

**M. Kazemzadeh**

Master of Geotechnics,  
Department of Civil  
Engineering, Islamic Azad  
University, Central Tehran  
Branch, Tehran. Iran.

**e-mail:**

michaelkazemzdeh1@gmail.com

**A. A. Zaid\***

Assistant Professor, Department  
of Civil Engineering, Islamic  
Azad University, Central Tehran  
Branch, Tehran. Iran.

**e-mail:** a.zaid@iauctb.ac.ir

**M. Yazdi**

Assistant Professor, Department  
of Civil Engineering, Islamic  
Azad University, Central Tehran  
Branch, Tehran. Iran.

**e-mail:** yazdi\_ma@yahoo.com

## **Numerical Modeling of Improvement of Soft Soil with Stone Columns under High-Speed Train Crossing**

*Rail transport has unique advantages over other modes of transport, such as less environmental vulnerability, less pollution and more safety than other modes of transport. Due to the lack of lands with adequate load-bearing capacity, parts of the railway route are built on soft soils. These types of soil have the possibility of creating instability and subsidence of railway lines in this type of soil is one of the main concerns of engineers. These factors lead to an increase in differential settlements, reduce the speed of the train, and finally cause financial and human losses. High-speed trains are recently used in developed countries to reduce travel time, which can significantly increase the dynamic responses of components on railroad tracks, especially when the train is traveling at a critical speed. One of the ground improvement methods that have been widely used to improve soft sediments and loose fine-grained soils is the stone column method. The main purpose of this study is to investigate and control the amount of settlement and stability of soft clay bed and embankment of the railway under high-speed train crossing as two important factors in the operation and use of the railway complex. In this study, the performance of stone columns in the bed of high-speed trains to reduce soil settlements and prevent the occurrence of differential settlement in different conditions is investigated. The results showed that by increasing the length of the stone column and decreasing its diameter, differential settlement due to the passage of high-speed trains decreases. Also, increasing the stiffness of the encasing geogrid reduces the settlement. In addition, as the train speed rises, the settlement drops and the Excess pore water pressure due to the train passing increases.*

**Keywords:** High Speed Train, Stone Column, Numerical Modeling, Soft Soil.

---

\* Corresponding author

Received 20 September 2021, Revised 19 December 2021, Accepted 20 December 2021.

DOI: 10.22091/cer.2021.7397.1304

## مدل‌سازی عددی بهسازی خاک‌های نرم با ستون‌های سنگی تحت عبور قطار پرسرعت

حمل و نقل ریلی دارای مزایای منحصر به فردی نسبت به سایر روش‌های حمل و نقل است که به عنوان مثال می‌توان به آسیب پذیری کمتر زیست محیطی، کاهش آلودگی و ایمنی بیشتر نسبت به سایر روش‌های حمل و نقل اشاره کرد. با توجه به کمبود زمین‌های دارای ظرفیت باربری مناسب قسمتهایی از مسیر راه آهن بر روی خاک‌های نرم ساخته می‌شود که امکان ایجاد ناپایداری و نشست خطوط آهن در این نوع خاک‌ها از دغدغه‌های اصلی مهندسان می‌باشد. قطارهای با سرعت بالا این روزها در کشورهای پیشرفته در جهت کاهش زمان سفر مورد استفاده قرار می‌گیرند که می‌توانند باعث افزایش قابل توجه پاسخ‌های دینامیکی اجزا در خطوط راه‌آهن شوند به خصوص زمانی که قطار در سرعت بحرانی حرکت می‌کند. یکی از روش‌هایی که اخیراً به طور وسیعی برای بهسازی رسوبات نرم و خاک‌های ریزدانه سست مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش ستون سنگی می‌باشد. هدف اصلی از انجام این پژوهش، بررسی و کنترل میزان نشست و پایداری بستر رس نرم و خاکریز راه آهن تحت عبور قطار پرسرعت به عنوان دو فاکتور مهم در بهره‌برداری و استفاده از مجموعه راه آهن می‌باشد. در این مقاله نحوه عملکرد ستون‌های سنگی در بستر حرکت قطارهای پرسرعت به منظور کاهش نشست خاک و جلوگیری از وقوع نشست‌های نامتقارن در شرایط مختلف و تحت تأثیر عوامل مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان داد که با افزایش طول ستون سنگی و کاهش قطر آن، نشست و نشست نامتقارن ناشی از عبور قطار پرسرعت کاهش می‌یابد. همچنین افزایش سختی ژئوگرید موجب کاهش نشست می‌شود.

**واژگان کلیدی:** قطار پرسرعت، ستون سنگی، مدل‌سازی عددی، خاک نرم.

### میکائیل کاظم زاده

گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.

پست الکترونیک:

Michaelkzemzadeh1@gmail.com

### امیرعلی زاد\*

گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.

پست الکترونیک:

a.zad@iauctb.ac.ir

### مریم یزدی

گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.

پست الکترونیک:

yazdi\_ma@yahoo.com

### ۱- مقدمه

است. بخصوص در اروپا و آسیای شرقی، خطوط ریلی به دلیل مزیت اقتصادی و جنبه‌های دوستار محیط زیست، یک راه حل مؤثر برای حمل و نقل‌های به مقاصد راه دور در نظر گرفته می‌شوند. ساخت یک مسیر ریلی، به ویژه یک مسیر راه آهن با سرعت بالا، به دلیل محدودیت‌های بیشتر مربوط به تغییر شکل و نشست، نیاز به کیفیت بهتر زمین دارد. با این حال استفاده از مکان‌هایی که زمین نرم دارند اجتناب‌ناپذیر است. این امر منجر به خطر بالاتر انحراف و خارج شدن قطار از ریل، عدم آسایش برای مسافران و افزایش ارتعاشات القا شده در قطارها و تخریب تدریجی بستر و سازه‌های مجاور خواهد شد. محققان در

حمل و نقل ریلی یکی از قدیمی‌ترین نوع حمل و نقل است و دهه‌های زیادی می‌باشد که برای انتقال بار و مسافر به مقصد از راه دور مورد استفاده قرار گرفته است. از طریق بهبود و بهسازی‌های مستمر، حمل و نقل ریلی به یک سرویس حمل و نقل بسیار محبوب تبدیل شده

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹، بازنگری: ۱۴۰۰/۰۹/۲۸، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۲۹

