

M. Nikouei Mahani

Department of Civil
Engineering, Research
Institute for Natural Disasters,
Shakhes pajouh, Esfahan, Iran.

e-mail: civilman1390@gmail.com

A. Mahmoudzade*

Department of Civil
Engineering, Research
Institute for Natural Disasters,
Shakhes pajouh, Esfahan, Iran.

e-mail: Amiramj1@yahoo.com

M. Emamgholi Babadi

Department of Civil
Engineering, Research
Institute for Natural Disasters,
Shakhes pajouh, Esfahan, Iran.

e-mail: Civilman2007@gmail.com

Expression an Effective Method in Generation of Random Samples to Calculate the Failure Probability of Structures With MC Method

Reliability theory is a part of the general theory of probability that earned a special place in engineering science over recent decades. This theory has a logical framework. It provides the actual safety assessment possibility of a system by analyzing the uncertainties using mathematical methods. These uncertainties are caused by the statistical nature of engineering problems. Reliability is a scale that can measure the probability of failure or safety of a system. So far, various methods have been proposed to estimate the probability of failure of a phenomenon. MCS is one of the most important and most widely used approaches in this field. Many steps will be removed by providing a simple and effective method. The data generated in this method is based on the histogram. SGH, there is no need to curve fitting test. This method is very useful in case data on the studied phenomenon be available in sufficient number, and continuous histograms could be created. The general performance of SGH is passing the histogram of uniform data scattered in three-dimensional space and select samples in the diagram area. As well as, it provided three practical examples. The first one is estimating the failure probability of a concrete beam under moment load with four random variables. The second example expressed failure probability of a steel beam, and the third one is about sliding and overturning failure of SHAFAROUND concrete gravity dam. Results were compared with the usual method of sample generation and indicated the effectiveness and accuracy of the responses of the proposed method.

Keywords: Sample generation; Reliability; Histogram; Monte Carlo; Probability of failure.

* Corresponding author

Received 08 September 2019, Revised 04 November 2019, Accepted 09 November 2019.

DOI: 10.22091/cer.2019.4781.1171

ارائه روشی مؤثر در تولید نمونه‌های تصادفی برای محاسبه احتمال خرابی سازه‌ها به روش مونت کارلو

نظریه قابلیت اطمینان، شاخه‌ای از تئوری عمومی احتمالات است که طی دهه‌های اخیر، به تدریج جایگاه ویژه‌ای در علوم مهندسی کسب کرده است. به‌طور کل، قابلیت اطمینان، مقیاسی است که می‌توان احتمال خرابی و یا سلامت یک سیستم را توسط آن سنجید. تاکنون روش‌های متنوعی در برآورد احتمال خرابی یک پدیده ارائه شده است که روش مونت کارلو یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها در این زمینه است. در پژوهش حاضر با ارائه یک روش بسیار مؤثر و ساده، تعداد زیادی از گام‌های مورد نیاز در تولید داده‌های تصادفی حذف خواهند شد. تولید داده در این روش، بر مبنای نمودار هیستوگرام بوده و هیچ نیازی به آزمون‌های سازگار نمودن توابع مختلف با داده‌ها نمی‌باشد. این روش در مواردی بسیار پرکاربرد می‌باشد که داده‌های مربوط به پدیده مورد بررسی به تعداد کافی در دسترس بوده تا نمودار هیستوگرام پیوسته‌ای ایجاد شود. با گذراندن این نمودار از داده‌های یکنواخت پراکنده شده در فضای سه‌بعدی، می‌توان متغیرهایی با توزیع کاملاً هماهنگ با داده‌ها به‌دست آورد. همچنین چهار مثال عملی در مورد برآورد احتمال خرابی یک تیر بتن مسلح یک دهانه و تیر فولادی چند دهانه، احتمال خرابی لغزشی و واژگونی سد بتنی وزنی شفاورد و احتمال خرابی قوسی پل بوروکریگ ارائه شده که نتایج آن بیانگر کارایی و دقت روش پیشنهادی می‌باشد.

واژگان کلیدی: تولید نمونه، قابلیت اطمینان، هیستوگرام، مونت کارلو، احتمال خرابی.

