

**A.R. Ghanizadeh \***

Department of Civil  
Engineering, Sirjan University  
of Technology, Sirjan.

**e-mail:**  
ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

**A. Delaram**

Department of Civil  
Engineering, Sirjan University  
of Technology, Sirjan.

**e-mail:**  
ali.delaram7397@gmail.com

## **Development of Predicting Model for Clay Subgrade Soil Resilient Modulus based on the Results of Cone Penetration Test using Evolutionary Polynomial Regression Method**

*Accurate determination of resilience modulus ( $M_r$ ) of pavement subgrade soil is one of the important factors for successful design of pavement structure. This parameter is usually measured using a dynamic triaxial test, which is a complex and expensive experiment. In this study, the evolutionary polynomial regression (EPR) method has been used to develop a model for predicting the resilient modulus of clay subgrade soils based on the results of cone penetration test (CPT). By means of the developed model, the resilient modulus of subgrade soils can be estimated by having the parameters of cone tip resistance ( $q_c$ ), sleeve friction resistance ( $f_s$ ), moisture content ( $w$ ) and dry density ( $\gamma_d$ ). The results of this study show that the model developed by the exponential function is the best model constructed. Based on the developed model, the coefficient of determination ( $R^2$ ) for training set, testing set and total set was 0.9808, 0.9714 and 0.9785, respectively. The sensitivity analysis performed also showed the very good agreement of the developed model in predicting the resilient modulus of subgrade soil. The results of sensitivity analysis showed that the moisture content is the least important parameter for predicting the resilient modulus of fine-grained soils and the importance of other parameters is almost the same. In this study, the effect of different parameters on the resilient modulus of subgrade soil has also been evaluated using parametric analysis.*

**Keywords:** Resilient Modulus, Clay Subgrade Soil, Cone Penetration Test (CPT), Evolutionary Polynomial Regression (EPR)

---

\* Corresponding author

## توسعه مدل پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر رسی بر اساس نتایج آزمایش نفوذ مخروط با استفاده از روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی

تعیین دقیق مدول برجهندگی ( $M_r$ ) خاک بستر روسازی یکی از عوامل مهم برای طراحی موفق سیستم روسازی است. این پارامتر معمولاً با استفاده از آزمایش سه محوری تکراری اندازه‌گیری می‌شود که آزمایشی پیچیده و گران‌قیمت است. در این پژوهش از روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی (EPR) به منظور ارائه مدلی جهت پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر رسی بر اساس نتایج آزمایش نفوذ مخروط استفاده شده است. با بهره‌گیری از مدل نمایی توسعه داده شده می‌توان مدول برجهندگی خاک بستر رسی را با داشتن پارامترهای مقاومت نوک مخروط ( $q_c$ )، مقاومت اصطکاکی جداره ( $f_s$ )، درصد رطوبت ( $w$ ) و چگالی خشک ( $\gamma_d$ ) محاسبه کرد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهند که مدل توسعه داده شده توسط تابع نمایی بهترین مدل ساخته شده می‌باشد. بر اساس مدل توسعه داده شده، ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای داده‌های آموزش، آزمون و کل داده‌ها به ترتیب برابر با ۰/۹۸۰۸، ۰/۹۷۱۴ و ۰/۹۷۸۵ به دست آمد. تحلیل حساسیت انجام شده نیز نشان‌دهنده انطباق بسیار خوب مدل توسعه داده شده در پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر رسی می‌باشد. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که پارامتر  $w$  کم‌اهمیت‌ترین پارامتر برای پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه است و درجه اهمیت سایر پارامترها تقریباً یکسان است. در این تحقیق همچنین تأثیر پارامترهای مختلف بر مدول برجهندگی با استفاده از تحلیل پارامتریک ارزیابی شده است.

**واژگان کلیدی:** مدول برجهندگی، خاک‌های رسی، آزمایش نفوذ مخروط، رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی.

علیرضا غنی‌زاده\*  
دانشیار، دانشکده مهندسی  
عمران، دانشگاه صنعتی  
سیرجان.  
پست الکترونیک:  
ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

علی دل‌آرام  
دانشجوی کارشناسی ارشد،  
دانشکده مهندسی عمران،  
دانشگاه صنعتی سیرجان.  
پست الکترونیک:  
ali.delaram7397@gmail.com

### ۱- مقدمه

است. امروزه مدول برجهندگی به‌عنوان یک پارامتر قالب اعتماد از سختی الاستیک مصالح بستر شناخته شده است. مدول برجهندگی نشان‌دهنده مدول ارتجاعی خاک در سطوح مختلف تنش است که به‌صورت نسبت تنش انحرافی اعمال شده به کرنش محوری برگشت‌پذیر تحت اثر بار دینامیکی تعریف می‌شود [۱]. این پارامتر یکی از مشخصات مهم و اساسی مصالح راهسازی در تحلیل‌های مکانیستیک و طراحی سازه‌ای روسازی‌های انعطاف‌پذیر هم در روش‌های تجربی (مانند اش‌تو ۱۹۹۳) و هم در

مصالح خاکی و سنگدانه‌ای ریزدانه و دانه‌ای، مصالح اصلی تشکیل‌دهنده زیرسازی و روسازی می‌باشند. یک روش طراحی روسازی اقتصادی نیازمند داشتن یک مشخصه قابل اعتماد از خواص سختی الاستیک خاک بستر

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۰۴/۱۶، بازنگری ۱۴۰۰/۰۶/۰۱، پذیرش ۱۴۰۰/۰۶/۰۴.  
(DOI): 10.22091/cer.2021.7122.1267 شناسه دیجیتال

روش‌های مکانیستیک- تجربی (مانند<sup>۱</sup> MEPDG) است [۲ و ۳]. متداول‌ترین آزمایش برای تعیین مدول برجهندگی در آزمایشگاه، آزمایش سه محوری دینامیکی تحت اثر تنش‌های محدودکننده و تنش‌های انحرافی مختلف بوده که بسیار وقت‌گیر و پرهزینه است.

مشخصات خاک بستر نقش مهمی در طراحی و اجرای روسازی دارند. خصوصیاتمانند چگالی خشک، میزان رطوبت، دانه‌بندی و شکل ذرات خاک، درصد ریزدانه و حالت تنش، تأثیر نسبتاً بالایی بر مدول برجهندگی خاک‌های بستر دارند [۲، ۴-۷]. مدول برجهندگی ( $M_r$ ) خاک معمولاً با استفاده از آزمایش سه محوری تکراری تعیین می‌شود [۲ و ۸]. همچنین مدول برجهندگی ( $M_r$ ) را می‌توان با انجام آزمایش‌های مختلف سه محوری درجا و حلقوی، برش پیچشی و ستون تشدید آزمایشگاهی تعیین کرد [۲، ۹-۱۴]. انجام این‌گونه آزمایش‌ها پیچیده و گران‌قیمت هستند [۱۵]. از طرفی به‌دست آوردن نمونه دست‌نخورده خاک برای انجام آزمون‌های آزمایشگاهی وقت‌گیر و غیراقتصادی است. تاکنون تحقیقات وسیعی در خصوص توسعه روابط تجربی جهت برقراری ارتباط بین مدول برجهندگی و مشخصات اصلی خاک که در آزمایشگاه قابل‌تعیین می‌باشند، انجام شده است [۱۵-۱۸]. از طرف دیگر، تحقیقات متعددی در خصوص ایجاد همبستگی بین مدول برجهندگی خاک بستر و شاخص‌های درجای خاک بستر نیز انجام شده است [۱۹-۲۴].

به‌طور کلی، برآورد مستقیم یا غیرمستقیم  $M_r$  با استفاده از آزمون‌های آزمایشگاهی کاملاً توصیف‌کننده شرایط درجا نیست. این امر عمدتاً به دلیل اختلال و تغییرات ایجاد شده در شرایط و ویژگی‌های نمونه‌های خاک و همچنین وضعیت تنش‌های اعمال شده اتفاق می‌افتد. در این خصوص، خاک‌های بستر به دلیل رفتارهای متغیر و تأثیرپذیری از پارامترهای بارگذاری و

شرایط محیطی مختلف مشکل‌سازتر هستند [۲۵]. بنابراین نتایج آزمایش‌های درجا قابل‌اطمینان‌تر خواهند بود، زیرا این آزمایش‌ها خصوصیات خاک دست‌نخورده را در شرایط واقعی ارائه می‌دهند. در بین روش‌های آزمایش درجا، آزمایش نفوذ مخروط ( $CPT^2$ ) در مقایسه با آزمون‌های آزمایشگاهی برای به‌دست آوردن مدول برجهندگی ساده‌تر، سریع‌تر و کارآمدتر تلقی می‌شود [۲۱، ۲۳، ۲۴ و ۲۶]. اگرچه این آزمایش در مقایسه با آزمون‌های درجایی مانند  $SPT^3$  گران‌تر است.

آزمون نفوذ مخروط پیزوکون ( $CPTU^4$ ) یک آزمون پیشرفته در محل بوده و به دلیل دقت بالا و قابلیت تکرارپذیری خوب در مهندسی ژئوتکنیک به‌صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته است [۲۷-۳۳]. در آزمون پیزوکون سه پارامتر مقاومت نوک مخروطی ( $q_c$ )، مقاومت اصطکاکی جداره ( $f_s$ ) و فشار آب منفذی ( $u$ ) اندازه‌گیری می‌شود و همچنین اطلاعاتی در خصوص طبقه‌بندی زیر سطح زمین را نیز در اختیار قرار می‌دهد. مزیت قابل‌توجه  $CPT$  نسبت به سایر تکنیک‌های تحقیق این است که تجزیه و تحلیل را می‌توان با در نظر گرفتن نتایج به‌دست آمده از داده‌های دیجیتالی خواص خاک در اعماق مختلف انجام داد [۳۴].

حسن (۱۹۹۶) اولین همبستگی بین شاخص نفوذ مخروط دینامیکی و مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه را به صورت معادله زیر پیشنهاد نمود:

$$M_r = 7013.065 - 2040.783 \cdot \ln(DCPI) \quad (1)$$

که در این رابطه  $DCPI$ ، شاخص نفوذ مخروط دینامیکی برحسب میلی‌متر بر ضربه و  $M_r$ ، مدول برجهندگی برحسب مگاپاسکال است [۳۵].