(DOI): 10.22091/cer.2021.7397.1304 شناسه دیجیتال

مهندسی غیرقابل قبول است [۵]. در پژوهشی دیگر، محققان از شمع‌های خاکستری با خاکستر سیمانی<sup>۳</sup> برای بهسازی زمین نرم نزدیک یک پل استفاده کردند و دو چیدمان شمع را در نظر گرفتند. عملکرد دینامیکی سیستم خاکریز خط آهن بدون بالاست (با دال بتنی) تحت بارهای متحرک قطار با سرعت بالا را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این پژوهش نشان داد که هنگامی که سطح زیرین منطقه گذار با شمع‌های به طول مختلف متفاوت بهسازی شد، شمع‌های نزدیک پل بارهای دینامیکی بسیار بیشتری را تحمل کردند. همچنین در مجاورت تکیه‌گاه، وقتی قطار از خاکریز به سمت پل حرکت می‌کند، تنش عمودی بالای شمع افزایش یافته است [۶]. محققان در مقاله‌ای دیگر با استفاده از نرم‌افزار LS DYNA به منظور تجزیه و تحلیل تأثیر بار قطار با سرعت بالا بر روی خط راه آهن بالاستی تقویت شده و با استفاده از خط راه آهن بالاستی غیر تقویت شده به عنوان کنترل استفاده کردند. نتایج پژوهش این محققان نشان می‌دهد که میزان تغییرشکل برای خط آهن بالاستی تقویت شده ۲۴ درصد کمتر از خط آهن بالاستی غیر تقویت شده است. علاوه بر این وضعیت تنش در مسیر بالاست تقویت شده ۷۰٪ کمتر از مسیر بالاستی غیر تقویت شده است [۷]. بهسازی زمین با استفاده از ستون‌های سنگی یک تکنیک محبوب برای ارتقای خاک‌های نرم است. این تکنیک شامل ترکیب مواد دانه‌ای در خاک نرم برای به دست آوردن خاک کامپوزیت با ویژگی‌های بهتر از خاک نرم است. این عملیات ظرفیت باربری را بهبود می‌بخشد، نشست را کاهش می‌دهد، زه‌کشی را تسریع می‌کند و پتانسیل روان‌گرایی خاک را کاهش می‌دهد. فلسفه استفاده از ستون سنگی افزایش مقاومت برشی مصالح و تأمین قید جانبی به وسیله خاک اطراف است. در مقاله‌ای نویسنده‌گان نتایج یک مطالعه مقایسه‌ای بر روی روش‌های مختلف مدل‌سازی المان

مطالعه‌ای رفتارهای ارتعاشی سیستم خاکریز همراه با شمع تحت گذر قطار پرسرعت از طریق شبیه‌سازی المان محدود سه بعدی را بررسی کردند. نتایج این پژوهش نشان داد که سرعت بحرانی سیستم توسط خاکریز کنترل می‌شود [۱]. در پژوهشی دیگر، محققان با انجام مطالعه پارامتری با استفاده از نرم‌افزار المان محدود Abaqus اثرات محصورسازی با ژئوسل بر خاکریزهای بالاست هنگام مواجه شدن با یک زیر لایه نرم، بالاست ضعیف‌تر یا سختی‌های مختلف تقویت‌کننده مورد بررسی قرار دادند. این تجزیه و تحلیل نشان می‌دهد که براساس مدل‌های عددی، محصورسازی با ژئوسل می‌تواند مزایای قابل توجهی داشته باشد [۲]. در پژوهشی محققان سه مدل المان محدود سه بعدی با استفاده از نرم‌افزار Midas برای مطالعه تأثیر ساخت ستون‌های سنگی خاکریز بر روی نرم خاک تحت گذر قطارهای با سرعت بالا انجام دادند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که به طور کلی، نصب ستون‌های سنگی با آرایش مثلثی تغییرشکل‌های کوچکتر را در مقایسه با آرایش مربع نشان می‌دهد [۳]. در مطالعه‌ای دیگر، محققان میزان تنش- کرنش و تخریب بالاست با استفاده از روش‌های المان مجزا (DEM<sup>۱</sup>) و المان محدود (FEM<sup>۲</sup>) را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند و نتایج پژوهش آنها نشان داد که مدل المان محدود ۲ بعدی (کرنش صفحه ای) می‌تواند تخریب یا استهلاک تنش- کرنش یک مدل خط آهن تقویت شده و تقویت نشده را با دقت معقول پیش بینی کند [۴]. در مقاله‌ای دیگر محققان پارامترهای رفتار مکانیکی پی‌های گسترده همراه با شمع تحت بارگذاری قطار با سرعت بالا نظیر نشست فونداسیون و فشار آب حفره‌ای اضافی در لایه‌های ساب‌گرید (بستر روسازی) را به تفصیل مورد بحث قرار دادند. نتایج پیش بینی شده نشان می‌دهد که بدون بهسازی مناسب، نشست زیادی رخ می‌دهد که از نظر

<sup>۱</sup>- Discrete Element Method

<sup>۲</sup>- Finite Element Method

<sup>۳</sup>- fly ash gravel piles

محدود برای مدل‌سازی زمین تقویت‌شده با ستون‌های سنگی با روکش ژئوسنتتیک برای استفاده در ساخت سریع خاکریز را ارائه دادند. برای ستون‌های سنگی محصور شده ژئوسنتتیک نصب شده در زمین نرم برای ساخت خاکریز، استفاده از محصورشدگی ژئوسنتتیک باعث کاهش فشار آب بیش از حد منافذ ناشی از بار خاکریز و همچنین تنش‌های عمودی در زمین شده و در نتیجه باعث کاهش نشست مرتبط می‌شود [۸]. محققان یک مدل عددی جدید براساس تکنیک سریع لاگرانژی-دیفرانسیل برای تحلیل رفتار یک ستون سنگی شامل تغییرشکل جانبی آن در خاک رس نرم توسعه داده‌اند. نتایج نشان داد که افزایش نسبت تمرکز تنش باعث افزایش عمق برآمدگی با یک شیب منحنی صعودی می‌شود. ظرفیت باربری زمین نرم تثبیت شده ستون سنگ با گذشت زمان با یک روند تثبیت جانبی افزایش می‌یابد، اما این ظرفیت به صورت منحنی خطی با افزایش فاصله ستون کاهش می‌یابد. این ظرفیت همچنین با کاهش مقطع ستون به میزان ناچیزی کاهش می‌یابد [۹]. پژوهشگران در مقاله‌ای دیگر رفتار یک پی بر روی خاک تقویت‌شده توسط گروهی از ستون‌های سنگی را از نظر کاهش نشست در شرایط ادئومتر که گروه ستون‌های سنگی با استفاده از مدل تفاضل محدود به تاج‌های هم مرکز معادل کاهش‌یافته است را مورد مطالعه قرار دادند. در شرایط ادئومتر و با نسبت مساحت یکسان، نتیجه گرفته می‌شود که افزایش تعداد ستون‌های سنگی با مدل سازی عددی سه بعدی به طور قابل توجهی بر پیش بینی نشست خاک تقویت شده تا بارهای اضافی ۱۲۰ کیلوپاسکال تأثیر نمی‌گذارد [۱۰]. محققان با استفاده از روش المان مجزا ترکیبی با روش تفاضل محدود الگوی مدل‌سازی عددی برای شبیه‌سازی یک ستون سنگی منفرد در خاک رس نرم با نرم‌افزار UDEC پیشنهاد دادند. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داد که برآمدگی ستون سنگ به دلیل جانمایی بلوک‌ها از طریق اتساع

