در طول هریک از سرریزها مورد بررسی قرار گرفت. به منظور بررسی بهتر دقت مدل های عددی، در جدول ۱ نتایج پارامتر دبی خروجی جریان بین مدل های عددی مطالعه حاضر و مدل آزمایشگاهی ماینورد ارائه شده است. مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی برای پارامتر دبی، نشان از خطای نسبی کم تر از چهار درصد در تمامی مدل ها دارد که بیان گر کارآیی و دقت مدل سازی با استفاده از نرم افزار *Flow-3D* می باشد.

لازم به ذکر است که خطای نسبی حاصل قدر مطلق تفاوت مقدار عددی و آزمایشگاهی بر مقدار آزمایشگاهی است.

چندانی وجود ندارد و در ادامه از مدل آشفتگی *k-ε* جهت شبیه سازی ها استفاده شد. زمان لازم برای شبیه سازی در این پژوهش ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شد.

## ۳-۲- شرایط مرزی و اولیه مدل

برای کف سرریز و همچنین دیواره های کناری سرریز، شرط مرزی دیوار<sup>۱</sup> اعمال شد. همچنین برای سطح آزاد جریان از شرط مرزی تقارن<sup>۲</sup>، برای مرز ورود جریان به سرریز از شرط مرزی فشار<sup>۳</sup> و برای مرز انتهایی شبکه محاسباتی یعنی جایی که جریان از آن خارج می شود، از مرز جریان خروجی<sup>۴</sup> استفاده شده است. در شکل ۳ شرایط اولیه، شرایط مرزی اعمال شده به مدل و محدوده محاسباتی به همراه سرریز نشان داده شده است. شرایط اولیه اعمال شده به مدل، به صورت محدوده سبز رنگ نشان داده شده است. شرایط اولیه در هر شبیه سازی به صورت ارتفاع آب یا هد عبوری از روی سرریز ( $H_e$ ) می باشد و این ارتفاع آب از ابتدای مرز ورودی تا لبه تاج سرریز را در بر می گیرد.

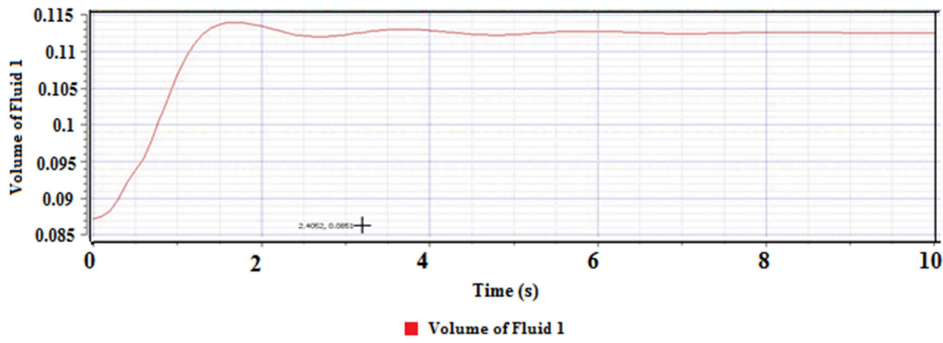


شکل ۳- شرایط اولیه و مرزی اعمال شده به مدل در محدوده محاسباتی

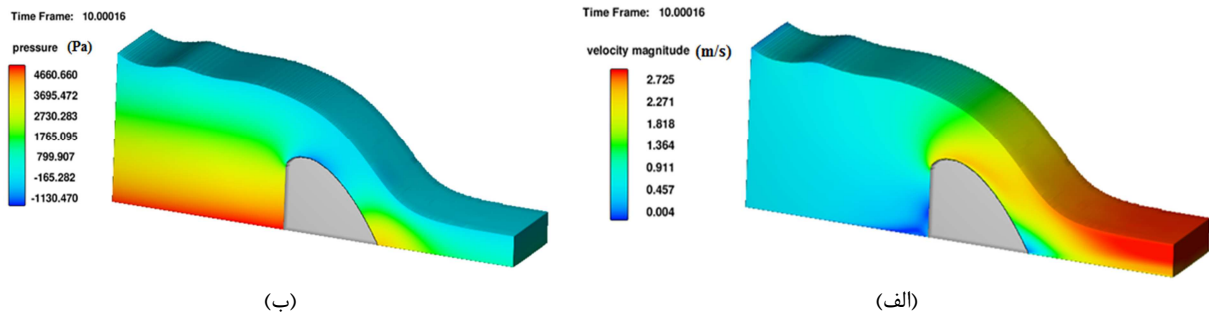
## ۴-۲- تحلیل الگوی جریان و مقایسه نتایج مدل سازی