محمد و همکاران (۱۹۹۹) مدلی را جهت برآورد پارامتر  $M_r$  با استفاده از نتایج آزمون  $CPT$  و نتایج

2- Cone Penetration Test

3- Standard Penetration Test

4- Piezocone Penetration Test

1- Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide

$$M_r = 16.28 + \frac{928.24}{DCPI} \quad (۵)$$

$$M_r = 520.62(DCPI)^{-0.738} + 0.4 \left( \frac{\gamma_d}{M_c} \right) + 0.44PI \quad (۶)$$

که در این روابط PI، شاخص خمیری است [۳۷]. محمد و همکاران (۲۰۰۷) دو مدل مبتنی بر روابط آماري برای پیش‌بینی  $M_r$  خاک بستر ریزدانه، از طریق پارامتر خروجی آزمون DCP و خواص خاک ایجاد کردند. نتایج نشان داد که مدل پیشنهاد شده با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. مدل‌های پیشنهادی به شرح زیر است:

$$M_r = \frac{151.8}{DCPI^{1.096}} \quad (۷)$$

$$M_r = \frac{165.5}{DCPI^{1.147}} + 0.0966 \left( \frac{\gamma_d}{w} \right) \quad (۸)$$

که در این روابط  $M_r$ ، مدول برجهندگی برحسب مگاپاسکال؛ DCPI شاخص نفوذ مخروط دینامیکی برحسب میلی‌متر بر ضربه؛  $\gamma_d$  چگالی خشک خاک برحسب کیلونیوتن بر مترمکعب و  $w$  مقدار آب برحسب درصد می‌باشد [۲۴].

لیو<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۱۶) از روش توزیع نرمال چندمتغیره برای مدل‌سازی  $M_r$  خاک‌های ریزدانه با استفاده از آزمون نفوذ پیزوکون (CPTU) و سایر پارامترهای کلیدی خاک استفاده نمودند [۲۶]. این روش مورد استقبال محققان قرار گرفته است، زیرا استفاده از آن منجر به ایجاد مدل‌های بهتری از طریق کاهش عدم قطعیت و افزودن تعداد بیشتری متغیر در مقایسه با روش‌های سنتی مبتنی بر رگرسیون شده است [۲۶، ۳۸-۴۰]. مدل مبتنی بر توزیع چندمتغیره به شرح زیر است:

آزمون‌های آزمایشگاهی برای خاک‌های ریزدانه به شکل زیر پیشنهاد نمودند:

$$M_r = -5.69 \times q_c - 26.51 \times f_s + 69.34 \times w + 11.78 \times \gamma_d - 137.47 \quad (۲)$$

متغیرهای ورودی در این رابطه شامل مقاومت نوک مخروط ( $q_c$ )، مقاومت اصطکاکی جداره ( $f_s$ )، چگالی خشک خاک ( $\gamma_d$ ) و درصد رطوبت ( $w$ ) بودند. نتایج نشان داد که مدل توسعه‌یافته با نتایج آزمایشگاهی تطابق مناسبی دارد [۲۱].

جورج و اودین<sup>۵</sup> (۲۰۰۰) در مورد DCP دستی و خودکار بررسی‌هایی انجام دادند و دریافتند که تفاوت معنی‌داری بین این دو نوع DCP وجود ندارد. رابطه زیر توسط آن‌ها برای پیش‌بینی مدول برجهندگی ارائه شده است [۳۶]:

$$M_r = 532.(DCPI)^{-0.492} \quad (۳)$$

در پژوهشی دیگر، رابطه بین مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه و پارامترهای DCPI، چگالی خشک ( $\gamma_d$ ) و درصد رطوبت ( $M_c$ ) به شکل رابطه (۴) ارائه شده است. همچنین نشان داده شد که درصد رطوبت به شدت بر روی مدول برجهندگی خاک‌های بستر ریزدانه تأثیر می‌گذارد [۴].

$$M_r = \frac{1100.(DCPI)^{-0.44}}{M_c} + 2.39 \times \gamma_d \quad (۴)$$

هرات<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از دو معادله، مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه را بررسی کردند. این معادلات به شدت قابل اعتماد بودند، اما معادله (۶) را برای همه نوع خاک مناسب و قابل اعتمادتر از معادله (۵) اعلام کردند.

<sup>۵</sup>- George and Uddin

<sup>۶</sup>- Herath

<sup>۷</sup>- Liu

از سوی دیگر داریم:

$$A_k = w_{1k} \times \gamma_{dn} + w_{2k} \times w_n + w_{3k} \times q_{cn} + w_{4k} \times f_{sn} + bias_k \quad (13)$$

در این روابط،  $k$  تعداد گره‌های لایه پنهان،  $w_{ik}$  وزن لایه ورودی،  $V_k$  وزن لایه پنهان،  $bias_h$  وزن لایه پنهان و  $bias_k$  وزن لایه ورودی می‌باشند. همچنین مقادیر متغیرهای ورودی نیز باید نرمال شده باشند. همان‌طور که واضح است، اگرچه مدل توسعه داده شده براساس روش FA-MLP دقت خوبی دارد، ولی از نظر ریاضی دارای محاسبات پیچیده‌ای است.

در این مقاله با استفاده از روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی، مدل‌هایی به‌منظور پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر ریزدانه با استفاده از نتایج آزمایش CPTU شامل مقاومت نوک مخروط و مقاومت اصطکاکی جداره، رطوبت خاک و چگالی خشک خاک توسعه داده شده است. پس از ارزیابی دقت هر یک از مدل‌ها، مدل بهینه از دیدگاه دقت و سادگی انتخاب و تحلیل حساسیت و همچنین تحلیل پارامتریک به‌منظور تعیین درجه اهمیت هر یک از ورودی‌ها در پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های بستر ریزدانه و همچنین شناخت تأثیر تغییرات هر کدام از پارامترهای ورودی بر روی تغییرات پارامتر خروجی انجام شد.

## ۲- رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی

رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی ( $EPR^{11}$ ) براساس ادغام روش رگرسیون عددی و نمادین توسعه داده شده است. این استراتژی به‌منظور استفاده از خواص مطلوب ریاضی از ساختارهای چندجمله‌ای استفاده کرده است. ایده اصلی  $EPR$  استفاده از جستجوی تکاملی برای بیان عبارات چندجمله‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک ( $GA^{12}$ ) است.  $EPR$  امکان پیاده‌سازی محاسباتی ساده

$$M_r = \left( \frac{1.13q_c^{0.53} + 13.06f_s^{1.4} - 0.75w^{0.34}}{+0.0007\gamma_d^{2.33} + 4.75} \right)^{2.44} \quad (9)$$

که در این معادله  $M_r$ ،  $q_c$  و  $f_s$  برحسب مگاپاسکال و  $\gamma_d$  و  $w$  نیز به ترتیب برحسب کیلونیوتن بر مترمکعب و درصد هستند.

صدروسادات و همکاران (۲۰۲۰) مدلی با استفاده از نتایج آزمون CPT و براساس روش برنامه‌نویسی بیان ژن ( $GEP^8$ ) جهت پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر ریزدانه توسعه داده‌اند. مدل آن‌ها مدول برجهندگی را برحسب مقاومت نوک مخروط ( $q_c$ )، مقاومت اصطکاکی جداره ( $f_s$ )، چگالی خشک خاک ( $\gamma_d$ ) و درصد رطوبت ( $w$ ) پیش‌بینی می‌کند. نتایج نشان داد که مدل توسعه داده شده با دقت مطلوبی مدول برجهندگی خاک بستر ریزدانه را پیش‌بینی می‌کند. رابطه زیر مدل توسعه داده شده را بیان می‌کند [۲۵]:

$$M_r = 34.17 \sqrt{\frac{\gamma_d q_c}{w}} \sqrt{\left( \frac{\gamma_d}{q_c} + w \right) f_s} \quad (10)$$

قربانی و همکاران (۲۰۲۰) نیز مدلی جهت پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر ریزدانه ارائه داده‌اند. جهت توسعه مدل از روش ترکیب الگوریتم کرم شب‌تاب ( $FA^9$ ) و شبکه عصبی پرسپترون چندلایه ( $MLP^{10}$ ) استفاده شد. نتایج این اطمینان را داد که مدل توسعه‌یافته به‌خوبی مدول برجهندگی خاک بستر ریزدانه را پیش‌بینی می‌کند. رابطه (۱۱) مدل توسعه داده شده را نشان می‌دهد [۴۱]:

$$(M_r)_{FA-MLP} = 41.65 \times (M_r)_n + 54.15 \quad (11)$$

در این رابطه داریم:

$$(M_r)_n = \sum_{k=1}^3 V_k \times \tanh(A_k) + bias_h \quad (12)$$

<sup>8</sup> - Gene Expression Programing

<sup>9</sup> - Firefly Algorithm

<sup>10</sup> - Multilayer Perceptron Neural Network

<sup>11</sup> - Evolutionary Polynomial Regression

<sup>12</sup> - Genetic Algorithm

ترکیبات ورودی و توان‌های مرتبط انجام می‌شود. پارامترهای قابل تنظیم،  $a_i$ ، با استفاده از روش حداقل مربعات خطی ( $LS^{13}$ ) و براساس به حداقل رساندن مجموع مربعات خطا ( $SSE^{14}$ ) به‌عنوان تابع هزینه ارزیابی می‌شوند. جستجوی جهانی برای یافتن بهترین شکل معادله EPR با استفاده از الگوریتم ژنتیک استاندارد (GA) بر روی مقادیر موجود در بردار نماینده تعریف شده توسط کاربر انجام می‌شود. الگوریتم GA براساس نظریه تکامل داروین عمل می‌کند و با ایجاد یک جمعیت اولیه تصادفی از راه‌حل‌ها آغاز می‌شود. هر پارامتر تنظیم‌شده در جمعیت نشان‌دهنده کروموزوم‌های فرد است. به هر فردی براساس عملکرد خوبی که در محیط خود دارد، درجه‌ای از برازندگی اختصاص داده می‌شود. از طریق عملیات همپوشانی<sup>15</sup> و جهش<sup>16</sup>، به ترتیب با احتمال  $P_c$  و  $P_m$  نسل بعدی ایجاد می‌شود. افراد (راه‌حل‌های) سازگار برای جفت‌گیری انتخاب می‌شوند، در حالی که افراد (راه‌حل‌های) ضعیف کنار گذاشته می‌شوند. فرزندان با ترکیب مجموعه‌ای از کروموزوم‌های والدین ایجاد می‌شوند. در EPR از کدگذاری عدد صحیح GA و عملیات همپوشانی تک‌نقطه‌ای برای تعیین مکان توان‌های نامزد استفاده می‌شود. فرآیند EPR هنگامی متوقف می‌شود که معیار خاتمه، که می‌تواند حداکثر تعداد نسل‌ها، حداکثر تعداد جمله‌ها در عبارت ریاضی هدف یا یک خطای مجاز خاص باشد، برآورده شود [۴۳].