مهدی نیکوئی ماهانی

پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.
پست الکترونیک:
civilman1390@gmail.com

امیر محمودزاده*

پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.
پست الکترونیک:
Amiramj1@yahoo.com

منوچهر امامقلی بابادی

پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.
پست الکترونیک:
Civilman2007@gmail.com

۱- مقدمه

واقعیت رخ می‌دهد ارتباط برقرار می‌کند. به‌طور کلی برای به‌دست آوردن قابلیت اطمینان با روش‌های معمول، لازم است تا این مراحل طی شود:

(الف) مرزبندی روشن بین ضوابط خرابی و سلامت طرح مورد نظر، یا به‌عبارتی ارائه یک تعریف دقیق برای خرابی؛

(ب) انتخاب یک مدل قطعی که متغیرهای اصلی را به ضابطه خرابی یا ایمنی مربوط سازد؛

(ج) تشخیص عدم قطعیت در مدل اصلی؛

(د) به‌دست آوردن توابع توزیع احتمال به‌همراه

ممان‌های آماری متغیرهای اصلی [۲].

با انجام مراحل ذکر شده، می‌توان به تحلیل لازم برای به‌دست آوردن قابلیت اطمینان پرداخت. بخش (د)

بهترین تعریفی که تاکنون برای نظریه قابلیت اطمینان بیان شده توسط مؤسسه ملی هوافضای آمریکا^۱ است که این‌چنین می‌باشد: قابلیت اطمینان، احتمال عملکرد باکیفیت یک سیستم، تحت شرایط کاری از پیش تعیین شده و برای مدت زمانی معین است [۱]. این تعریف، مشخص می‌کند قابلیت اطمینان بیانگر نوعی احتمال است که بین عملکرد سیستم، با آنچه که در

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۱۷، بازنگری: ۱۳۹۸/۰۸/۱۳، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۸/۱۸
DOI: 10.22091/cer.2019.4781.1171 شناسه دیجیتال

^۱- NASA

از گام‌های ذکر شده دارای پیچیدگی‌های زیاد بوده و گاهی در برخی موارد ممکن است تابع مناسبی برای توزیع داده‌ها یافت نشود [۳]. لذا این مرحله در روش پیشنهادی حذف شده و با ارائه بیانی ساده از تولید داده‌ها، به راحتی می‌توان برای هر نوع توزیعی بدون هیچ‌گونه آزمونی، نمونه‌هایی کاملاً مطابق با داده‌های آماری متغیرهای تصادفی تولید نمود.

اولین مرحله از تئوری قابلیت اطمینان طی سال‌های ۱۹۲۰ تا ۱۹۶۰ شروع شد [۴]. فارسل^۲ در سال ۱۹۲۴، اصل بهینه‌یابی را مطرح نمود و میر^۳ نیز در سال ۱۹۲۶، طرحی را براساس میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی پیشنهاد کرد [۵]. جانسون^۴ در سال ۱۹۵۳، با استفاده از توابع ویبول^۵ تئوری قابلیت اطمینان سازه و طراحی اقتصادی را که شامل تئوری‌های آماری بود، مطرح کرد [۶]. در پژوهشی دیگر، مسائل مقدماتی ایمنی سازه یک عضو تحت بار تصادفی را ارائه گردید [۷]. در سال ۱۹۶۰ محقق دیگری، اندازه‌های ایمنی را مطرح کرد [۸]. بعدها شاخص ایمنی بیان شد و سپس الگوریتمی را جهت استفاده از ممان دوم پیشنهاد گردید [۹]. لیند^۶، نشان داد که شاخص ایمنی کرنل برای به دست آوردن مجموعه‌ای از فاکتورهای ایمنی در بارها و مقاومت‌ها لازم است [۱۰]. این بررسی با تحلیل قابلیت اطمینان برای استفاده کاربردی در روش‌های طراحی مرتبط بود که توسط راویندرا^۷ ارائه گردید [۱۱]. در ادامه کار بر روی نظریه قابلیت اطمینان ممان دوم، مشکلات عدم یگانگی پاسخ و شاخص قابلیت اطمینان مشخص شد که در سال ۱۹۷۳ به‌طور جداگانه مسائل عدم تغییر^۸ کشف شد [۱۲]. در حدود سال ۱۹۷۰، طراحی سازه براساس قابلیت اطمینان ممان دوم ارائه شد و به‌طور وسیعی مورد