به منظور صحت سنجی نتایج مدل عددی *Flow-3D*، ابتدا هندسه ساخته شده از سرریز اوجی با تاج بیضی شکل در حالت دیواره بالادست قائم وارد نرم افزار شد و با هد جریان ورودی  $\frac{H_e}{H_d} = 1$  مورد شبیه سازی قرار گرفت.

<sup>1</sup> Wall  
<sup>2</sup> Symmetry  
<sup>3</sup> Specified pressure  
<sup>4</sup> Outflow



شکل ۴- چگونگی پایداری نتایج با گذر زمان اجرای برنامه.



شکل ۵- نتایج پراکنش پارامتر (الف) سرعت و (ب) فشار بر روی سرریز اوجی با تاج بیضوی در حالت قائم

جدول ۱- دبی‌های عبوری از روی سرریزها

ارتفاع آب			نوع سرریز	حالت دیواره
$\frac{H_e}{H_d} = 0.5$	$\frac{H_e}{H_d} = 1$	$\frac{H_e}{H_d} = 1.33$		
۰/۰۸۳۸۴	۰/۲۵۱۷۲	۰/۴۱۷۵۱	USB R آزمایشگاهی	حالت قائم
۰/۰۸۶۰۱	۰/۲۶۰۴	۰/۴۱۱۹۴	USB R عددی	
۰/۰۸۴۵۴	۰/۲۵۶۵۸	۰/۴۱۹۶۴	بیضی گون آزمایشگاهی	
۰/۰۸۷۸	۰/۲۶۲۰	۰/۴۱۴۳۴۶	بیضی گون عددی	
۰/۰۸۳۹۵	۰/۲۵۳۷۶	۰/۴۱۸۶۴	USB R آزمایشگاهی	حالت شیب‌دار 3V:3H
۰/۰۸۵۶	۰/۲۶۴۹	۰/۴۱۴۸	USB R عددی	
۰/۰۸۴۸۰	۰/۲۵۸۵۶	۰/۴۲۰۴۸	بیضی گون آزمایشگاهی	
۰/۰۸۷۲۴	۰/۲۶۶۲۰	۰/۴۱۴۲	بیضی گون عددی	

همچنین بررسی خطای نسبی برای پارامترهای سرعت و فشار نیز انجام شد. نتایج نشان داد که در تمامی مدل‌ها مقدار خطا برای پارامتر سرعت، کم‌تر از پنج درصد و برای پارامتر فشار، کم‌تر از شش درصد می‌باشد. نتیجه دیگری که از مقایسه نتایج جدول ۱ می‌توان به‌دست آورد این است که با به‌کارگیری سرریز بیضی‌گون نسبت به سرریز با تاج USB R، امکان عبور دبی بیشتر با ایمنی

به‌طور مثال به‌منظور برآورد خطای مدل شبیه‌سازی شده سرریز اوجی با تاج بیضی‌گون با وجه بالادست قائم به ازای  $\frac{H_e}{H_d} = 1$  می‌توان نوشت:

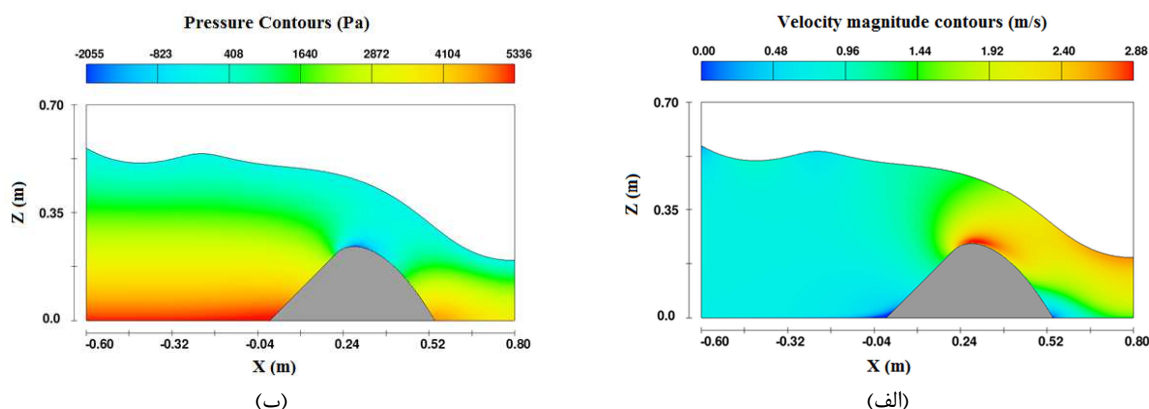
$$\Delta = \frac{|Q_{experimental} - Q_{Numerical}|}{Q_{experimental}} \times 100 \quad (3)$$

$$= \frac{|0.25658 - 0.262|}{0.25658} = 2.11\%$$



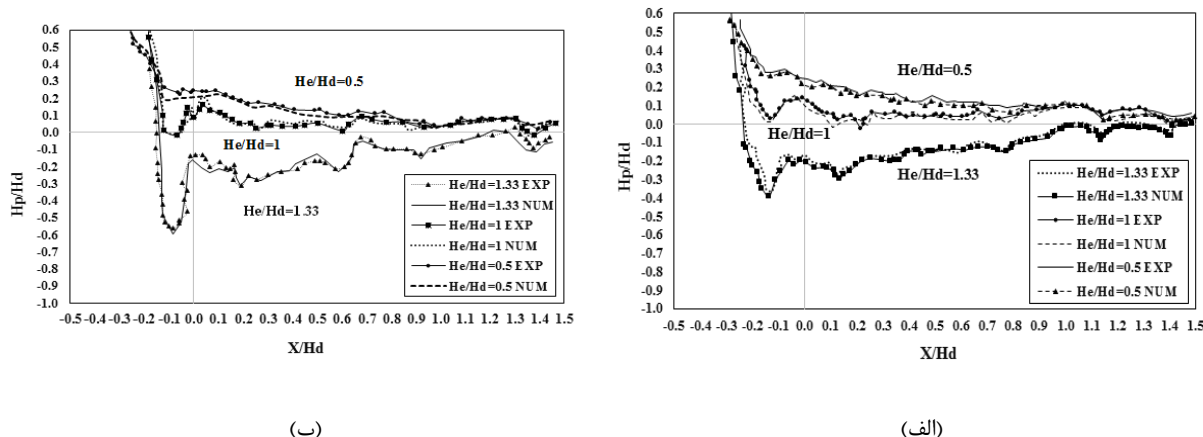
می‌آید و منجر به ایجاد یک فروافتادگی ناگهانی در پروفیل فشار استاتیکی در ناحیه تاج سرریز می‌شود که این فروافتادگی در شکل ۷ نشان داده شده است. از آنجایی که این محدوده فشار منفی می‌تواند منجر به پدیده مخرب کاویتاسیون بر روی سرریز شود؛ بنابراین بررسی میدان فشار روی سرریز به ازای هد جریان بیش‌تر از هد طراحی برای مهندسین هیدرولیک از اهمیت بیش‌تری برخوردار است و در صورت لزوم تعبیه هواده جهت جلوگیری از پدیده کاویتاسیون بر روی سرریز ضروری می‌باشد.