فلوچارت روش EPR در شکل ۱ نشان داده شده است.

### ۳- ارزیابی دقت مدل

به‌منظور ارزیابی دقت مدل و مقایسه مدل‌ها با یکدیگر با توجه به روابط (۱۶) تا (۲۰)، از ۵ پارامتر آماری ضریب رگرسیون ( $R^2$ )، جذر میانگین مربعات خطا

الگوریتم، جستجوی کارآمد برای عبارتی صریح و بهبود کنترل پیچیدگی عبارت تولید شده را فراهم می‌کند [۴۲]. روش EPR مبتنی بر داده و براساس محاسبات تکاملی است و هدف آن جستجوی ساختار چندجمله‌ای نشان‌دهنده سیستم است. یک سیستم فیزیکی، با داشتن خروجی  $y$ ، ورودی‌های  $X$  و پارامترهای  $\theta$ ، می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$y = F(X, \theta) \quad (14)$$

که در آن  $F$ ، تابعی در یک فضای  $m$  بعدی است که  $m$  تعداد ورودی‌ها است. برای جلوگیری از مشکل افزایش تعداد عبارات ریاضی در EPR، توان‌های چندجمله‌ای با حداکثر تعداد جمله‌های ثابت در تابع توسط روند تکاملی جستجو می‌شوند. در طی یک اجرا، تعدادی از عبارات با افزایش تعداد جمله‌ها تا حداکثر تعداد مشخصی که توسط کاربر تعیین می‌شود برگردانده می‌شود تا امکان انتخاب تعداد بهینه جمله‌ها فراهم گردد. شکل کلی عبارت مورد استفاده در EPR را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد [۴۲]:

$$y = \sum_{j=1}^m F(X_j, f(X_j, a_i)) + a_0 \quad (15)$$

که در آن  $y$  بردار خروجی فرایند،  $a_i$  یک مقدار ثابت،  $F$  تابعی است که توسط فرآیند ساخته می‌شود،  $X$  ماتریس متغیرهای ورودی،  $f$  تابعی است که توسط کاربر تعریف می‌شود و  $m$  تعداد جمله‌های عبارت هدف است.

به‌طور کلی، EPR یک روش دومرحله‌ای برای ساخت مدل‌های نمادین است. در مرحله اول با استفاده از یک الگوریتم استاندارد ژنتیک، بهترین شکل ساختار تابع جستجو می‌شود، یعنی ترکیبی از بردارهای ورودی‌های مستقل  $X_{S=1,k}$  و سپس رگرسیون حداقل مربعات به‌منظور یافتن پارامترهای قابل تنظیم  $\theta$  برای هر ترکیبی از ورودی‌ها به‌کار گرفته می‌شود. به این ترتیب با توجه به تابع هزینه تعریف شده توسط کاربر، به‌طور هم‌زمان یک الگوریتم جستجوی جهانی برای یافتن بهترین مجموعه

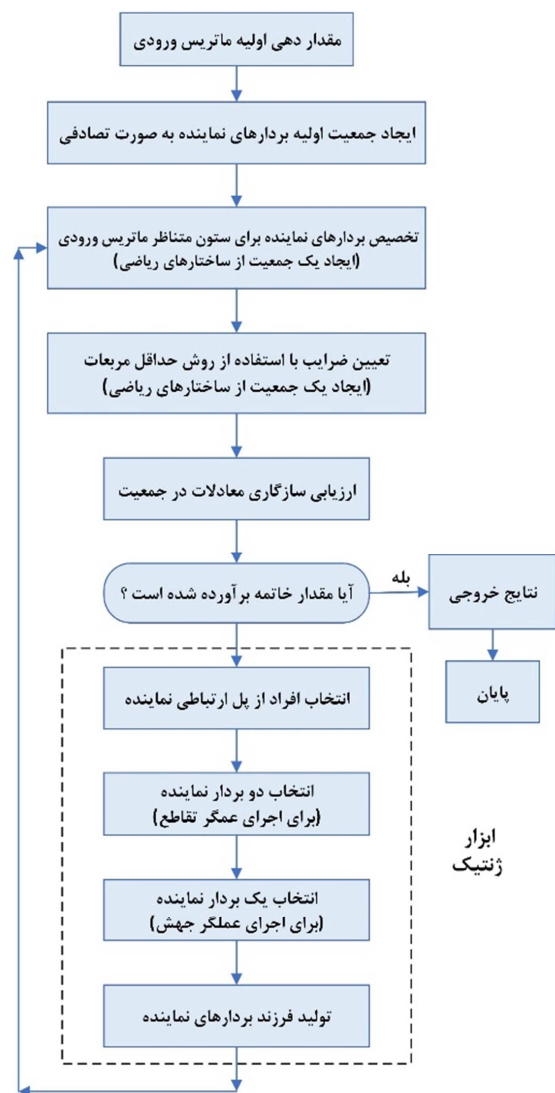
<sup>13</sup>- Least-Squares

<sup>14</sup>- Sum of Squared Estimate of Errors

<sup>15</sup>- Crossover

<sup>16</sup>- Mutation

این محل، عمدتاً شامل خاک‌های رسی نرم و سفت و خاک‌های رسی لای‌دار با تنوع بالا از نظر مقاومت و سختی بودند [۴۴].



شکل ۱- فلوچارت روند EPR [۴۷]

براساس نمونه‌های خاک از سایت‌های آزمایش، آزمون‌های آزمایشگاهی برای تعیین مشخصات خاک شامل درصد رطوبت (w)، چگالی خشک (γ<sub>d</sub>) و مدول برجهندگی (M<sub>r</sub>) انجام شد. آزمون‌های مدول برجهندگی مطابق با استانداردهای AASHTO T307 انجام شده است [۴۸].

در آزمایش‌های انجام شده از نفوذسنج مخروطی استوانه‌ای شکل با مساحت ۱۰ سانتی‌متر مربع و زاویه نوک ۶۰ درجه استفاده گردید. همچنین سطح سیلندر اصطکاک ۱۵۰ سانتی‌متر مربع مساحت داشت و فیلتر

(RMSE<sup>۱۷</sup>)، ضریب تعیین (CoD<sup>۱۸</sup>)، مجموع مربعات خطا (SSE) و میانگین خطاها (AVG<sup>۱۹</sup>) استفاده شده است. این پارامترها برای داده‌های آموزش، داده‌های آزمون و کل داده‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت.

$$R^2 = \left[ \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})(O_i - \bar{O})}{\sigma_T \sigma_O} \right]^2 \quad (16)$$

$$CoD = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} (O_i - T_i)^2}{\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2} \quad (17)$$

$$SSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i - O_i)^2 \quad (18)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i - O_i)^2} \quad (19)$$

$$AVG = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{(1 - T_i / O_i)^2}}{N} \quad (20)$$

در این روابط، N تعداد داده‌های مشاهده‌شده، T<sub>i</sub> بردار مقادیر پیش‌بینی‌شده، O<sub>i</sub> بردار مقادیر اندازه‌گیری شده،  $\bar{T}$  میانگین بردار مقادیر پیش‌بینی‌شده،  $\bar{O}$  میانگین بردار مقادیر اندازه‌گیری شده،  $\sigma_T$  انحراف معیار مقادیر پیش‌بینی‌شده و  $\sigma_O$  انحراف معیار مقادیر اندازه‌گیری شده است.

#### ۴- پایگاه داده

##### ۴-۱- تشریح پایگاه داده

پایگاه داده مورد استفاده در این تحقیق برگرفته از مقاله لیو و همکاران (۲۰۱۶) است [۴۴]. هدف آن‌ها ایجاد یک همبستگی بین شاخص‌های آزمون نفوذ مخروط و مدول برجهندگی خاک‌های بستر ریزدانه رسی بود. برای این منظور، از ۱۲۴ داده آزمایشگاهی حاصل از آزمایش CPTU در ۱۶ سایت مختلف از استان جیانگ سو کشور چین که مطابق با استانداردهای بین‌المللی انجام شده بودند، استفاده شده است [۴۵ و ۴۶]. لایه‌های زیرین در

17- Root Mean Square Error

18- Coefficient of Determination

19- Average Error

$f_s$  برحسب مگاپاسکال،  $w$  برحسب درصد و  $\gamma_d$  برحسب کیلونیوتن بر مترمکعب اندازه‌گیری شده بود [۴۴].

#### ۴-۲- پارامترهای آماری

برای مدل‌سازی، ابتدا داده‌ها به صورت تصادفی به دسته‌های آموزش و آزمون تقسیم شدند. برای این منظور، ۷۰ درصد داده‌ها به‌عنوان داده آموزش و ۳۰ درصد داده‌ها به‌عنوان داده آزمون انتخاب شدند.

در جداول ۱ و ۲، مشخصات آماری پارامترهای ورودی و خروجی به ترتیب برای داده‌های آموزش و آزمون نشان داده شده است. همچنین در شکل ۲ هیستوگرام فراوانی و فراوانی تجمعی برای پارامترهای ورودی و خروجی مشاهده می‌شود.