(انبساط‌پذیری) برشی بوده و تغییرشکل برآمدگی گسترده باعث ایجاد حفره‌های بیشتری در داخل ستون سنگ و کاهش مربوط به میزان تماس اصطکاکی و نیروهای بهم پیوسته بین بلوک می‌شود [۱۱]. در پژوهشی دیگر محققان با استفاده از یک تحلیل عددی سه بعدی خاکریز آزمایشی بر روی ستون‌های محصورشده ژئوتکستایل (GECs)، در مقایسه با تحلیل‌های تقارن محوری دو بعدی (دو بعدی) و کرنش صفحه ای را توصیف کردند. نتایج عددی نشان داد که مدل سه بعدی اتخاذ شده به خوبی نشان‌دهنده تغییرشکل‌های اندازه‌گیری شده و تکامل فشار منفذی در طول دوره‌های ساخت خاکریز و پس از ساخت خاکریز است [۱۲]. در تحقیقی دیگر پژوهشگران بر روی ستون سنگی مستقر در خاک ماسه سیلتی مطالعاتی انجام دادند؛ بررسی‌های عددی با استفاده از Plaxis3D برای بررسی اثر نصب ستون و سطح بار بر نشست و طول مطلوب ستون‌ها با پارامترهای متغیری نظیرنسبت جایگزینی منطقه، تعداد و فاصله ستون‌ها و ضریب فشار جانبی زمین انجام گردید و مشخص شد که تأثیر افزایش ضریب فشارجانبی خاک (K) در نشست پی برای نسبت‌های کم جایگزینی بیشتر قابل توجه است و طول مطلوب (بهینه) ستون‌های سنگی به فشار وارد شده بستگی دارد که از ۱/۲ تا ۲ برابر قطر پی در عمل برای ظرفیت باربری نهایی یک پی غیر مسلح در نوسان است [۱۳]. نویسندگان یک بررسی سیستماتیک برای مطالعه رفتار ستون‌های سنگی پوشیده شده با ژئوگرید در خاک نرم رسی تحت بارگذاری خاکریز انجام دادند و به این نتایج دست یافتند از جمله اینکه محصورسازی ستون سنگی به کاهش نشست و فشار آب حفره‌ای کمک زیادی می‌کند، طول محاصره (محصورسازی) نیز نقشی اساسی در عملکرد دارد و طول محصورشدگی  $0.8 L_{osc}$  طول بهینه را برای عملکرد بهتر ارائه می‌دهد [۱۴]. محققان در بررسی‌ای دیگر تأثیر طول محصورشدگی و نوع مصالح سنگدانه بر ظرفیت

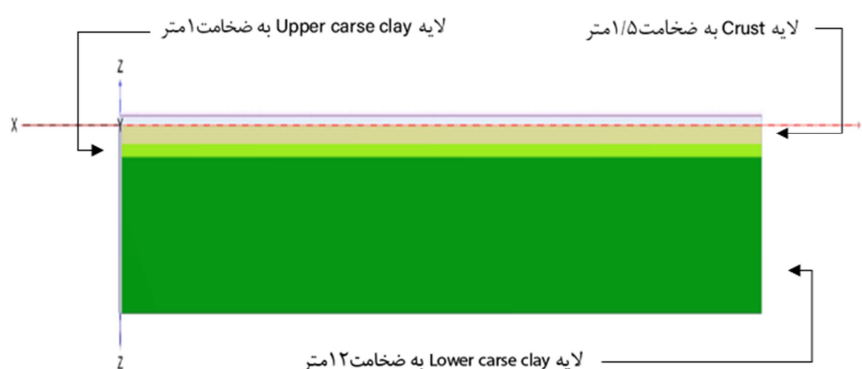
## ۲-۱- هندسه مدل و پروفیل خاک

در پژوهش پیش رو، به منظور مدل‌سازی عددی از نرم‌افزار Plaxis 2020 3D استفاده شد. پروفیل خاک مورد استفاده برای مدل‌سازی، خاک رس نرم Bothkennar است که در قسمت جنوبی استارث در نزدیکی گرانگموث در اسکاتلند قرار دارد [۱۶]. این نوع خاک رس با محتوای آلی بین ۳ تا ۵ درصد ساختار یافته است؛ این خاک به عنوان یک خاک رس سیلتی طبقه‌بندی شده است. پروفیل این خاک شامل پوسته ۱/۵ متر هوازده است که شامل ریشه گیاهان و مواد آلی می‌باشد. از عمق ۱/۵ تا ۲/۵ متر یک نوع رس به نام Upper carse clay می‌باشد و زیر آن تا عمق ۱۴/۵ متر رس با نام Lower carse Clay قرار گرفته است. تراز آب زیرزمینی در عمق یک متری از سطح زمین می‌باشد. شکل ۱ پروفیل لایه بندی خاک مدل‌سازی شده در نرم‌افزار Plaxis را نشان می‌دهد.

باربری یک ستون سنگی در هر دو بستر ماسه خشک و خاک رس مورد بررسی آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی قرار دادند. مشاهده شده است که ستون‌هایی که تا حدی محصور شده اند از ستون‌های کاملاً محصور برتر هستند و برای اندازه کوچکتر مواد، محصور کردن ستون‌های سنگی پیشرفت (بهسازی) بیشتری نسبت به مواد درشت دارد [۱۵].

محور این پژوهش بررسی عملکرد زمین‌های بهسازی شده با ستون‌های سنگی تحت عبور قطار پرسرعت است. به همین منظور، با انتخاب ۴ سرعت ۸۰، ۹۰، ۱۰۰ و ۱۱۰ متر بر ثانیه که در بازه قطارهای پرسرعت هستند، ابتدا سرعت بحرانی یعنی سرعتی که باعث بیشترین نشست شده به دست آمد. سپس ستون‌های سنگی جایگذاری شده و با تغییر در پارامترهای ستون سنگی نظیر قطر و ارتفاع در حجم ثابت، سختی ژئوگرید و طول ژئوگرید میزان بهینه و اقتصادی آنها به دست بیاید.

## ۲- مدل‌سازی عددی



شکل ۱- پروفیل خاک مدل‌سازی شده در نرم‌افزار

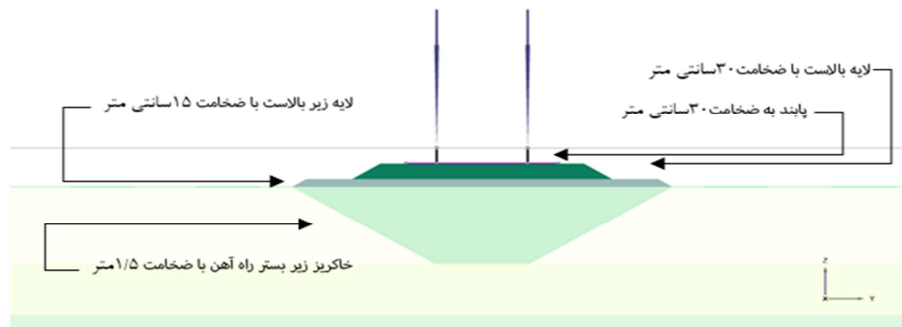
۴۰ از لبه بالاست و ۶۰ سانتیمتر از یکدیگر (فاصله مرکز تا مرکز) در کنار هم چیده شده اند. در خط راه آهن ۲ ردیف پایبند به ارتفاع ۳۰، در فاصله ای ۱۴۳/۵ سانتیمتر (فاصله ریل ها از هم) از یکدیگر با فاصله مساوی از مرکز تراورس بر روی تراورس در امتداد مسیر چیده شده اند. در هر خط آهن ۲ ردیف ریل از نوع (UIC۶۰) بر روی تراورس ها در طول مسیر قرار گرفته اند. همچنین خاک برداری از خاک اولیه به