بالاتری فراهم می‌شود. همچنین شیب‌دار کردن وجه بالادست سرریز، باعث تغییر در ضریب تخلیه و در نهایت میزان دبی عبوری جریان از روی سرریز می‌شود. در ادامه، نتیجه حاصل از مدل عددی سرریز اوجی با تاج بیضی‌گون و دیواره بالادست شیب‌دار به ازای هد  $\frac{H_e}{H_d} = 1.33$  در شکل ۶ نشان داده شده است. شکل ۶-الف نتیجه پارامتر سرعت و شکل ۶-ب فشار استاتیکی می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود چنانچه هد جریان روی سرریز از هد طراحی بیش‌تر باشد؛ محدوده فشار منفی بر روی تاج سرریز تشکیل می‌شود. این محدوده فشار منفی، به دلیل جدایی خطوط جریان در اثر برخورد با تاج سرریز به‌وجود



شکل ۶- پراکنش (الف) سرعت و (ب) فشار هیدرواستاتیکی جریان بر روی سرریز اوجی با تاج بیضی‌شکل و دیواره شیب‌دار به ازای

$$\frac{H_e}{H_d} = 1.33$$

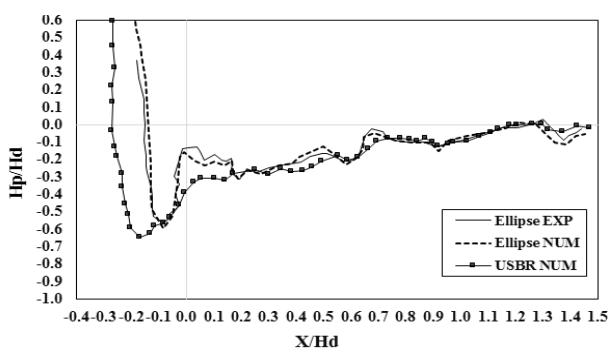


شکل ۷- تغییرات ارتفاع معادل فشار در طول سرریز با تاج بیضی‌شکل و با (الف) دیواره قائم و (ب) دیواره شیب‌دار با شیب  $3V:3H$

در ادامه به‌منظور بررسی پارامتر فشار بر روی سرریز، نتایج مقایسه‌ای از سرریزها در شکل ۷ ارائه شده است. در این شکل، نتایج مدل‌سازی عددی (NUM) را مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی ماینورد (EXP) نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است،

نتایج مقایسه‌ای از سرریزها در شکل ۷ ارائه شده است. در این شکل، نتایج مدل‌سازی عددی (NUM) را مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی ماینورد (EXP) نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است،

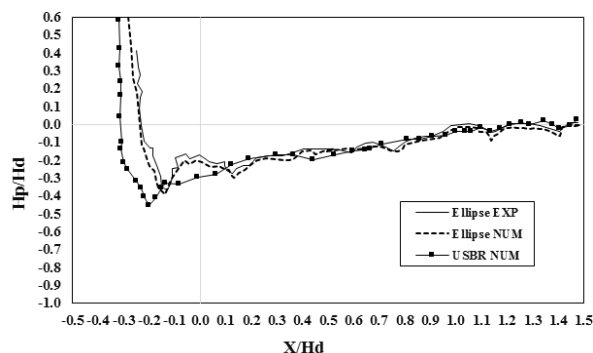
USBR با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفتند. در شکل ۸- الف تغییرات ارتفاع معادل فشار در تاج‌های بیضی‌شکل (Ellipse) و USBR با دیواره قائم و در شکل ۸-ب تغییرات ارتفاع معادل فشار در تاج‌های بیضی‌شکل (Ellipse) و USBR با دیواره وجه بالادست شیب‌دار با شیب  $3V:3H$  به ازای  $\frac{H_e}{H_d} = 1.33$  نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است، در هر دو حالت دیواره سرریز مقدار فشار منفی ایجاد شده در ابتدای تاج سرریز USBR نسبت به مقادیر فشار منفی تاج سرریز بیضی‌شکل، بیشتر است که علت آن عدم پیوستگی در تاج سرریز USBR و جدایی بیشتر خطوط جریان از روی آن است. با ایجاد تغییرات در انحنای تاج سرریز، می‌توان اثر این فشار منفی را کاهش داد. بنابراین سرریز با تاج بیضی‌گون نسبت به سرریز با تاج USBR می‌تواند عملکرد بهتری در برابر فشار منفی و کاویتاسیون داشته باشد. همچنین شیب‌دار کردن وجه بالادست سرریز، باعث تغییر در ضریب تخلیه و نهایتاً میزان دبی عبوری جریان از روی سرریز می‌شود.