جدول ۱- مشخصات آماری مجموعه داده‌های آموزش

| مشخصات آماری | $w$ (%) | $\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> ) | $q_c$ (MPa) | $f_s$ (MPa) | $M_r$ (MPa) |
|--------------|---------|---------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| حداقل        | ۶/۹     | ۱۰/۵                            | ۰/۲۲        | ۰/۰۰۶       | ۱۲/۵        |
| حداکثر       | ۷۸/۱    | ۱۹/۹                            | ۳/۹۳        | ۰/۱۴        | ۹۵/۸        |
| میانگین      | ۳۱/۳۲   | ۱۶/۱۳                           | ۱/۷۲        | ۰/۰۸        | ۴۶/۶۳       |
| میانه        | ۲۷/۶    | ۱۶/۴                            | ۱/۵۵        | ۰/۰۸        | ۴۵/۳        |
| انحراف معیار | ۱۴/۵۷   | ۱/۹۱                            | ۰/۸۸        | ۰/۰۳        | ۱۸/۱۹       |

جدول ۲- مشخصات آماری مجموعه داده‌های آزمون

| مشخصات آماری | $w$ (%) | $\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> ) | $q_c$ (MPa) | $f_s$ (MPa) | $M_r$ (MPa) |
|--------------|---------|---------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| حداقل        | ۱۰/۱    | ۱۰/۵                            | ۰/۵۲        | ۰/۰۱        | ۲۲/۹        |
| حداکثر       | ۶۰/۲    | ۱۹/۸                            | ۳/۳۴        | ۰/۱۳        | ۸۱/۴        |
| میانگین      | ۳۳/۳۳   | ۱۵/۱۹                           | ۱/۸۳        | ۰/۰۷        | ۴۴/۷۹       |
| میانه        | ۳۱/۶    | ۱۵/۵                            | ۱/۷۲        | ۰/۰۸        | ۴۳          |
| انحراف معیار | ۱۳/۴۹   | ۲/۳۱                            | ۰/۷۶        | ۰/۰۳        | ۱۵/۱۴       |

می‌کند. همچنین مدول برجهندگی اندازه‌گیری شده نیز در دامنه ۱۲/۵ الی ۹۵/۸ مگاپاسکال تغییر می‌کند. محدوده وسیع تغییر هر یک از متغیرهای ورودی و خروجی نشان‌دهنده تنوع نمونه‌های موجود در پایگاه داده

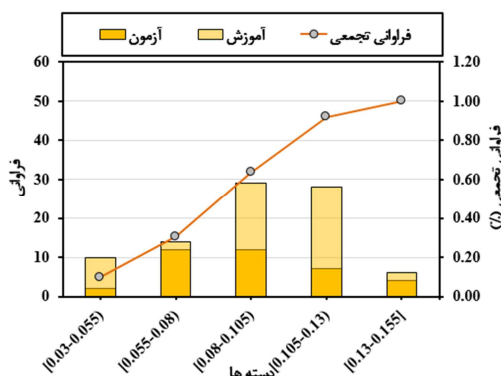
ساخته شده از پلاستیک متخلخل در شکاف بین نوک مخروط و جداره با ضخامت ۵ میلی‌متر قرار داشت. برای انجام آزمایش، از گمانه‌هایی در مجاورت یکدیگر و با فاصله افقی کمتر از ۲ متر استفاده شد. عمق سفره آب زیرزمینی (GWT) که در محل‌های آزمایش از ۰/۴ تا ۴/۵ متر متفاوت بود، بلافاصله پس از آزمایش CPTU ثبت شد. برای پیش‌بینی  $M_r$  تحت تنش درجا، آزمایش‌های CPTU در مکان‌های مجاور نزدیک گمانه‌ها که در آنجا نمونه‌های خاک جمع‌آوری شده بودند، انجام گردید. فاصله افقی بین گمانه شناسایی مشخصات خاک و محل آزمایش CPTU برای هر مجموعه داده  $\{M_r, q_c\}$  و  $\{w, \gamma_d, f_s\}$  کمتر از ۲ متر بود. در این تحقیق  $M_r, q_c$  و

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود درصد رطوبت در دامنه ۶/۹ الی ۷۸/۱، چگالی خشک در دامنه ۱۰/۵ الی ۱۹/۹ کیلونیوتن بر مترمکعب، مقاومت نوک مخروط در دامنه ۰/۲۲ الی ۳/۹۳ مگاپاسکال، مقاومت اصطکاکی جداره در دامنه ۰/۰۰۶ الی ۰/۱۴ مگاپاسکال تغییر

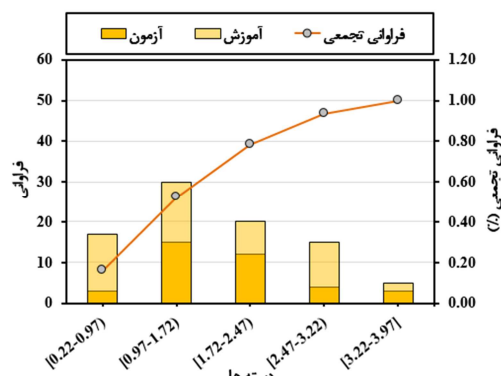


داده‌های موجود در این پایگاه داده است.

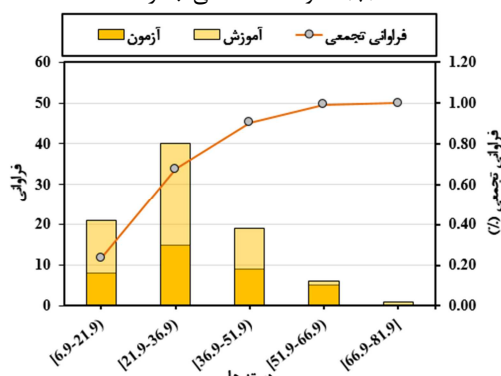
و تعمیم‌پذیر بودن مدل‌های توسعه داده شده براساس



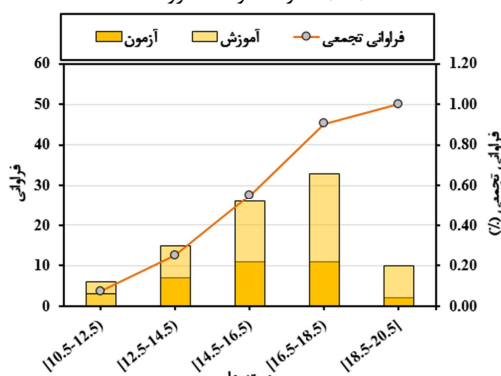
(ب) مقاومت اصطکاکی جداره



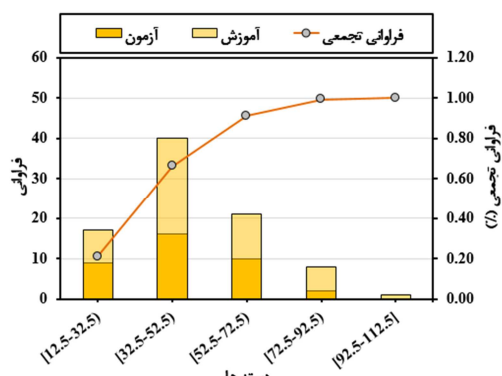
(الف) مقاومت نوک مخروط



(ت) رطوبت خاک



(پ) چگالی خشک خاک



(ث) مدول برجهندگی

شکل ۲- هیستوگرام فراوانی، فراوانی تجمعی و مشخصات آماری برای داده‌های آموزش و آزمون

### ۵- مدل‌سازی براساس روش EPR

بهترین مدل برای هریک از توابع و ساختارها براساس حداقل خطای مدل‌سازی انتخاب شد. مدل‌های بهینه در حالت استفاده از توابع مختلف در جدول ۳ آورده شده‌اند.

مقدار نرمال شده هر پارامتر با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (21)$$

### ۵-۱- توسعه مدل‌های پیش‌بینی مدول برجهندگی

پس از انجام فرآیند تقسیم داده‌ها به داده‌های آموزش و آزمون، مدل‌سازی براساس روش EPR انجام شد. این فرآیند براساس توابع داخلی همچون لگاریتم طبیعی، تانژانت، نمایی، تانژانت هایپربولیک و سکانت هایپربولیک انجام گردید.

که در این رابطه،  $x$  مقدار کمیت در مقیاس واقعی،  $x'$  مقدار حداکثر کمیت می‌باشد.  
مقدار نرمال شده کمیت،  $x_{min}$  مقدار حداقل کمیت و  $x_{max}$

جدول ۳- مدل‌های بهینه ارائه شده براساس توابع مختلف

|   |                    |
|---|--------------------|
| $M_r = -1.3729 \tanh(\gamma_d)^{0.5} - 0.64893 \tanh(w)^{0.5} + 1.187\gamma_d^{0.5} + 0.34245q_c^{0.5} f_s + 0.4736q_c \cdot \tanh(\gamma_d)^{0.5} + 0.57493$   | تانژانت هایپربولیک |
| $M_r = -0.64801 \ln(w+1)^{(0.5)} + 0.42234 f_s / w \cdot \ln(q_c+1)^{(0.5)} \cdot \ln(w) + 0.36852 q_c^{(0.5)} \cdot \gamma_d \cdot \ln(\gamma_d+1) + 0.27562 q_c + 0.44115$  | لگاریتم طبیعی      |
| $M_r = +0.21979 \times \frac{\text{sech}(\gamma_d)}{\text{sech}(f_s) \cdot \text{sech}(w)} - 2.6905 \text{sech}(w) - 1.1895 \times \frac{1}{\text{sech}(q_c)^{0.5}} + 0.28204 f_s \cdot \text{sech}(w) + 0.47286 q_c \cdot \frac{1}{\text{sech}(f_s)^{0.5} \cdot \text{sech}(\gamma_d)^{0.5}} + 3.1956$ | سکانت هایپربولیک   |
| $M_r = 0.37163 \exp(0.5q_c + 0.5f_s - w) + 0.39131 w^{0.5} \times \exp(-w) + 0.16289 q_c^{0.5} \times \exp(\gamma_d) - 0.074953$  | نمایی              |
| $M_r = \tan\left(\frac{-0.47396 w^{0.5} + 0.33276 q_c^{0.5} \times \gamma_d + 0.37232 q_c^{0.5} \times f_s + 0.20852 q_c}{-0.25154 q_c \times f_s^{0.5} \times \gamma_d^{0.5} + 0.35871}\right)$  | تانژانت            |
| $q_c$ : مقدار نرمال شده مقاومت نوک مخروط برحسب MPa<br>$f_s$ : مقدار نرمال شده مقاومت اصطکاکی جداره برحسب MPa<br>$w$ : مقدار نرمال شده رطوبت خاک برحسب درصد.<br>$\gamma_d$ : مقدار نرمال شده چگالی خشک خاک برحسب $\text{kN/m}^3$<br>$M_r$ : مقدار نرمال شده مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه برحسب MPa      |                    |

در جدول ۵، پارامترهای عملکردی هر یک از مدل‌ها به ترتیب برای داده‌های آموزش، آزمون و کل داده‌ها ذکر شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تمامی مدل‌ها در پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه عملکرد مطلوبی دارند و همبستگی بسیار خوبی بین مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه و سایر پارامترهای ورودی وجود دارد.