لایه زیر بالاست به ضخامت ۱۵ سانتیمتر، متناسب با عرض لایه بالاست، بر روی سطح خاک به منظور حفاظت از دانه بندی و جلوگیری از نفوذ دانه های لایه بالاست به خاک بستر قرار گرفته است. لایه بالاست با ضخامتی برابر با ۳۰ سانتیمتر برای عبور یک خط آهن در نظر گرفته شده است. در هر خط آهن تراورس هایی از نوع بتنی پیش تنیده (BV۰) با عرضی برابر با ۲۴۰، فاصله

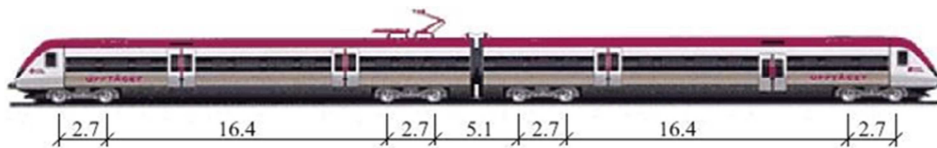
## ۲-۲- نحوه مدل سازی

جهت کاهش شرایط مرزی عرض مدل سازی در دو طرف بالاست به میزان ۱۴/۵ متر گسترش یافت تا به ۳۵ متر عرض برسد. مدل سازی قطار از دو واگن به طول ۴۸/۷ متر مطابق شکل ۳ تشکیل شده است.

منظور برداشتن پوسته هوازه از سطح خاک زیر ساب بالاست و جایگزینی آن با مصالح خاگریز مورد استفاده متداول به میزان هم عرض با لایه زیربلاست و عمق پوسته هوازه انجام گردید. شکل ۲ نمایی جانبی از هندسه مدل و لایه بندی های خاک ایجاد شده را نشان می دهد.



شکل ۲- نمای کناری از مدل به همراه لایه های بالاست، زیربلاست و مصالح خاگریزی شده



شکل ۳- فاصله محورهای قطار در مدل سازی [۱۷]

است. در شکل ۴ نمایی از هندسه کلی پروژه نمایش داده شده است.

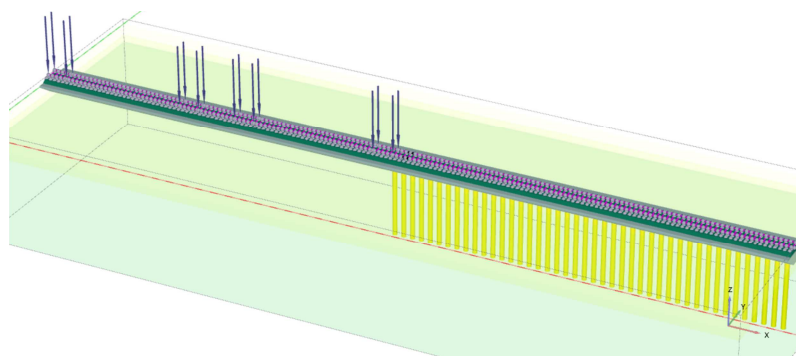
## ۲-۳- خصوصیات مواد

همان طور که پیشتر اشاره شد، پروفیل خاک مورد استفاده برای مدل سازی، سایت خاک رس نرم Bothkennar که در قسمت جنوبی استارث در نزدیکی گرانگموث در اسکاتلند قرار دارد، است [۱۶].

لایه بالاست و زیربلاست و ستون های سنگی با مدل موهر-کولمب مدل سازی شده است زیرا به دلیل تنش های عمودی کوچک در لایه های فوقانی استفاده از مدل خاک سخت شونده منجر به ارائه نتایج غیرواقعی می شود [۱۸]. جدول ۱ مشخصات مکانیکی لایه بالاست، زیر بالاست و جدول ۲ مشخصات مکانیکی ستون های سنگی را نمایش می دهد.

جهت بررسی تأثیر حرکت قطار در جهت های مخالف طول مسیر در امتداد ریل قطار به ۱۰۰ متر گسترش یافت. ریل با تیرهایی به طول ۱۰۰ متر در طول محور X با سطح مقطع مستطیل شکل با خصوصیات مکانیکی مشابه با ریل استاندارد (UIC۶۰) در نظر گرفته شده است. پابندها نیز به وسیله المان سازه ای مهار نقطه به نقطه<sup>۴</sup> به طول ۳۰ متر مدل شده اند. هریک از تراورسها توسط تیرهایی با سطح مقطع مستطیل شکل به طول ۲۴۰ سانتیمتر با مشخصات مکانیکی تراورس بتنی یک تکه پیش تنیده از نوع (BY۰) مدل سازی شده اند. تراورسها به فاصله مرکز به مرکز ۶۰ سانتیمتر از یکدیگر از یکدیگر در زیر ریل قرار داده شده اند. بار محوری قطار نیز ۱۸۵ کیلونیوتن بر مترمربع معادل با ۹۲/۵ کیلوپاسکال بر روی هر چرخ در نظر گرفته شده

<sup>4</sup>- Node to node anchor



شکل ۴- نمایی از هندسه کلی مدل به همراه بار

جدول ۱- مشخصات مکانیکی پایه برای لایه‌های خاک مدل شده به وسیله موهر-کولمب [۱۸]

| شماره | لایه خاک      | $Y_{sat}$<br>( $kN/m^3$ ) | $Y_{unsat}$<br>( $kN/m^3$ ) | $\nu$ | $\phi'$ | $c'$<br>( $kN/m^2$ ) | $\Psi$ | $E'$<br>( $kN/m^2$ ) | ضخامت لایه<br>(cm) |
|-------|---------------|---------------------------|-----------------------------|-------|---------|----------------------|--------|----------------------|--------------------|
| ۱     | بالاست        | ۲۱                        | ۱۹                          | ۰/۳۵  | ۳۵      | ۳۰                   | ۵      | ۳۰۰۰۰                | ۳۰                 |
| ۲     | زیربالاست     | ۲۳                        | ۲۲                          | ۰/۳۵  | ۲۳      | ۱۰                   | صفر    | ۲۵۰۰                 | ۱۰۰                |
| ۳     | مصالح خاگریزی | ۲۰                        | ۱۹                          | ۰/۳۵  | ۲۸      | ۱۰                   | صفر    | ۳۵۰۰۰                | ۱۵۰۰               |

جدول ۲- پارامترهای ورودی برای ستون‌های سنگی با مدل رفتاری موهر-کولمب [۱۳]

| پارامترها               | نماد      | واحد     | مقدار |
|-------------------------|-----------|----------|-------|
| وزن مخصوص               | $\gamma$  | $kN/m^3$ | ۱۹    |
| مدول الاستیک            | $E'$      | $kN/m^2$ | ۷۰۰۰۰ |
| ضریب پواسون مؤثر        | $\nu'$    | -        | ۰/۳   |
| چسبندگی مؤثر            | $C'$      | kPa      | ۱     |
| زاویه اصطکاک داخلی مؤثر | $\phi'$   | degree   | ۴۵    |
| زاویه اتساع             | $\Psi'$   | degree   | ۱۵    |
| نفوذ پذیری عمودی        | $K_z$     | m/day    | ۱/۸   |
| نفوذ پذیری افقی         | $K_x=K_y$ | m/day    | ۱/۸   |

مشخصات مکانیکی ریل مشابه با خصوصیات ریل

(UIC۶۰) و تراورس‌ها مشابه با تراورس بتنی پیش‌تنیده

(BY۰) مدل‌سازی شده است.