(ب)

سازگاری خوبی بین نتایج مدل عددی Flow-3D و نتایج آزمایشگاهی ماینورد برقرار است که این موضوع، بیان‌گر قابلیت بالای مدل بر تحلیل میدان جریان می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌شود که در ارتفاع هد برابر هد طراحی ( $\frac{H_e}{H_d} = 1$ )، فشارها نزدیک فشار اتمسفر می‌باشند و فشار منفی روی تاج سرریز ایجاد نشده است. این موضوع نشان‌گر این است که تاج، به‌درستی با سطح زیرین پروفیل جریان تناسب دارد؛ اما در هدهای بالاتر از هد طراحی ( $\frac{H_e}{H_d} > 1$ ) به‌دلیل جدایی خطوط جریان از روی تاج سرریز، فشار روی سطح سرریز کاهش می‌یابد تا جایی که فشار منفی ایجاد می‌شود. در واقع در هدهای بالاتر از هد طراحی به‌علت جدایی جریان در اثر برخورد با تاج سرریز، یک فروافتادگی ناگهانی در پروفیل فشار استاتیکی در ناحیه تاج سرریز رخ داده است. در نتیجه فشار منفی تاج، جریان بیش‌تری از روی سرریز عبور می‌کند و راندمان سرریز بالا می‌رود، در صورتی که در ارتفاع پایین‌تر از ارتفاع طراحی، دبی کم‌تر است.

در ادامه به‌منظور تاثیر شکل تاج سرریز بر الگوی فشار روی سرریز، پروفیل طولی فشار در حالت بیضوی و



(الف)

شکل ۸- تغییرات ارتفاع معادل فشار در تاج‌های بیضی‌شکل و USBR با دیواره (الف) قائم و (ب) بالادست شیب‌دار با شیب  $3V:3H$  به

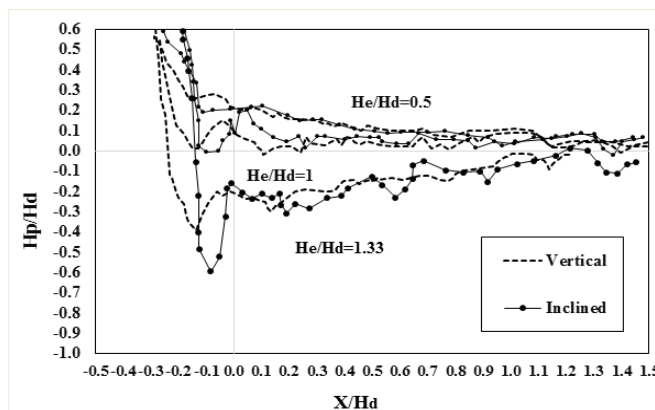
$$\frac{H_e}{H_d} = 1.33 \text{ ازای}$$

شیب‌دار در هر سه هد جریان، در ناحیه تاج سرریز می‌باشد و در هدهای بالاتر از هد طراحی، این تفاوت بیش‌تر می‌شود. در هر دو حالت سرریز (قائم و مایل) در هد طراحی فشارها نزدیک فشار اتمسفر هستند و با

توزیع فشار بر روی سرریز بیضی‌شکل در هر دو حالت عمودی و شیب‌دار با شیب  $3V:3H$  برای سه هد مختلف در شکل ۹ نشان داده شده است. در این شکل، تفاوت عمده توزیع فشار روی سرریز در دو حالت قائم و

پشت دیواره دارد و مانع تشکیل گردابه‌های بزرگ قبل از سرریز می‌شود و همین امر باعث افزایش سرعت و کاهش فشار روی تاج می‌شود در نتیجه جریان بیش‌تری را از خود عبور می‌دهد.