استفاده قرار گرفت [۱۳]. به‌طوری که در سال ۱۹۷۰ تا ۱۹۷۴ شاخص قابلیت اطمینان با تعریف کوتاه‌ترین فاصله از سطح خرابی تا مبدأ مختصات در توزیع نرمال استاندارد توسط هاسوفر^۹ و لیند ارائه گردید [۱۰]. پژوهشگری دیگر، اثر خطاهای انسانی در نظریه قابلیت اطمینان را مورد بررسی قرار داده و به این نتیجه رسید که تقریباً همیشه خطاهای انسانی باعث ایجاد خرابی می‌شود [۱۴]. محققان در سال ۱۹۷۸، الگوریتمی برای محاسبه قابلیت اطمینان سازه تحت بار ترکیبی ارائه نمودند [۷]. همچنین، مک‌کی^{۱۰} و همکاران روش نمونه‌گیری لاتین را ابداع نمودند. در این روش، محدوده تغییرات هر متغیر به بازه‌هایی با احتمال مساوی تقسیم شده و فضای متغیرها به صورت ابرمکعب‌هایی تقسیم می‌شوند که نمونه‌گیری از محدوده هر یک از این ابرمکعب‌ها به عمل می‌آید و نهایتاً احتمال خرابی به شکل معمول براساس قضیه احتمال کل به دست می‌آید [۱۵]. در حدود سال‌های ۱۹۸۲ تافت کریستن^{۱۱}، روش جداسازی β را برای تحلیل قابلیت اطمینان سیستم‌های سازه‌ای در تئوری قابلیت اطمینان ممان دوم- مرتبه اول بیان کرد [۱۶]. بعدها به کمک سورنسن^{۱۲} این روش، تکمیل گردید [۲]. در سال ۱۹۸۴، در پژوهشی، روش شبیه‌سازی نمونه‌گیری با اهمیت ارائه شد [۱۷].

در روش‌های متداول تولید نمونه‌های تصادفی و محاسبه احتمال خرابی به روش مونت کارلو، توابع مختلف توزیع احتمال بر روی هیستوگرام داده‌ها قرار داده می‌شوند، تابع با کمترین خطا انتخاب شده و نمونه‌ها توسط معکوس تابع تجمعی تابع مورد نظر تولید می‌شوند. در این مطالعه، روشی جدید برای تولید نمونه‌های تصادفی ارائه شده است. اساس این روش، استفاده از خود نمودار هیستوگرام داده‌ها می‌باشد. به این ترتیب که

²- Farsell

³- Mayer

⁴- Johnson

⁵- Weibull

⁶- Lind

⁷- Ravindra

⁸- Invariance

⁹- Hasofer

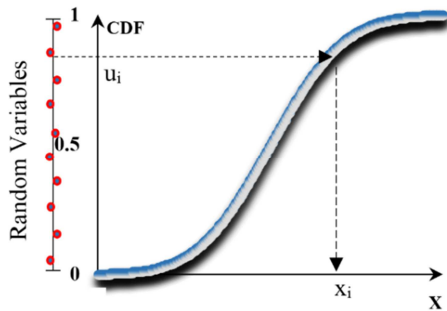
¹⁰- McKay

¹¹- Thoft Christensen

¹²- Sorensen

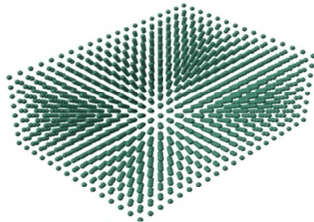
(الف) تولید اعداد تصادفی v_i در بازه صفر و یک؛
 (ب) انتقال این اعداد تصادفی به تابع توزیع تجمعی
 احتمال؛

(ج) به دست آوردن مقدار X_i هر نمونه با استفاده از
 معکوس تابع تجمعی در نقطه تصادفی v_i [۲ و ۲۰]
 [۲۰]. این مراحل به صورت شماتیک در شکل ۱
 نشان داده شده‌اند.