برای طراحی ریل راه آهن و تراورس از المان

سازه‌ای (Beam) با خاصیت الاستیک استفاده شده است.

مشخصات مکانیکی ریل و تراورس‌ها در جدول ۳ قابل

مشاهده است.

جدول ۳- مشخصات مکانیکی ریل و تراورس [۱۸]

| پارامترها                          | واحد     | ریل                    | تراورس                |
|------------------------------------|----------|------------------------|-----------------------|
| سطح مقطع (A)                       | $m^2$    | $7/7 \times 10^{-3}$   | $5/13 \times 10^{-2}$ |
| وزن مخصوص ( $\gamma$ )             | $kN/m^3$ | ۷۸                     | ۲۵                    |
| مدول یانگ (E)                      | $kN/m^3$ | $200 \times 10^6$      | $36 \times 10^6$      |
| ممان اینرسی حول محور دوم ( $I_3$ ) | $m^4$    | $3/055 \times 10^{-5}$ | ۰/۰۲۵۳                |
| ممان اینرسی حول محور سوم ( $I_2$ ) | $m^4$    | $5/13 \times 10^{-6}$  | $2/45 \times 10^{-4}$ |

۵ مشخصات پارامترهای خاک مدل‌سازی شده را نشان می‌دهد.

جدول ۴- مشخصات مکانیکی پابند [۱۸]

|                    |                                    |
|--------------------|------------------------------------|
| ۳۱۲ KN             | $ F_{max,ten} $ حداکثر نیروی کششی  |
| ۱۷۱۶ KN            | $ F_{max,com} $ حداکثر نیروی فشاری |
| $2 \times 10^6$ KN | سختی محوری (EA)                    |

جهت مدل‌سازی پابندها از المان انکر (Anchors) با خاصیت الاستوپلاستیک استفاده شده است. جدول ۴ مشخصات مکانیکی پابند را نمایش می‌دهد.

به منظور بررسی تأثیر ستون‌های سنگی بر روی خاک‌های محیطی خود تحت اثر بار دینامیکی قطار، پروفیل خاک سایت مورد بررسی با استفاده از مدل رفتاری سخت شونده (HS) مدل‌سازی شده است. جدول

جدول ۵- مشخصات پارامترهای رفتاری لایه‌های خاک برای سخت شونده [۱۶]

| پارامتر خاک                       | لایه پوسته هوازده (Crust) | رس بالایی (Upper Carese Clay) | رس پایینی (Lower Carese Clay) |
|-----------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| عمق (متر)                         | ۰ - ۱/۵                   | ۱/۵ - ۲/۵                     | ۲/۵ - ۱۴/۵                    |
| وزن مخصوص $(kN/m^3)Y$             | ۱۸                        | ۱۶/۵                          | ۱۶/۵                          |
| نسبت پیش تحکیمی (OCR)             | ۱                         | ۱                             | ۱/۵                           |
| چسبندگی مؤثر $(Kpa)C'$            | ۳                         | ۱                             | ۱                             |
| زاویه اصطکاک داخلی $\phi'$ (درجه) | ۳۴                        | ۳۴                            | ۳۴                            |
| زاویه اتساع $\Psi$ (درجه)         | صفر                       | صفر                           | صفر                           |
| نسبت خلاء اولیه $e_0$             | ۱                         | ۱/۲                           | ۲                             |
| $E_{50}^{ref}; kPa(HSM)$          | ۱۰۶۸                      | ۵۰۶                           | ۲۳۱                           |
| $E_{ur}^{ref}; kPa(HSM)$          | ۵۳۸۲                      | ۳۰۳۶                          | ۱۱۶۴                          |
| $m(HSM)$                          | ۱                         | ۱                             | ۱                             |
| نفوذپذیری عمودی، $k_z$ (m/day)    | $6/9 \times 10^{-5}$      | $6/9 \times 10^{-5}$          | $6/9 \times 10^{-5}$          |
| نفوذپذیری افقی، $k_x=k_z$ (m/day) | $1/0 \times 10^{-4}$      | $1/0 \times 10^{-4}$          | $1/0 \times 10^{-4}$          |

ذکر است که نوع تحلیل فازهای اول تا هفتم همگی از نوع تحلیل پلاستیک می‌باشند. فاز هشتم شامل یک تحلیل تحکیم به مدت ۳۶۵ روز می‌باشد و در آخر در فاز نهم، بار قطار در یک فاز دینامیکی فعال شده و در زمان ۱/۳S از روی مدل عبور می‌کند. جدول ۶ فازهای محاسباتی به همراه نوع آنها را نشان می‌دهد.

### ۳- نتایج مدل‌سازی

#### ۳-۱- سرعت طرح

در این پژوهش، سرعت‌های مورد بررسی، ۸۰ و ۹۰ و ۱۰۰ و ۱۱۰ m/s بود که معادل ۲۸۸ و ۳۲۴ و ۳۶۰ و Km/h بودند.

#### ۲-۴- فازهای محاسباتی

پژوهش پیش رو به جز فاز اولیه (Initial Phase) که به منظور تعریف شرایط  $K_0$  تعریف شده است، شامل ۹ فاز به شرح زیر می‌باشد؛ فاز اول و دوم شامل حفاری و خاکریزی بستر زیر ساب بالاست می‌باشد که در این قسمت پوسته هوازده برداشته شده و خاکریزی با مصالح نیمه سفت انجام می‌شود. سپس در فازهای سوم و چهارم به ترتیب حفاری و نصب ستون‌های سنگی همراه با ژئوگرید صورت می‌گیرد. در فاز پنجم لایه زیربالاست ریخته شده و در فاز ششم لایه بالاست ریخته و فعال می‌شود. در فاز هفتم نیز المان‌های مربوط به خط آهن شامل ریل و تراورس و پابندها فعال می‌شوند. لازم به