برای مقایسه بین مدل‌ها و انتخاب بهترین مدل، علاوه بر مقایسه پارامترهای عملکردی، سادگی مدل نیز اهمیت دارد. میزان سادگی و پیچیده بودن یک مدل براساس ضرایب توانی، تعداد عبارات‌های جبری و رابطه مستقیم یا غیرمستقیم بین پارامترهای ورودی و پارامتر خروجی تعیین می‌شود.

با مقایسه بین مدل‌ها، مدل ایجاد شده براساس تابع نمایی، که در جدول ۳ نشان داده شده است، به‌عنوان ساده‌ترین مدل انتخاب شد. این مدل علی‌رغم اینکه

مقادیر حداقل و حداکثر هر یک از پارامترها در جدول ۴ نشان داده شده است. همچنین نوع ارائه مدل EPR در مدل‌های سکانت هایپربولیک، تانژانت هایپربولیک، لگاریتم طبیعی و نمایی به‌صورت رابطه (۲۷) و در مدل تانژانت به‌صورت رابطه (۲۸) در نظر گرفته شد. سایر جزئیات تنظیم شده برای توسعه هر یک از مدل‌ها به شرح جدول ۴ است.

$$Y = \sum(a_i \cdot X1 \cdot X2 \cdot f(X1) \cdot f(X2)) + a_0 \quad (22)$$

$$Y = \tan(\sum(a_i \cdot X1 \cdot X2) + a_0) \quad (23)$$

محدوده نماینده ذکر شده در جدول ۴ تعیین‌کننده خطی یا غیرخطی بودن مدل و همچنین وابستگی مستقیم یا معکوس بین پارامترهای ورودی و پارامتر خروجی است.

## ۵-۲- ارزیابی عملکرد مدل

ضریب تعیین ( $R^2$ ) کمتری نسبت به مدل سکانت جبری کمتر و همبستگی مستقیم همه ورودی‌ها با هایپربولیک دارد، به دلیل ساده‌تر بودن (تعداد عبارات خروجی) به‌عنوان مدل بهینه انتخاب می‌گردد.

جدول ۴- جزئیات پارامترهای تنظیمی برای مدل‌ها

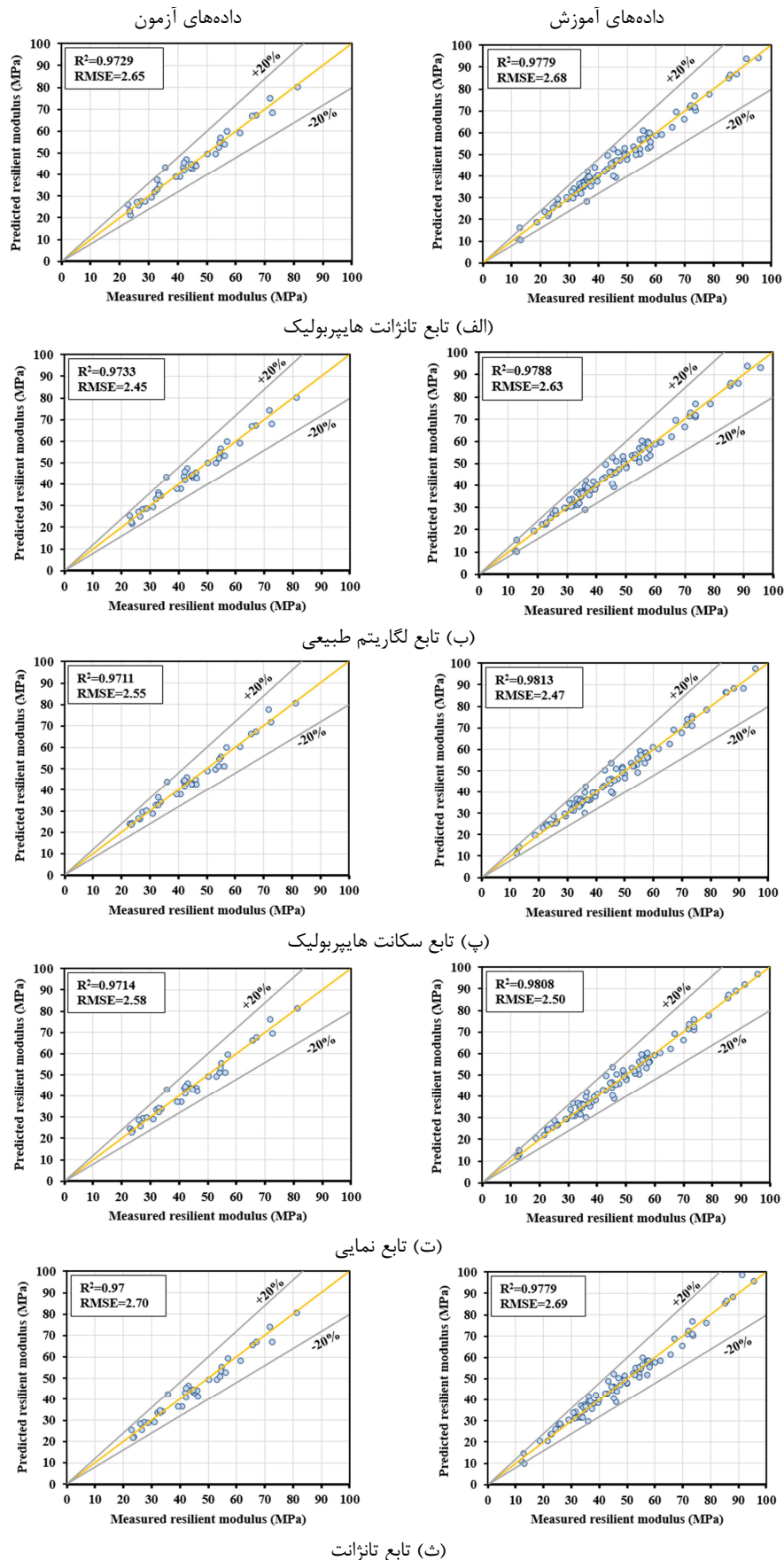
| تنظیم پارامترها   |                   |                   |                   |                   | توصیف پارامترها |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| تازانت            | نمایی             | لگاریتم طبیعی     | تازانت هایپربولیک | سکانت هایپربولیک  |                 |
| [-1,-0.5,0,0.5,1] | [-1,-0.5,0,0.5,1] | [-1,-0.5,0,0.5,1] | [-1,-0.5,0,0.5,1] | [-1,-0.5,0,0.5,1] | محدوده نماینده  |
| ۵                 | ۴                 | ۴                 | ۵                 | ۵                 | تعداد عبارات    |
| ۰/۳۵۸۷۱           | -۰/۰۷۴۹۵۳         | ۰/۴۴۱۱۵           | ۰/۵۷۴۹۳           | ۳/۱۹۵۶            | مقدار بایاس     |
| [0,1]             | [0,1]             | [0,1]             | [0,1]             | [0,1]             | مقیاس پارامترها |

جدول ۵- دقت و عملکرد هریک از مدل‌های پیش‌بینی مدول برجهندگی

| داده‌های آموزش |       |      |       |        |                   |
|----------------|-------|------|-------|--------|-------------------|
| $R^2$          | SSE   | RMSE | AVG   | COD    | مدل‌ها            |
| ۰/۹۷۷۹         | ۷/۲۲  | ۲/۶۸ | ۰/۰۵  | ۰/۹۷۷۹ | تازانت هایپربولیک |
| ۰/۹۷۸۸         | ۶/۹۱  | ۲/۶۳ | ۰/۰۴۹ | ۰/۹۷۸۱ | لگاریتم طبیعی     |
| ۰/۹۸۱۳         | ۶/۱۰  | ۲/۴۷ | ۰/۰۴۳ | ۰/۹۸۱۳ | سکانت هایپربولیک  |
| ۰/۹۸۰۸         | ۶/۲۹  | ۲/۵۰ | ۰/۰۴۵ | ۰/۹۸۰۸ | نمایی             |
| ۰/۹۷۷۹         | ۷/۲۳  | ۲/۶۹ | ۰/۰۵۱ | ۰/۹۷۷۸ | تازانت            |
| داده‌های آزمون |       |      |       |        |                   |
| ۰/۹۷۲۹         | ۶/۰۸  | ۲/۶۵ | ۰/۰۴۷ | ۰/۹۷۲۷ | تازانت هایپربولیک |
| ۰/۹۷۳۳         | ۶/۰۱  | ۲/۴۵ | ۰/۰۴۷ | ۰/۹۷۳۰ | لگاریتم طبیعی     |
| ۰/۹۷۱۱         | ۶/۵   | ۲/۵۵ | ۰/۰۴۴ | ۰/۹۷۰۰ | سکانت هایپربولیک  |
| ۰/۹۷۱۴         | ۶/۶۸  | ۲/۵۸ | ۰/۰۴۹ | ۰/۹۷۰۰ | نمایی             |
| ۰/۹۷۵۷۰        | ۷/۲۶۹ | ۲/۶۹ | ۰/۰۵۱ | ۰/۹۷۷۸ | تازانت            |
| کل داده‌ها     |       |      |       |        |                   |
| ۰/۹۷۶۸         | ۷/۲۵  | ۲/۶۲ | ۰/۰۸۰ | ۰/۹۷۷۸ | تازانت هایپربولیک |
| ۰/۹۷۷۶         | ۷/۰۲  | ۲/۵۷ | ۰/۰۴۹ | ۰/۹۷۸۵ | لگاریتم طبیعی     |
| ۰/۹۷۹          | ۶/۰۹  | ۲/۴۹ | ۰/۰۴۳ | ۰/۹۸۱۴ | سکانت هایپربولیک  |
| ۰/۹۷۸۵         | ۶/۲۴  | ۲/۵۳ | ۰/۰۴۴ | ۰/۹۸۰۹ | نمایی             |
| ۰/۹۷۵۷         | ۷/۲۶  | ۲/۶۹ | ۰/۰۵۱ | ۰/۹۷۷۸ | تازانت            |