افزایش هد جریان، فشار روی سطح سرریز کاهش یافته و فشار منفی در نزدیکی تاج سرریز ایجاد شده است. فشار منفی زیاد روی سرریز شیب‌دار، قابل انتظار می‌باشد؛ زیرا وجه شیب‌دار، تمایل به جلوگیری از چرخش جریان در



شکل ۹- تغییرات ارتفاع معادل فشار بر روی سرریز بیضی‌شکل در دو حالت قائم و شیب‌دار به ازای هدهای مختلف

شیب‌دار، اوجی با تاج USBR و دیواره قائم، اوجی با تاج بیضوی و دیواره شیب‌دار در نرم‌افزار Solidwork ساخته شد و سپس در نرم‌افزار Flow-3D به ازای سه هد مختلف، شبیه‌سازی گردید و در ادامه نتایج روش تحلیل عددی با نتایج تجربی ماینورد مقایسه شد. همچنین به‌منظور صحت‌سنجی نتایج، از نتایج آزمایشگاهی ماینورد استفاده شد. نتایج کلی این پژوهش شامل موارد زیر است:

۱. مدل عددی به‌کار رفته در این مقاله از کارایی خوبی در شبیه‌سازی جریان روی انواع سرریز اوجی برخوردار است و نتایج با دقت قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

۲. درصد خطای نسبی هر یک از مدل‌های عددی در مقایسه با مدل آزمایشگاهی، کم‌تر از چهار درصد بوده است و میانگین خطای نسبی، نیز کم‌تر از سه درصد می‌باشد.

۳. در سرریز بیضی‌شکل در دو حالت قائم و شیب‌دار با شیب 3V:3H در ارتفاع برابر ارتفاع طراحی، فشارها نزدیک فشار اتمسفر می‌باشند و سطح نوسانات فشار در این ارتفاع جریان، حداقل می‌باشد و فشار منفی بر روی تاج ایجاد نمی‌شود؛ اما با افزایش هد جریان روی سرریز مقدار فشار در

همان‌طور که در تمامی حالات مدل‌سازی سرریز با تاجی بیضی‌شکل و سرریز اوجی با دیواره‌های قائم و مایل در شکل‌های ۶ تا ۹ نشان داده شده است؛ منطقه حائز اهمیت از نظر فشار منفی و شکل‌گیری پدیده مخرب کاویتاسیون، محدوده تاج سرریز می‌باشد. هرچه از تاج به سمت پایین‌دست سرریز حرکت می‌شود؛ هد فشار روی سرریز به سمت صفر میل می‌کند. به‌طور مثال به ازای هدهای بالاتر از هد طراحی، با حرکت در طول سرریز و فاصله گرفتن از ناحیه تاج، فشارهای منفی روی سرریز تمایل بیش‌تری به سمت صفر شدن دارند و بالعکس برای هدهای کم‌تر از هد طراحی، هرچه از ناحیه تاج سرریز به سمت پایین‌دست سرریز حرکت صورت گیرد؛ از هد فشار مثبت روی سرریز کاسته می‌شود و به صفر شدن تمایل نشان می‌دهد.

### ۳- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

هدف اصلی این پژوهش، بررسی تاثیر هندسه تاج سرریز، شیب انحنای وجه بالادست سرریز و ارتفاع آب پشت سرریز بر میدان جریان و توزیع فشار روی تاج سرریز بوده است. بدین‌منظور چهار نمونه سرریز اوجی با تاج بیضوی و دیواره قائم، اوجی با تاج بیضوی و دیواره

۷. در تمامی حالات سرریز با هر نوع شیب وجه بالادست، هر چه از ناحیه تاج سرریز به سمت پایین دست سرریز حرکت صورت گیرد؛ تمایل به شکل گیری فشار نزدیک به صفر بر روی سرریز بیش تر می شود.