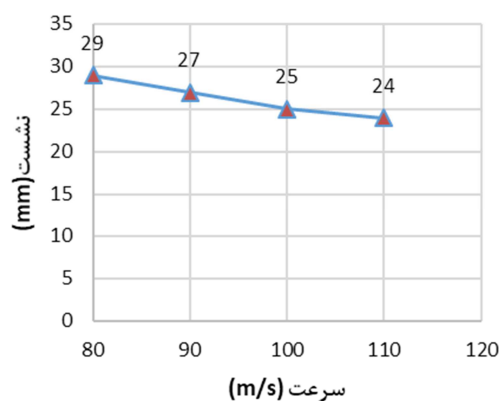
جدول ۶- فازهای محاسباتی

| شماره | نام فاز                                      | نوع تحلیل                | زمان      |
|-------|--|--------------------------|-----------|
| صفر   | Initial Phase                                | K <sub>0</sub> procedure | -         |
| ۱     | Excavation (حفاری)                           | Plastic                  | -         |
| ۲     | Fill (خاکریزی)                               | Plastic                  | -         |
| ۳     | Excavation of stone column (حفاری ستون سنگی) | Plastic                  | -         |
| ۴     | Installation of stone column (نصب ستون سنگی) | Plastic                  | -         |
| ۵     | Sub-Ballast (زیربالاست)                      | Plastic                  | -         |
| ۶     | Ballast (بالاست)                             | Plastic                  | -         |
| ۷     | Rail (ریل گذاری)                             | Plastic                  | -         |
| ۸     | Consolidation (تحکیم)                        | Consolidation            | ۳۶۵ روز   |
| ۹     | Train Load (عبور قطار)                       | Dynamic                  | ۱/۳ ثانیه |

### ۳-۲- تأثیر ابعاد ستون‌های سنگی

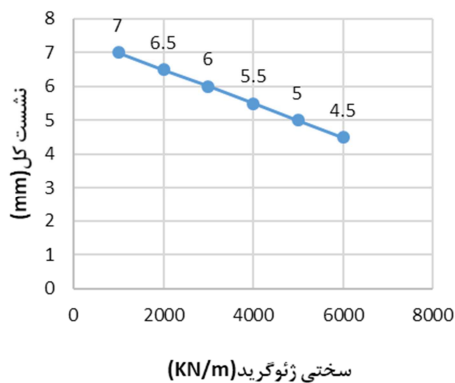
پس از به‌دست آوردن سرعت بحرانی، متغیر تأثیر قطر و ارتفاع ستون سنگی بر میزان نشست نقطه انتخاب شده می‌باشد. به این منظور، ستون‌های سنگی با نسبت طول به قطر ( $L/D$ ) برابر با  $۵/۲۳$  و  $۷/۳۹$  و  $۱۱/۰۳$  و  $۱۷/۵$  مورد استفاده قرار گرفت که قطر ستون‌ها به ترتیب  $۰/۹$ ،  $۰/۸$ ،  $۰/۷$  و  $۰/۶$  متر می‌باشد. در این راستا چهار مدل‌سازی برای بررسی اثر استفاده از ستون‌های سنگی برای بهسازی بستر خاکی زیر لایه‌های خط آهن انجام گردید که در این مدل‌سازی حجم ستون سنگی ثابت بوده و در حجم ثابت قطر ستون‌های افزایش و ارتفاع ستون سنگی کاهش می‌یابد. بررسی میزان نشست به‌دست آمده نشان داد که بیشترین میزان نشست زمانی اتفاق می‌افتد که خاک با ستون سنگی با قطر  $۰/۹$  و ارتفاع  $۴/۷$  متر ( $L/D=۵/۲۳$ ) بهسازی شده و میزان نشست  $۶$  میلی‌متر بود (شکل ۶). نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی‌ها نشان می‌دهد که در حجم ثابت مصالح ستون، با کاهش نسبت طول به قطر ( $L/D$ ) از  $۱۷/۵$  به  $۱۱/۰۳$ ،  $۱۱/۰۳$  به  $۷/۳۹$  و  $۷/۳۹$  به  $۵/۲۳$  مقادیر نشست کل به ترتیب  $۳۳$ ،  $۲۵$  و  $۲۰$  درصد افزایش یافته است؛ همچنین بررسی مقادیر نشست نامتقارن استخراج شده از مدل‌سازی نشان می‌دهد که در حجم ثابت کاهش نسبت طول به قطر ( $L/D$ ) از

به منظور یافتن سرعت طرح، ابتدا چهار مدل‌سازی بدون بهسازی زمین با ستون سنگی انجام گرفت. برای بررسی مقادیر نشست کل و نشست نامتقارن دو نقطه انتخاب گردید. تحلیل نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد با افزایش سرعت قطار از  $۸۰$  به  $۹۰$ ، از  $۹۰$  به  $۱۰۰$  و از  $۱۰۰$  به  $۱۱۰$  متر بر ثانیه میزان نشست به ترتیب  $۶/۸$ ،  $۷/۴$  و  $۴$  درصد کاهش یافته است. نتایج شکل ۵ نشان می‌دهد که بیشترین نشست به وجود آمده تحت عبور قطار با سرعت  $۸۰$  متر بر ثانیه بود و به مقدار  $۲۹$  میلی‌متر است. بنابراین، سرعت  $۸۰$  متر بر ثانیه به عنوان سرعت بحرانی انتخاب شده و در مدل‌سازی‌های بعدی از این سرعت جهت مدل‌سازی عبور قطار استفاده خواهد شد.



شکل ۴- نتایج نشست‌های ثبت شده ناشی از عبور قطار پرسرعت با سرعت‌های مختلف

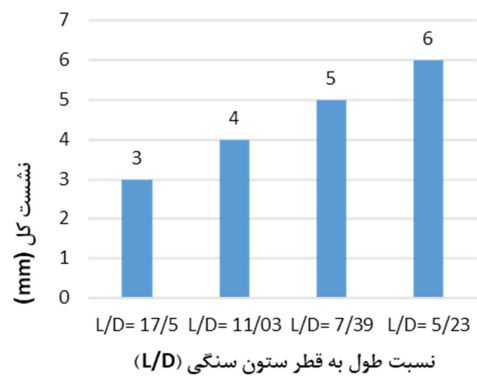
مرجع انتخاب شد. سختی ژئوگرید مورد استفاده در مدل‌سازی‌های قبلی ۳۰۰۰ کیلونیوتن بر متر بود؛ به این منظور مدل‌سازی‌های دیگری با ژئوگرید با سختی محوری ۲۰۰۰، ۱۰۰۰، ۴۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۶۰۰۰ کیلونیوتن بر متر بود، انجام گردید. نتایج استخراج شده برای نقطه انتخابی در شکل ۸ نشان می‌دهد که کاهش سختی ژئوگرید دور ستون سنگی از ۳۰۰۰ به ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰، به ترتیب میزان نشست ۶/۵ و ۷ میلی‌متر را نشان می‌دهد که به معنی افزایش نشست بود. از سوی دیگر، افزایش سختی ژئوگرید از ۳۰۰۰ به بالاتر کاهش نشست را نشان داد. تفسیر نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش سختی ژئوگرید از ۱۰۰۰ به ۲۰۰۰، ۲۰۰۰ به ۳۰۰۰، ۳۰۰۰ به ۴۰۰۰، ۴۰۰۰ به ۵۰۰۰ و ۵۰۰۰ به ۶۰۰۰ کیلونیوتن بر متر میزان نشست کل به ترتیب ۷/۱۴، ۷/۷، ۸/۳، ۹/۱ و ۱۰٪ کاهش یافته است.