است. با دقت در مدل نمایی که پیش‌تر به‌عنوان بهترین مدل انتخاب شد، مشخص می‌شود که مقدار  $R^2$  به ترتیب برای داده‌های آموزش و آزمون برابر با ۰/۹۸۰۸ و ۰/۹۷۱۴ و مقدار RMSE نیز به ترتیب برابر با ۲/۵۰ و ۲/۵۸ است که این مقادیر دقت مطلوب مدل را نشان می‌دهند.

در شکل ۳، توانایی هریک از مدل‌های توسعه داده شده با مقایسه بین مدول برجهندگی اندازه‌گیری شده و مدول برجهندگی پیش‌بینی شده براساس داده‌های آموزش و آزمون آورده شده است. محدوده خطای ۲۰ درصد و همچنین مقادیر  $R^2$  و RMSE نیز با توجه به دقت هر مدل نشان داده شده



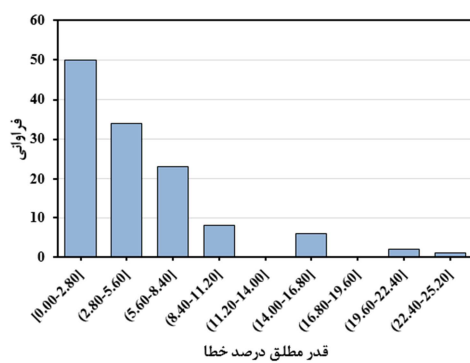
شکل ۳- مقایسه نتایج مدول برجهندگی پیش‌بینی‌شده و اندازه‌گیری‌شده براساس توابع مختلف

## ۳-۵- انتخاب مدل بهینه از دیدگاه دقت

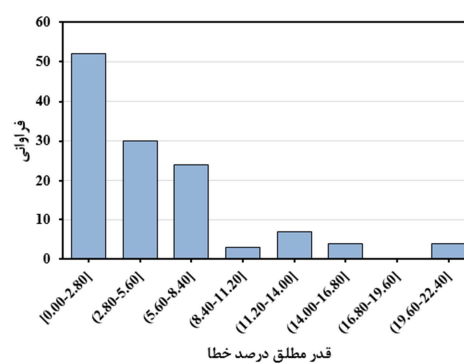
به‌منظور تعیین حداکثر خطای پیش‌بینی هریک از مدل‌های توسعه داده شده، فراوانی قدرمطلق درصد خطاها برای مجموع داده‌های آموزش و آزمون محاسبه گردید. هیستوگرام فراوانی قدرمطلق درصد خطاها در شکل ۴ نشان داده شده است. قدرمطلق درصد خطا برای هر داده از رابطه (۲۴) محاسبه گردید:

$$AEP_i = \frac{|Mr_i^M - Mr_i^P|}{Mr_i^M} \quad (24)$$

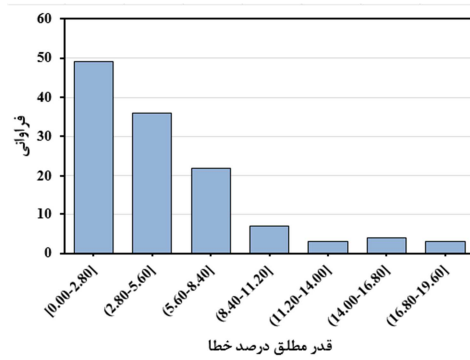
که در این رابطه،  $Mr_i^M$  مقدار اندازه‌گیری شده مدول برجهندگی،  $Mr_i^P$  مقدار پیش‌بینی شده مدول برجهندگی و  $AEP_i$  قدرمطلق درصد خطا برای داده نام می‌باشند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود حداکثر مقدار قدرمطلق درصد خطا برای مدل سکانت هایپربولیک و تانژانت هایپربولیک برابر با ۲۲/۴، مدل لگاریتم طبیعی برابر با ۲۵/۲، برای مدل نمایی برابر با ۱۹/۶ و برای مدل تانژانت برابر با ۲۸/۰ درصد است.



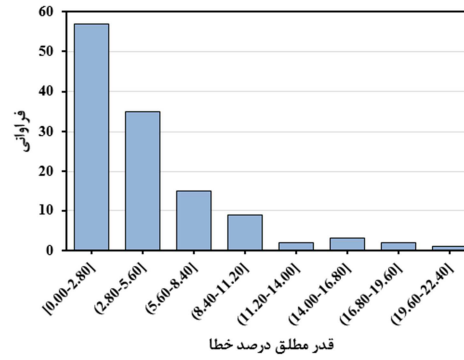
(ب) لگاریتم طبیعی



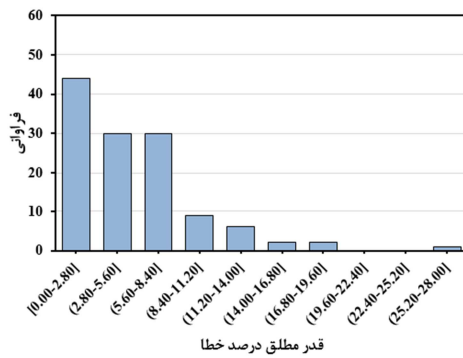
(الف) تانژانت هایپربولیک



(ت) نمایی



(پ) سکانت هایپربولیک



(ث) تانژانت

شکل ۴- هیستوگرام فراوانی قدرمطلق درصد خطا با توجه به مدل‌های مختلف

معادله جهت محاسبه مدول برجهدنگی به صورت صریح معرفی شده بود، از این معادلات به منظور پیش‌بینی مدول برجهدنگی برای مجموعه داده‌های آموزش و آزمون استفاده گردید.

در جدول ۶ مقادیر ضریب تعیین ( $R^2$ ) و جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) حاصل از مدل‌های توزیع نرمال، مدل GEP، مدل FA-MLP و EPR نشان داده شده است.

همانگونه که ملاحظه می‌شود، مدل توسعه داده شده براساس روش EPR دارای بیشترین مقدار ضریب تعیین در خصوص مجموعه داده‌های آموزش و همچنین دارای کمترین خطای RMSE در خصوص مجموعه داده‌های آزمون می‌باشد. دقت مدل FA-MLP با دقت مدل توسعه داده شده در این تحقیق قابل مقایسه است، با این وجود پیاده‌سازی محاسبات مربوط به این روش به دلیل بهره‌گیری از روش شبکه عصبی مصنوعی طولانی‌تر و شکل معادله بسیار پیچیده‌تر بوده و برای محاسبات دستی مناسب نیست.

بنابراین می‌توان دید که مدل نمایی با حداکثر خطای ۱۹/۶ درصد توانایی پیش‌بینی مدول برجهدنگی را دارد و در مقایسه با سایر مدل‌ها با خطای کمتری امکان پیش‌بینی مدول برجهدنگی را فراهم می‌کند.

## ۶- مقایسه مدل توسعه داده شده با سایر مدل‌ها

به‌منظور ارزیابی توانایی روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی، نتایج حاصل از این روش برای پیش‌بینی مدول برجهدنگی خاک بستر ریزدانه با نتایج سایر مدل‌های توسعه داده شده در این زمینه مقایسه گردید.

برای این منظور از نتایج مدل توزیع چندمتغیره، مدل توسعه داده شده براساس روش برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) و مدل توسعه داده شده براساس ترکیب الگوریتم کرم شب‌تاب (FA) و شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLP) استفاده شده است [۲۵، ۲۶ و ۴۱]. این مدل‌ها در بخش مقدمه معرفی شده‌اند. با توجه به اینکه در تحقیق‌های لیو و همکاران و صدروسادات و همکاران شکل

جدول ۶- مقایسه مدل‌های مختلف توسعه داده شده

| RMSE  |       | $R^2$  |        | روش         | محققان                   |
|-------|-------|--------|--------|-------------|--------------------------|
| آموزش | آزمون | آموزش  | آزمون  |             |                          |
| ۲/۷۵  | ۲/۸۰  | ۰/۹۶۹۹ | ۰/۹۸۰۰ | توزیع نرمال | لیو و همکاران [۲۶]       |
| ۳/۳۲  | ۳/۵۵  | ۰/۹۵۱۳ | ۰/۹۶۱۶ | GEP         | صدروسادات و همکاران [۲۵] |
| ۲/۶۸  | ۲/۲۹  | ۰/۹۸۰۱ | ۰/۹۸۰۱ | FA-MLP      | قربانی و همکاران [۴۱]    |
| ۲/۵۸  | ۲/۵۰  | ۰/۹۷۱۴ | ۰/۹۸۰۸ | EPR         | تحقیق حاضر               |

استفاده از درجه شاخص حساسیت استفاده شده است. درجه شاخص حساسیت را می‌توان توسط معادله (۲۵) محاسبه کرد:

$$R_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot y_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n x_{ij}^2 \cdot \sum_{j=1}^n y_j^2}} \quad (25)$$

## ۷- تحلیل حساسیت

در این مطالعه، از روش دامنه کسینوس ( $CAM^{20}$ ) برای تعیین درجه اهمیت هریک از پارامترهای ورودی برای پیش‌بینی مدول برجهدنگی خاک‌های ریزدانه با

<sup>20</sup>- Cosine Amplitude Method

توسعه‌یافته برای مطالعات پارامتریک و ارزیابی تأثیر هر پارامتر ورودی بر خروجی مدل است.