شکل ۱- مراحل تولید اعداد تصادفی با استفاده از معکوس تابع
 تجمعی [۲ و ۲۰]

با بیان دیدگاهی دیگر، می‌توان تولید داده‌ها در این
 روش را مطابق شکل ۲ بیان کرد.



(ب) در نظر گرفتن نمونه‌ها با توزیع یکنواخت در فضا

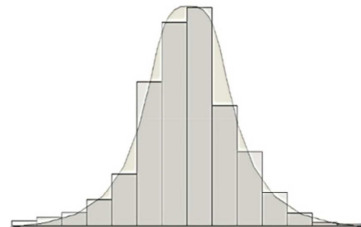


(د) برگزیدن نمونه‌هایی واقع در ناحیه تابع توزیع

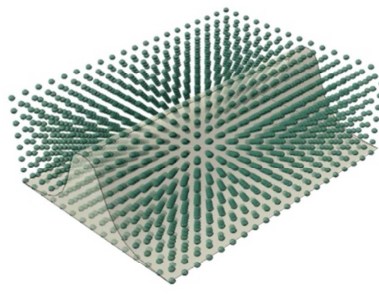
هیستوگرام داده‌ها از فضای یکنواخت نمونه‌ها در فضا
 عبور داده شده و تمامی نقاط قرار گرفته شده در محدوده
 هیستوگرام به‌عنوان نمونه تصادفی انتخاب می‌شوند.

۲- تولید داده‌ها به روش معمول برای محاسبه احتمال خرابی به روش مونت کارلو

روش مونت کارلو عبارت است از هنر تقریب زدن
 امید ریاضی با استفاده از میانگین نمونه‌ای تابعی از
 متغیرهای تصادفی شبیه‌سازی شده [۱۸ و ۱۹]. امروزه
 این روش به‌طور گسترده تقریباً در تمامی رشته‌های
 مهندسی برای ارزیابی میزان احتمال خرابی قطعات
 مکانیکی، الکتریکی و انواع سازه‌ها کاربرد دارد. احتمال
 خرابی یک سیستم با استفاده از این روش، با تقسیم تعداد
 نقاطی که در ناحیه خرابی قرار می‌گیرند بر تعداد تمامی
 نمونه‌های شبیه‌سازی شده، به دست می‌آید [۱۹]. این
 نمونه‌ها با استفاده از معکوس تابع توزیع تجمعی احتمال
 به دست می‌آیند [۲، ۱۹ و ۲۰]. به‌طور کل، سه مرحله
 برای تولید نمونه‌های تصادفی وجود دارد. این سه مرحله
 عبارتند از:



(الف) سازگار نمودن نمودار تابع توزیع با نمودار هیستوگرام

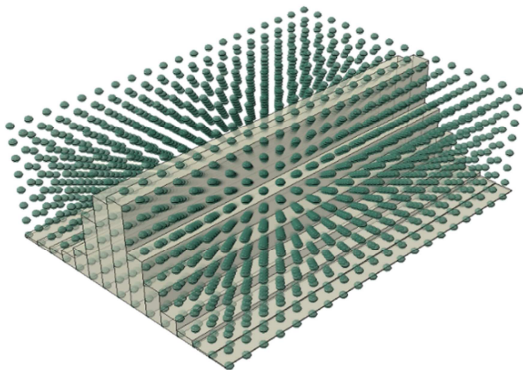


(ج) عبور دادن تابع توزیع از فضای سه‌بعدی نمونه‌ها

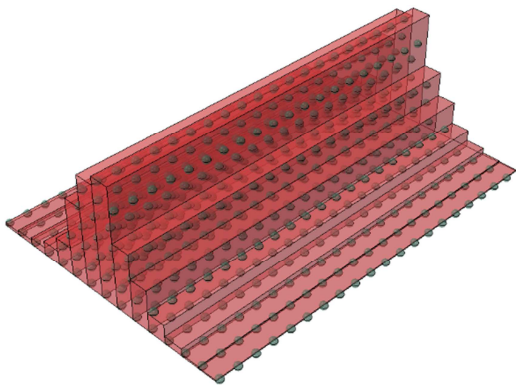
شکل ۲- شمای کلی از روش ارائه شده

در روش پیشنهادی با نام مخفف SGH^{15} ، به جای استفاده از توابع توزیع احتمالاتی، از خود نمودار هیستوگرام استفاده می‌شود. به این صورت که بدون استفاده از تابع توزیع، نمودار هیستوگرام نسبی داده‌ها از میدان یکنواخت فضای نمونه عبور داده می‌شوند و نقاطی که در ناحیه نمودار هیستوگرام قرار گرفتند به عنوان نمونه‌های تصادفی انتخاب می‌گردند.

با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود که نمونه‌ها بدون استفاده از هیچ‌گونه تابع توزیع تولید شده‌اند. برای این منظور، داده‌ها به نرم‌افزار متلب وارد شده و پس از انجام تحلیل، نمودار هیستوگرام آنها ایجاد می‌شود.



شکل ۳- عبور دادن هیستوگرام از فضای سه‌بعدی نمونه‌ها



شکل ۴- انتخاب نمونه‌های قرار گرفته در ناحیه هیستوگرام

در ادامه با توجه به تعداد نمونه‌های مورد نیاز و در نظر گرفتن احتمال هر باند، در صورت قرارگیری

مطابق شکل ۲- (الف)، برای تولید نمونه‌ها ابتدا هیستوگرام فراوانی نسبی داده‌ها رسم شده، سپس بهترین تابع توزیع مربوط به آن انتخاب می‌شود. در دیدگاه ارائه شده طبق شکل ۲- (ب)، میدانی از نمونه‌ها با توزیع یکنواخت در فضای سه‌بعدی در نظر گرفته می‌شود. سپس تابع توزیع ذکر شده از فضای نمونه‌ها مانند شکل ۲- (ج) عبور داده خواهد شد. در آخر، نقاطی که در ناحیه درونی تابع توزیع قرار می‌گیرند، به عنوان نمونه‌های تصادفی انتخاب می‌شوند. این نقاط دارای توزیعی مشابه با داده‌های اولیه که در هیستوگرام ارائه شدند خواهند بود. پس از آن این نقاط تولید شده در تابع شرایط حدی قرار داده شده و احتمال خرابی توسط آن محاسبه خواهد شد

۳- روش پیشنهادی برای تولید داده‌ها

در روش‌های معمول تولید نمونه، نیاز است ابتدا چندین تابع توزیع مطابق با میانگین و واریانس و در برخی موارد چندین پارامتر دیگر نمونه‌ها، ایجاد شود؛ سپس این توابع توزیع بر روی نمودار هیستوگرام داده‌ها قرار داده شده و با استفاده از آزمایش‌های مختلف مانند کالاسکوور^{۱۳} و یا کولموگروف-اسمیرنوف^{۱۴}، تابعی که دارای کمترین درصد خطا با توزیع نمونه‌هاست، به عنوان بهترین تابع توزیع انتخاب شود. در ادامه، می‌بایست توسط معکوس تابع تجمعی آن، نمونه‌هایی مطابق با توزیع داده‌ها تولید شوند.

روش معمول ذکر شده بسیار زمان‌بر بوده و انتخاب بهترین تابع توزیع، نیازمند پذیرفتن مقداری خطا می‌باشد. همچنین محاسبه معکوس تابع توزیع تجمعی نیز دشوار بوده، گاهی برای برخی توابع غیرممکن بوده و نیازمند استفاده از روش‌های تقریبی می‌باشد. برای از بین بردن این تقریب‌ها و مشکلات، راه‌حل جدیدی در این مطالعه ارائه شده است.

¹³- Chi-Squared

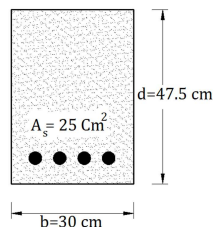
¹⁴- Kolmogorov-Smirnov

¹⁵- Sample Generation with Histogram

سراسری سه دهانه تحت بار گسترده را بیان می‌کند. سومین مثال، به احتمال خرابی لغزشی و واژگونی یک سد بتنی وزنی تحت بارگذاری هیدرواستاتیک، هیدرودینامیک و زمین‌لرزه اختصاص دارد.