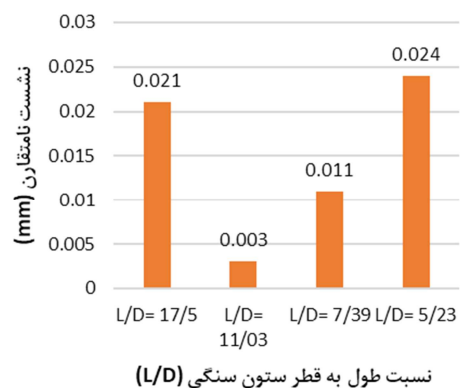
شکل ۷- تغییرات نشست کل در برابر سختی ژئوگرید برای ستون سنگی با  $L/D=5/23$  و عبور قطار با سرعت  $80\text{ m/s}$

همچنین، شکل ۹ نشان می‌دهد که میزان نشست نامتقارن میان دو نقطه انتخابی با کاهش سختی ژئوگرید از ۳۰۰۰ به ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ به ترتیب ۰/۱۰۴ و ۰/۱۴۲ میلی‌متر بود که نشان‌دهنده افزایش میزان نشست نامتقارن به مقدار ناچیزی می‌باشد. با افزایش سختی ژئوگرید از ۱۰۰۰ به ۲۰۰۰، ۲۰۰۰ به ۳۰۰۰، ۳۰۰۰ به ۴۰۰۰، ۴۰۰۰ به ۵۰۰۰ و ۵۰۰۰ به ۶۰۰۰ کیلونیوتن بر متر میزان نشست نامتقارن به ترتیب ۲۶/۸، ۷۷، ۱۶/۷، ۱۵ و ۱۴/۱۱٪ کاهش یافته است.

۱۷/۵ به ۱۱/۰۳ باعث کاهش ۸۵/۷ درصد نشست متقارن می‌شود. سپس با کاهش نسبت طول به قطر ( $L/D$ ) از ۱۱/۰۳ به ۷/۳۹ و ۷/۳۹ به ۵/۲۳ مقدار نشست نامتقارن به ترتیب ۲۶۶ و ۱۱۸ درصد افزایش یافته است. همچنین، مقایسه میزان نشست نامتقارن میان دو نقطه در این مدل‌های ذکر شده نشان داد که بیشترین میزان نشست نامتقارن مربوط به همان ستون سنگی با نسبت طول به قطر برابر با ۵/۲۳ است و میزان نشست نامتقارن آن ۰/۰۲۴ میلی‌متر بود که در شکل ۷ نمایش داده شده است.



شکل ۵- میزان نشست کل ناشی از عبور قطار با  $80\text{ m/s}$

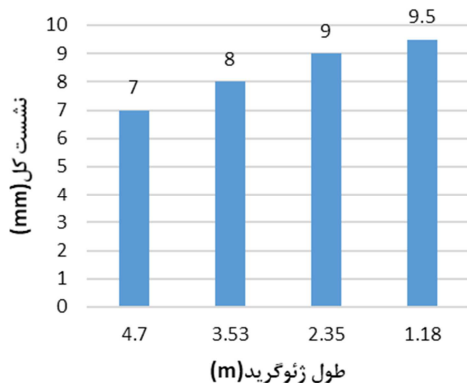


شکل ۶- میزان نشست نامتقارن ناشی از عبور قطار با سرعت  $80\text{ m/s}$

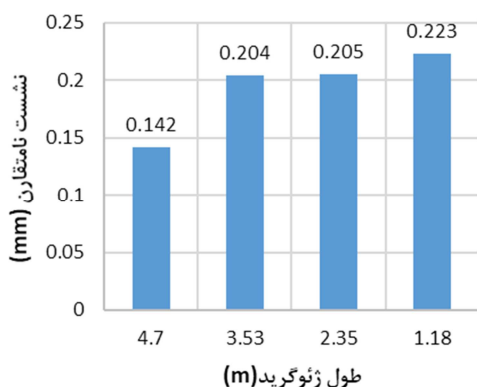
### ۳-۳- تأثیر سختی ژئوگرید

برای بررسی اثر سختی ژئوگرید دور ستون سنگی بر میزان نشست ستون و خاک اطراف آن، ابتدا بحرانی‌ترین طول و قطر ستون سنگی (طول و قطری که باعث بیشترین نشست شده) که همان ستون سنگی با نسبت طول به قطر برابر با ۵/۲۳ است به عنوان مدل

۳/۵۳ و از ۳/۵۳ به ۴/۷ متر، میزان نشست کل به ترتیب ۵/۳، ۱۱/۱۱ و ۱۲/۵٪ کاهش یافته است. همچنین، تفسیر نتایج به‌دست آمده در زمینه نشست نامتقارن نشان می‌دهد که با افزایش طول ژئوگرید دور ستون سنگی از ۱/۱۸ به ۲/۳۵، از ۲/۳۵ به ۳/۵۳ و از ۳/۵۳ به ۴/۷ متر میزان نشست نامتقارن به ترتیب ۸/۱، ۰/۵ و ۳۰/۴٪ کاهش یافته است.



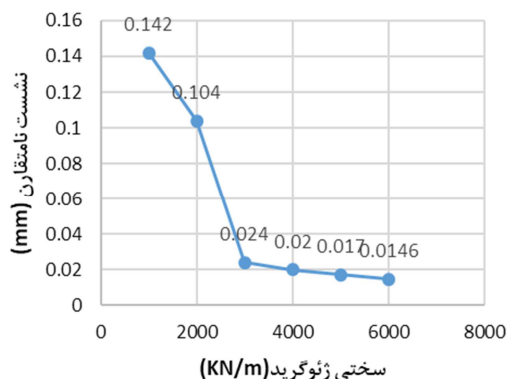
شکل ۹- تغییرات نشست در برابر طول ژئوگرید برای ستون سنگی با برای ستون سنگی با و ژئوگرید  $L/D=5/23$  به سختی  $1000 \text{ KN/m}$  تحت عبور قطار با سرعت  $80 \text{ m/s}$



شکل ۱۰- تغییرات نشست نامتقارن در برابر طول ژئوگرید برای ستون سنگی برای ستون سنگی با  $L/D=5/23$  و ژئوگرید به سختی  $1000 \text{ KN/m}$  تحت عبور قطار با سرعت  $80 \text{ m/s}$

#### ۴- نتایج

در پژوهش فوق، نتایج مدل‌سازی عددی بهسازی خاک نرم با استفاده از ستون‌های سنگی تحت عبور بار دینامیکی قطار پرسرعت با استفاده از نرم‌افزار Plaxis 3D 2020 بیان شده است؛ موارد بررسی شامل سرعت قطار (۴ مورد)، ابعاد ستون سنگی (۴ مورد)، سختی



شکل ۸- تغییرات نشست نامتقارن در برابر سختی ژئوگرید برای ستون سنگی با  $L/D=5/23$  و عبور قطار با سرعت  $80 \text{ m/s}$