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، در این پژوهش پارامترهای ورودی  $q_c$ ،  $\gamma_d$ ،  $f_s$  و  $w$  هستند. در این مطالعه با استفاده از مدل بهینه EPR، تأثیر برهمکنش بین پارامترهای  $q_c$  و  $\gamma_d$ ، برهمکنش بین پارامترهای  $f_s$  و  $w$ ، برهمکنش بین پارامترهای  $q_c$  و  $w$ ، برهمکنش بین پارامترهای  $f_s$  و  $\gamma_d$ ، برهمکنش بین پارامترهای  $w$  و  $f_s$  بر روی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه ارزیابی شده است.

برای این منظور، پارامتر موردنظر بین حداقل مقدار و حداکثر مقدار آن تغییر داده شد و سایر پارامترها برابر با مقادیر متوسط در نظر گرفته شدند و سپس مدول برجهندگی با توجه به تغییر پارامتر موردنظر براساس مدل EPR تعیین گردید. نتایج مربوط به تحلیل پارامتریک در شکل ۶ نشان داده شده است.

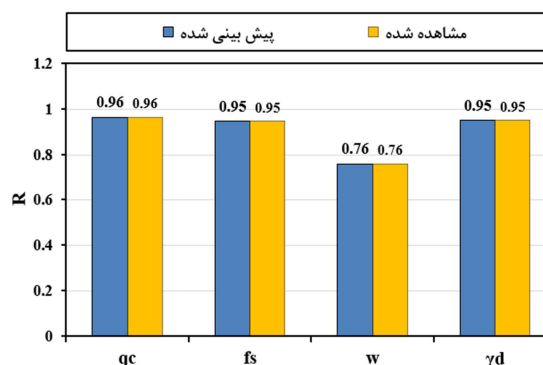
همان‌طور که ملاحظه می‌شود، برهمکنش  $q_c$  و  $f_s$  نشان می‌دهد که افزایش این دو پارامتر باعث افزایش مدول برجهندگی می‌شود. برهمکنش  $q_c$  و  $\gamma_d$  نشان‌دهنده تأثیر زیاد  $q_c$  در افزایش مدول برجهندگی و تأثیر کمتر  $\gamma_d$  در افزایش آن است. برهمکنش  $f_s$  و  $\gamma_d$  نشان می‌دهد که افزایش هر دو پارامتر  $f_s$  و  $\gamma_d$  افزایش مدول برجهندگی را در پی خواهند داشت. همچنین برهمکنش  $w$  و  $\gamma_d$  نشان‌دهنده تأثیر زیاد افزایش  $w$  در کاهش مدول برجهندگی و افزایش اندک  $\gamma_d$  در افزایش مدول برجهندگی است.

## ۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله ۵ مدل، با استفاده از روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی (EPR) جهت پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک بستر رسی توسعه داده شده است. برای این منظور از پایگاه داده‌ای شامل ۱۲۴ نمونه آزمایشی استفاده شده است. ورودی‌های همه مدل‌ها شامل مقاومت

در این معادله،  $X_{ij}$  متغیر نام مستقل را برای نقطه داده  $Z_j$  و  $Y_j$  متغیر وابسته را برای نقطه داده  $Z_j$  نشان می‌دهد (با توجه به  $X_{ij}$ ). مقدار  $R_i$  نزدیک به ۱ نشان‌دهنده اهمیت بیشتر پارامتر ورودی در برآورد پارامتر خروجی است، در حالی که  $R_i$  برابر با صفر عملاً امکان استخراج همبستگی را از بین می‌برد.

شکل ۵ درجه اهمیت متغیرهای ورودی را براساس نتایج حاصل از مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده مدول برجهندگی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، درجه اهمیت پارامترهای  $q_c$ ،  $\gamma_d$  و  $f_s$  تقریباً برابر است و کم‌اهمیت‌ترین پارامتر برای پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه با استفاده از نتایج آزمون نفوذ مخروط است. همچنین اختلاف  $R_i$  بین مقادیر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده مدول برجهندگی برای پارامترهای  $q_c$ ،  $\gamma_d$ ،  $f_s$  و  $w$  به ترتیب برابر با ۰/۰۵، ۰/۱۱، ۰/۰۴ و ۰/۰۱ درصد است که دقت بالای روش EPR را برای پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه نشان می‌دهد.

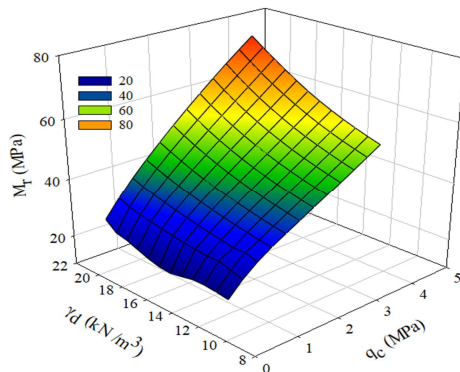


شکل ۵- اهمیت هر یک از متغیرها براساس روش CAM

## ۸- تحلیل پارامتریک

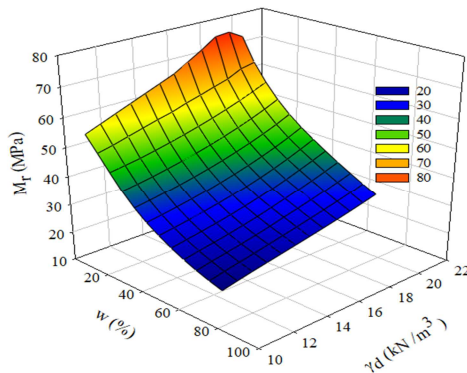
محدودیت‌های زمانی و هزینه‌ای و همچنین دسترسی محدود به تجهیزات مناسب به‌طور کلی موانع اصلی در مطالعات آزمایشگاهی هستند. در بیشتر موارد، بررسی تأثیر هر متغیر ورودی بر روی پارامتر خروجی، مستلزم ساخت چندین نمونه است که زمان‌بر و گران می‌باشند. یکی از مزایای مدل‌سازی استفاده از مدل‌های

رطوبت ( $w$ ) و چگالی خشک ( $\gamma_d$ ) بوده است.



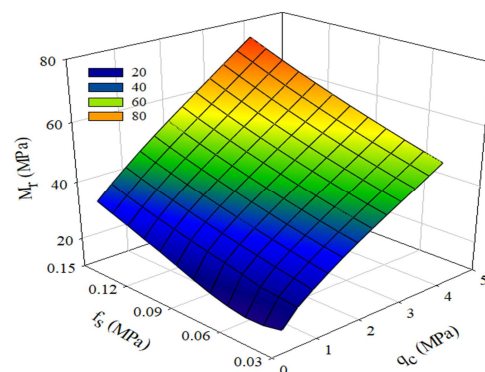
(ب) تأثیر مقاومت نوک مخروط و چگالی خشک خاک بر مدول

برجهندگی



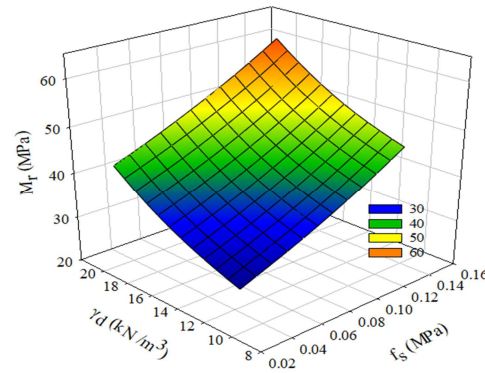
(ت) تأثیر چگالی خشک خاک و درصد رطوبت بر مدول برجهندگی

نوک مخروط ( $q_c$ )، مقاومت اصطکاکی جداره ( $f_s$ )، درصد



(الف) تأثیر مقاومت نوک مخروط و مقاومت اصطکاکی جداره بر مدول

برجهندگی



(پ) تأثیر مقاومت اصطکاکی جداره و چگالی خشک خاک بر مدول

برجهندگی

شکل ۶- نتایج مربوط به تحلیل پارامتریک

تحلیل حساسیت انجام شده بر روی این مدل، نشان داد که درجه اهمیت پارامترهای  $q_c$ ،  $\gamma_d$  و  $f_s$  تقریباً برابر و کم‌اهمیت‌ترین پارامتر برای پیش‌بینی مدول برجهندگی خاک‌های ریزدانه با استفاده از نتایج آزمون نفوذ مخروط است. همچنین تحلیل پارامتریک مدل بهینه، بیانگر تأثیر زیاد پارامترهای  $q_c$  و  $f_s$  در افزایش مدول برجهندگی است.

سپس مدل‌های توسعه داده شده براساس دقت و سادگی با یکدیگر مقایسه شده و مدل با تابع داخلی نمای به‌عنوان مدل بهینه انتخاب گردید. این مدل، مدول برجهندگی خاک بستر رسی را براساس ضریب رگرسیون ( $R^2$ ) برای داده‌های آموزش، آزمون و کل داده‌ها به ترتیب برابر ۰/۹۷۸۵، ۰/۹۷۱۴، ۰/۹۸۰۸ پیش‌بینی می‌کند.

مدل توسعه داده شده براساس تابع داخلی نمای امکان پیش‌بینی مدول برجهندگی با درصد خطای مطلق کمتر از ۲۰ درصد را فراهم می‌نماید.

## مراجع

- [1] Zaman, M., Solanki, P., Ebrahimi, A., & White, L. (2010). "Neural Network Modeling of Resilient Modulus Using Routine Subgrade Soil Properties", *International Journal of Geomechanics*, 10(1), 1-12.
- [2] AASHTO. (1993). *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures 1993*. American Association of State Highway and Transportation Officials, 1, Washington, D.C.