در انتها می توان بیان داشت از آنجایی که سرریزهای اوجی در بسیاری از حالات به منظور کنترل بهتر جریان به صورت دریاچه دار مورد استفاده قرار می گیرند؛ پژوهش بر روی موضوعاتی نظیر میدان جریان سرریزهای اوجی دریاچه دار و جریان های ثانویه عرضی حاصل از برخورد جریان با پایه سرریز می تواند به عنوان پیشنهادات آتی تحقیق حاضر مورد استفاده محققین قرار گیرد.

طول سرریز، کاهش یافته و باعث ایجاد فشار منفی بر روی تاج می شود.

۴. تغییر در ساختار تاج سرریز باعث تغییر در توزیع فشار بر روی سرریز و دبی عبوری می شود. به طوری که با تغییر شکل تاج یک سرریز اوجی از USBR به بیضوی، مقادیر فشار منفی کمتری در محدوده تاج سرریز تشکیل می شود. همچنین آب گذاری از روی سرریز نیز به میزان خیلی کمی افزایش می یابد.

۵. همان طور که ملاحظه شد با به کارگیری سرریز بیضی شکل و کاهش فشارهای منفی، امکان عبور دبی بیش تر با ایمنی بالاتری فراهم می شود.

۶. شیب دار کردن وجه بالادست سرریز باعث تغییر در ضریب تخلیه و نهایتاً میزان دبی عبوری جریان از روی سرریز می شود.

## مراجع

- [1] U.S. Bureau of Reclamation, (1977). "Design of small dams". U.S. Government Printing Office, Washinton, D.C, 904, 383-415.
- [2] Mousavimehr, S. M., Aminoroayaie Yamini, O., & Kavianpour, M.R. (2021). "Performance Assessment of Shock waves of Chute Spillways in Large Dams", *Journal of Shock and Vibration*, vol. Article ID 6634086, 1-17.
- [3] Bruce, M., Savage, M., Johson, Members, C., & ASCE, (2001). "Flow over ogee spillway: physical and numerical model case study", *J. Hydr.Eng (ASCE)*, 127(8), 640-649.
- [4] Barzegari, M., Sobhkhiz Foumani, R., Isari, M., Tarinejad, R., & Alavi, S.A. (2019) "Numerical Investigation of Cavitation on Spillways. A Case Study: Aydoghmush dam", *NMCE*, 4(1), 1-9.
- [5] Parsaie, A., Dehdar-Behbahani, S., & Haghiabi, A.H. (2016). "Numerical modeling of cavitation on spillway's flip bucket", *Journal of Front. Struct. Civ. Eng.*, 10, 438-444.
- [6] Dargahi, B. (2006). "Experimental Study and 3D Numerical Simulations for a Free-Overflow Spillway". *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 132(9).
- [7] Bhajantri, M.R., Eldho T.I., & Deolalikar, P.B. (2006). "Hydrodynamic modeling of flow over a spillway using a two-dimensional finite volume-based numerical model", *Journal of Sadhana*, 20(1), 743-754.
- [8] Cassidy, J. (1970). "Designing spillway crests for high-head operation", *Journal of Hydr. Eng. (ASCE)*, 96(3), 745-753.
- [9] Maynard, S.T. (1977). "Hydraulic Design Criteria", Revision 17, U.S. Army Corps of Engineers, Vicksburg.
- [10] Maynard, S.T. (1948). "Studies of Crests of Overfall Dams", Boulder Canyon final reports, Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior, Washington DC.
- [11] Cassidy JJ (1965). "Irrotational flow over spillways of finite height", *Journal of Eng. Mech. Div. ASCE.*, 91(6), 155-173.
- [12] Olsen, N.R.B., & Kjellesvig, H.M. (1998). "Three Dimensional Numerical Flow Modeling for Estimation of Spillway Capacity", *Journal of Hydr.Res*, 36(5), 775-784.
- [13] Burgisser, M.F., & Rutschmann, P., (1999). "Numerical Solution of Viscous 2D Vertical Free Surface Flows: Flow Over Spillway Crests", *Proc, 28th Iahr Congr.*, Technical University Graz, Graz, Austria.
- [14] Tufi, M.A. (2001). "Solution for Spillway Flow by Finite Difference Method", *Journal of Hydraulic Research*, 39(3), 241-247.
- [15] Savage, B.M., and Johnson, M.C. (2001). "Flow Over Ogee Spillway: Physical and Numerical Model Case Study", *Journal of Hydraulic Engineering Asce*, 127(8), 640-649.