#### ۳-۴- تأثیر طول ژئوگرید (طول محصورشدگی)

برای بررسی تأثیر طول ژئوگرید یا همان طول محصورشدگی ستون سنگی بر میزان نشست و دیگر خروجی‌ها، ابتدا مانند روال قبل از خروجی‌های مدل‌سازی قبلی بحرانی‌ترین حالت که دارای بیشترین نشست می‌باشد را انتخاب می‌کنیم؛ در این راستا ستون سنگی با نسبت  $L/D=5/23$  و ژئوگرید با سختی  $1000$  کیلونیوتن بر متر و سرعت قطار  $80$  متر بر ثانیه به عنوان پارامترهای ورودی مدل‌سازی‌های بعدی انتخاب شدند. طول ژئوگرید به عنوان متغیر برابر با ربع طول ستون سنگی ( $1/18 \text{ m}$ )، نصف طول ستون سنگی ( $2/3 \text{ m}$ ) و سه چهارم طول ستون سنگی ( $3/53 \text{ m}$ ) در نظر گرفته شد. بررسی نتایج مدل‌سازی‌های انجام گرفته نشان داد که کاهش میزان طول محصورشدگی ستون سنگی از  $4/7$  به  $3/53$ ،  $2/35$  و  $1/18$  متر باعث می‌شود که نشست ناشی از عبور قطار از  $7$  میلی‌متر به ترتیب به  $8$ ،  $9$  و  $9/5$  میلی‌متر افزایش یابد؛ همچنین با تغییر طول ژئوگرید و کاستن از طول آن، به ترتیب برای طول‌های  $3/53$ ،  $2/35$  و  $1/18$  متر مقادیر نشست نامتقارن  $0/205$ ،  $0/204$  و  $0/223$  میلی‌متر به دست آمد که نشان می‌دهد با کاهش طول محصورشدگی، میزان نشست کل و نشست نامتقارن نقاط انتخابی افزایش می‌یابد همانطور که در شکل ۱۱ قابل رویت است. تفسیر نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش طول ژئوگرید دور ستون سنگی از  $1/18$  به  $2/35$ ، از  $2/35$  به

با سرعت  $80 \text{ m/s}$  بیشترین میزان نشست کل و نشست نامتقارن را داراست.

۴- نتایج برای ستون سنگی با نسبت طول به قطر برابر با  $L/D=5/23$  تحت عبور قطار با سرعت  $80 \text{ m/s}$  نشان می‌دهد که کاهش سختی ژئوگرید باعث افزایش نشست کل و نشست نامتقارن و افزایش سختی ژئوگرید باعث کاهش مقادیر ذکر شده می‌شود.

۵- نتایج به دست آمده نشان‌دهنده آن است که تغییر در طول محاصره ستون سنگی به وسیله ژئوگرید و کاهش طول محاصره منجر به افزایش نشست کل و نشست نامتقارن می‌شود.

ژئوگرید دور ستون سنگی (۶ مورد) و طول محصورسازی ستون سنگی با ژئوگرید (۴ حالت) بود. نتایج به دست آمده عبارتند از:

۱- نتایج حاصل از تحقیق نشان داد که کاهش نشست کل و افزایش ظرفیت باربری ستون سنگی بسته به ارتفاع ستون سنگی دارد و قطر ستون سنگی بر منطقه تحت تأثیر ستون سنگی تأثیر دارد.

۲- نتایج نشان می‌دهد که بیشترین میزان نشست کل ناشی از عبور قطار پرسرعت مربوط به پایین‌ترین سرعت قطار که  $80 \text{ m/s}$  است می‌باشد.

۳- نتایج نشان می‌دهد که ستون سنگی با نسبت طول به قطر برابر با  $L/D=5/23$  تحت عبور قطار

## مراجع

- [1] Thach, P. N., Liu, H. L., & Kong, G. Q. (2013). "Vibration analysis of pile-supported embankments under high-speed train passage", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 55, 92-99.
- [2] Leshchinsky, B., & Ling, H. I. (2013). "Numerical modeling of behavior of railway ballasted structure with geocell confinement", *Geotextiles and Geomembranes*, 36, 33-43.
- [3] Shahraki, M., & Witt, K. J. (2015). "Improvement of soft subgrade soil using stone columns for high-speed railway track", In *International Conference on Soft Ground Engineering (ICSGE2015)*, 3, 4.
- [4] Indraratna, B., Nimbalkar, S. S., Ngo, N. T., & Neville, T. (2016). "Performance improvement of rail track substructure using artificial inclusions-Experimental and numerical studies", *Transportation Geotechnics*, 8, 69-85.
- [5] Gu, L. L., Ye, G. L., Bao, X. H., & Zhang, F. (2016). "Mechanical behaviour of piled-raft foundations subjected to high-speed train loading", *Soils and Foundations*, 56(6), 1035-1054.
- [6] Li, W., & Bian, X. (2016). "Dynamic performance of pile-supported bridge-embankment transition zones under high-speed train moving loads", *Procedia engineering*, 143, 1059-1067.
- [7] Abebe, M. S., & Qiu, H. S. (2016). "Numerical modeling of geotextile reinforcement of soft subgrade ballasted railway under high speed train", *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 21(12), 4327-4343.
- [8] Yoo, C., & Kim, S. B. (2009). "Numerical modeling of geosynthetic-encased stone column-reinforced ground", *Geosynthetics International*, 16(3), 116-126.
- [9] Basack, S., Indraratna, B., Rujikiatkamjorn, C., & Siahaan, F. (2017). "Modeling the stone column behavior in soft ground with special emphasis on lateral deformation", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 143(6), 04017016.
- [10] Tabchouche, S., Mellas, M., & Bouassida, M. (2017). "On settlement prediction of soft clay reinforced by a group of stone columns", *Innovative Infrastructure Solutions*, 2(1), 1.
- [11] Tan, X., Zhao, M., & Chen, W. (2018). "Numerical simulation of a single stone column in soft clay using the discrete-element method", *International Journal of Geomechanics*, 18(12), 04018176.
- [12] Hosseinpour, I., Soriano, C., & Almeida, M. S. (2019). "A comparative study for the performance of encased granular columns", *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 11(2), 379-388.
- [13] Remadna, A., Benmebarek, S., & Benmebarek, N. (2020). "Numerical Analyses of the Optimum Length for Stone Column Reinforced Foundation", *International Journal of Geosynthetics and Ground Engineering*, 6(3), 1-12.
- [14] Pandey, B. K., Rajesh, S., & Chandra, S. (2020). "Numerical evaluation of geogrid-encased stone columns in soft soil under embankment loading", In *Geo-Congress 2020: Foundations, Soil Improvement, and Erosion*, Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 543-551.

- [15] Hataf, N., Nabipour, N., & Sadr, A. (2020). "Experimental and numerical study on the bearing capacity of encased stone columns", *International Journal of Geo-Engineering*, 11(1), 1-19.
- [16] Fayed, A. L., Sorour, T. M., & Shehata, H. F. (2017). "Study of the Behavior of Floating Stone Columns in Soft Clay Formations Using Numerical Modeling", In *International Congress and Exhibition Sustainable Civil Infrastructures: Innovative Infrastructure Geotechnology*, pp. 236-251.
- [17] Correia, A. G., Cunha, J., Marcelino, J., Caldeira, L., Varandas, J., Dimitrovová, Z., ... & Silva, M. (2007). "Dynamic analysis of rail track for high speed trains. 2D approach", *5th Intl Worksop on Application of Computational Mechanics on Geotechnical Engineering*, 4.
- [18] Shahraki, M., Sadaghiani, M. R. S., Witt, K. J., & Meier, T. (2014). "3D modelling of train induced moving loads on an embankment", *Plaxis Bulletin*, 36, 10-15.