- [3] Natinal Cooperative Highway Research Program. (2004). *Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures*. ARA, Inc., ERES Division.
- [4] Gudishala, R. (2004). "Development of resilient modulus prediction models for base and subgrade pavement layers from in situ devices test results", Louisiana State University Master's Theses. 3929.
- [5] Hicks, R., & Monismith, C. (1971). "Factors influencing the resilient response of granular materials", *Highway Research Record*, 345, 15-31.
- [6] Kim, W., Labuz, J. (2007). *Resilient Modulus and Strength of Base Course with Recycled Bituminous Material*. Minnesota Department of Transportation, Research Services Section. Retrieved from the University of Minnesota Digital Conservancy, <https://hdl.handle.net/11299/5567>.
- [7] Kim, S.H., Yang, J., & Jeong, J. (2014). "Prediction of subgrade resilient modulus using artificial neural network", *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18(5), 1372-1379.
- [8] NCHRP. (2004). *National Cooperative Highway Research Program. Guide for Mechanisticempirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures. Part 2, Design Inputs*. Final Rep. No. NCHRP 1-37A, Washington, D.C.
- [9] Drumm, E. C., Boateng-Poku, Y., & Johnson Pierce, T. (1990). "Estimation of subgrade resilient modulus from standard tests", *Journal of Geotechnical Engineering*, 116(5), 774-789.
- [10] Kim, D. G. (1999). *Engineering properties affecting the resilient modulus of fine-grained soils as subgrade*. Doctoral dissertation, The Ohio State University.
- [11] George, K. P. (2004). *Prediction of resilient modulus from soil index properties* (No. FHWA/MS-DOT-RD-04-172). University of Mississippi.
- [12] Andrei, D., Witzak, M. W., Schwartz, C. W., & Uzan, J. (2004). "Harmonized resilient modulus test method for unbound pavement materials", *Transportation Research Record*, 1874(1), 29-37.
- [13] Kim, D., & Kim, J. R. (2007). "Resilient behavior of compacted subgrade soils under the repeated triaxial test", *Construction and Building Materials*, 21(7), 1470-1479.
- [14] Mazari, M., Navarro, E., Abdallah, I., & Nazarian, S. (2014). "Comparison of numerical and experimental responses of pavement systems using various resilient modulus models", *Soils and Foundations*, 54(1), 36-44.
- [15] Park, H. I., Kweon, G. C., & Lee, S. R. (2009). "Prediction of resilient modulus of granular subgrade soils and subbase materials using artificial neural network", *Road Materials and Pavement Design*, 10(3), 647-665.
- [16] Heidarabadzadeh, N., Ghanizadeh, A. R., & Behnood, A. (2021). "Prediction of the resilient modulus of non-cohesive subgrade soils and unbound subbase materials using a hybrid support vector machine method and colliding bodies optimization algorithm", *Construction and Building Materials*, 275, 122140.
- [17] Ghanizadeh, A. R., & Rahrovan, M. (2016). "Application of artifitial neural network to predict the resilient modulus of stabilized base subjected to wet dry cycles", *Comput. Mater. Civ. Eng*, 1, 37-47.
- [18] Ghanizadeh, A. R., Heidarabadzadeh, N., & Heravi, F. (2021). "Gaussian Process Regression (GPR) for Auto-Estimation of Resilient Modulus of Stabilized Base Materials", *Journal of Soft Computing in Civil Engineering*, 5(1), 80-94.
- [19] Heukelom, W., & Klomp, A. (1962). "Dynamic Testing as a Means of Controlling Pavements During and after Construction", 203(1), 495-510.
- [20] Duncan, J., & Buchignani, A. (1976). *An Engineering Manual for Settlement Studies*. University of California, Berkeley CA. University of California, Berkeley CA.
- [21] Mohammad, L., Titi, H., & Herath, A. (1999). "Evaluation of resilient modulus of subgrade soil by cone penetration test", *Transportation Research Record*, 1(1652), 236-245.
- [22] Mohammad, L., Titi, H., & Herath, A. (2002). *Effect of moisture content and dry unit weight on the resilient modulus of subgrade soils predicted by cone penetration test*. Washington, DC: Publication FHWA-LA-00-355. U.S. Department of Transportation, FHWA.
- [23] Dehler, W., & Labuz, J. (2007). *Cone Penetration Testing In Pavement Design*. Minnesota Department of Transportation. Minnesota Department of Transportation, Research Services Section. Retrieved from <https://hdl.handle.net/11299/5590>
- [24] Mohammad, L., Herath, A., Abu-Farsakh, M., Gaspard, K., & Gudishala, R. (2007). "Prediction of Resilient Modulus of Cohesive Subgrade Soils from Dynamic Cone Penetrometer Test Parameters", *Journal of Materials in Civil Engineering*, 19(11), 986-992.
- [25] Sadrossadat, E., Ghorbani, B., Zohourian, B., Kaboutari, M., & Rahimzadeh Oskooei, P. (2020). "Predictive modelling of the MR of subgrade cohesive soils incorporating CPT-related parameters through a soft-computing approach", *Road Materials and Pavement Design*, 21(3), 701-719.
- [26] Liu, S., Zou, H., Cai, G., Bheemasetti, T. V., Puppala, A. J., & Lin, J. (2016). "Multivariate correlation among resilient modulus and cone penetration test parameters of cohesive subgrade soils", *Engineering Geology*, 209, 128-142.
- [27] Puppala, A. J., Acar, Y. B., & Tumay, M. T. (1995). "Cone Penetration in Very Weakly Cemented Sand", *Journal of Geotechnical Engineering*, 121(8), 589-600.
- [28] Lunne, T., Robertson, P., & Powell, J. J. (1997). *Cone Penetration Testing in Geotechnical Practice*.

London: Blackie Academic and Professional, CRC Press.

- [29] Mayne, P. W. (2007). *Cone penetration testing: a synthesis of highway practice*. Washington, D.C.: NCHRP Synthesis 368. Transportation Research Board, National Academies Press, Washington, D.C.
- [30] Liu, S., Cai, G., Puppala, A. J., & Tu, Q. (2011). "Prediction of embankment settlements over marine clay using piezocone penetration tests", *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 70(3), 401-409.
- [31] Cai, G., Liu, S., Puppala, A. J., & Tong, L. (2011). "Assessment of the coefficient of lateral earth pressure at rest ( $K_0$ ) from in situ seismic tests", *Geotechnical Testing Journal*, 34(4), 310-320.
- [32] Cai, G., Liu, S., & Puppala, A. J. (2012). "Reliability assessment of CPTU-based pile capacity predictions in soft clay deposits", *Engineering Geology*, 141-142, 84-91.
- [33] Cai, G., Puppala, A. J., & Liu, S. (2014). "Characterization on the correlation between shear wave velocity and piezocone tip resistance of Jiangsu clays", *Engineering Geology*, 171, 96-103.
- [34] Olsen, R. S. (1994). *Normalization and prediction of geotechnical properties using the cone penetrometer test (CPT)*. University of California, Berkeley.
- [35] Hassan, A. B. (1996). *The effects of material parameters on Dynamic Cone Penetrometer results for fine-grained soils and granular materials*. Oklahoma: Oklahoma State University Stillwater.
- [36] George, K. P., & Uddin, W. (2000). *Subgrade characterization for highway pavement design*. Final Report. Jackson: Mississippi Department of Transportation.
- [37] Herath, A., Mohammad, L. N., Gaspard, K., Gudishala, R., & Abu-Farsakh, M. Y. (2005). "The use of dynamic cone penetrometer to predict resilient modulus of subgrade soils", In *Advances in pavement engineering*, 1-16
- [38] Zou, H., Liu, S., Cai, G., Puppala, A. J., & Bheemasetti, T. V. (2017). "Multivariate correlation analysis of seismic piezocone penetration (SCPTU) parameters and design properties of Jiangsu quaternary cohesive soils", *Engineering Geology*, 228, 11-38.
- [39] Zhang, Y., Li, T., & Wang, Y. (2011). "Theoretical elastic solutions for foundations improved by geosynthetic-encased columns", *Geosynthetics International*, 18(1), 12-20.
- [40] Zhang, W. (2020). "MARS use in prediction of collapse potential for compacted soils", In *MARS applications in geotechnical engineering systems*, Springer, Singapore, 27-46.
- [41] Ghorbani, B., Arulrajah, A., Narsilio, G., Horpibulsuk, S., & Bo, M. W. (2020). "Hybrid Formulation of Resilient Modulus for Cohesive Subgrade Soils Utilizing CPT Test Parameters", *Journal of Materials in Civil Engineering*, 32(9), 06020011.
- [42] Giustolisi, O., & Savic, D. A. (2006). "A symbolic data-driven technique based on evolutionary polynomial regression", *Journal of Hydroinformatics*, 8(3), 207-222.
- [43] Giustolisi, O., & Savic, D. (2009). "Advances in data-driven analyses and modelling using EPR-MOGA", *Journal of Hydroinformatics*, 11(3-4), 225-236.
- [44] Liu, S., Zou, H., Cai, G., Bheemasetti, T. V., Puppala, A. J., & Lin, J. (2016). "Multivariate correlation among resilient modulus and cone penetration test parameters of cohesive subgrade soils", *Engineering Geology*, 209, 128-142.
- [45] ASTM D5778. (2012). *International Standard Test Method for Electronic Friction Cone and Piezocone Penetration Testing of Soils*. Annual Book of ASTM Standards. ASTM International, West Conshohocken, PA.
- [46] ISSMFE, I. (1989). *Report of the ISSMFE Technical Committee on Penetration Testing of Soils -TC 16 with Reference Test Procedures*. International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering.
- [47] Ghani, A., Shahin, M., & Nikraz, H. (2012). "Use of Evolutionary Polynomial Regression (EPR) for Prediction of Total Sediment Load of Malaysian Rivers", *International Journal of Engineering*, 6(5), 262-277.
- [48] AASHTO T307. (2003). *Determining the Resilient Modulus of Soils and Aggregate Materials*. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC. Standard Specifications for Transportation Materials and Methods of Sampling and Testing, Washington, D.C.