- [16] Shishegaran, A., Mohammadkhani, M.R., & Tavakoli, M.A. (2020). "Determination of Discharge Flow in Unit Width for the Distinction of Nappe and Skimming Flow in Stepped Spillway Using Flow 3d (Case Study: Siah Bishe Dam)", *Civil and Environmental Researches, Civil Infrastructure Researches*, 5(2), 165-177.
- [17] Aydin, M.C., & Ozturk, M. (2009). "Verification and validation of a computational fluid dynamics (CFD) model for air entrainment at spillway aerators" *Can. J. Civ. Eng.*, 36, 826-836.
- [18] Morales, V., Tokyay, T.E., & Garcia, M. (2012). "Numerical Modeling of Ogee Crest Spillway and Tainter Gate Structure of a Diversion Dam on Canar River", *Ecuador, XIX International Conference on Water Resources*.
- [19] Murphy, T.E. (1973). "Spillway crest design", Misc. Paper H-73-5, U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg.
- [20] Reese, A.J., & Maynard, S.T. (1987) "Design of spillway crests", *Journal of Hydraulic Engineering*, 15, 476-490.
- [21] Rouse, H., & Reid, L. (1935). "Model research on spillway crests", *J. Civ. Eng.*, 5(1), 11-16.
- [22] Melsheimer, E.S., & Murphy T.E., (1970). "Investigations of Various Shapes of the Upstream Quadrant of the Crest of a High Spillway", Research report H-70-1, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg.
- [23] Karimi Pirmoosaei, F., Mardookhpour, A.R., & Tavakoli, M.A. (2020) "Numerical Simulation of Cavitation Phenomenon in the Stepped Spillway with Fluent Software", *Civil Infrastructure Researches*, 6(1), 127-1.
- [24] Maynard, S.T. (1985). "General Spillway Investigation", Technical report HL 85-1, U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg.
- [25] Farzin, S., Karami, H., Yahyavi, F., & Nayyer, S. (2018). "Numerical study of hydraulic characteristics around the vertical and diagonal sharp crested weirs using Flow3D simulation", *Civil and Environmental Researches, Civil Infrastructure Researches*, 4(1), 15-24.
- [26] Andrew, j., Reese, M. ASCE., Stephen, T., and Maynard, A.M. ASCE. (1987). "Design of Spillway Crests". *Journal of Hydraulic Engineering, (ASCE)*, 15, 476-490.
- [27] Flow Science Inc. (2002). FLOW-3D user's manual.
- [28] Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). "An Introduction to Computational Fluid Dynamics".
- [29] Heydari, M. (2003). "Flow simulation on ogee spillway using fluent package", MSc Thesis, Faculty of Engineering, Iran.
- [30] Emami, S., & Parsa, J. (2019) "Numerical Investigating of Flow and Discharge Coefficient Over the Duckbill and Oblique Weirs", *Civil and Environmental Researches*, 5(1), 135-145.
- [31] Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, 39, 201-225.
- [32] Szymkiewicz, R. (2010). "Numerical modeling in open channel hydraulics", 83 Springer Science & Business Media, <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3674-2>.
- [33] Gourbesville, P., Cunge, J. A., & Caignaert, G. (2015). "Advances in Hydroinformatics": *SIMHYDRO 2014*. Springer.