۴-۱- احتمال خرابی تیر بتن مسلح

اولین مسئله تشریح شده مربوط به محاسبه احتمال خرابی تیر بتن مسلح تحت لنگر می‌باشد که مقطع آن در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶- سطح مقطع تیر بتن مسلح [۲۰]

لنگر قابل تحمل در مقطع نشان داده شده در شکل ۶، از رابطه (۱) محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$M = A_s F_y \left(d - 0.59 \frac{A_s F_y}{f'_c \times b} \right) = \quad (1)$$

در رابطه (۱)، A_s سطح مقطع فولاد، F_y تنش حد جاری شدن فولاد، f'_c مقاومت فشاری بتن، b عرض مقطع تیر و d عمق مؤثر آن می‌باشد. هدف، تعیین حالت حدی است که در آن تجاوز لنگر بارهای وارده از لنگر قابل تحمل مقطع، مورد بررسی قرار گرفته است تا بتوان توسط آن احتمال خرابی تیر را محاسبه نمود. بنابراین تابع حالت حدی تیر را می‌توان طبق رابطه (۲) نوشت [۲۰]:

$$g_{ConcreteBeam} (A_s, F_y, f'_c, Q) = F_y d - 0.59 \frac{(A_s F_y)^2}{f'_c \times b} - Q \quad (2)$$

در رابطه (۲)، Q نشان‌دهنده لنگر ناشی از بارهای وارده به تیر می‌باشد. متغیرهای تصادفی این مسئله عبارتند از: A_s ، F_y ، f'_c و Q . مقادیر b و d نیز قطعی فرض شده‌اند.

نمونه‌های یکنواخت در ناحیه سه‌بعدی ایجاد شده توسط هیستوگرام، به‌عنوان یک نمونه انتخاب می‌شوند. فلوجارت روش پیشنهادی در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- فلوجارت روش ارائه شده

۴- مثال‌ها

در بخش حاضر، چهار مثال کاربردی از دو روش معمول و روش بیان شده ارائه می‌شود و پاسخ‌های به‌دست آمده از هر روش با یکدیگر مقایسه می‌گردد. مثال اول مربوط به احتمال خرابی تیر بتن مسلح تحت لنگر می‌باشد. مثال دوم، احتمال خرابی یک تیر فولادی

روش بسیار به یکدیگر نزدیک بوده و پراکندگی پاسخ که حاصل تولید اعداد تصادفی می‌باشد، با این تعداد نمونه جبران شده است. میانگین احتمال خرابی که با خطوط پیوسته نمایش داده شده است، در هر دو روش، تطابق بسیار بالایی با یکدیگر داشته‌اند.

۴-۲- احتمال خرابی تیر سراسری سه دهانه

مثال دوم ارائه شده در پژوهش حاضر، مربوط به میزان نشست تیر فولادی سراسری سه دهانه تحت بار زنده w می‌باشد که در شکل ۸ نشان داده شده است. متغیرهای تصادفی که در این مسئله وجود دارند عبارتند از: بار گسترده (w)، مدول الاستیسیته (E) و ممان اینرسی (I). طول دهانه (L) نیز مقدار ثابت ۵ متر در نظر گرفته شده است.

طبق بند ۱۰-۲-۱۰-۲-۱۰ مبحث دهم مقررات ملی ساختمان (طرح و اجرای ساختمان‌های فولادی) حداکثر تغییرشکل ناشی از بار زنده تیرها و شاهتیرهایی که سقف نازک‌کاری شده را تحمل می‌کنند، نباید از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر شود. از طرفی در آیین‌نامه AISC ذکر شده است که بیشترین خیز تیر مورد بحث برابر $\frac{wL^4}{EI} \leq 0.0069$ می‌باشد که در فاصله $L/4$ از دو انتهای آن به‌وجود می‌آید. بنابراین تابع حالت حدی را می‌توان طبق رابطه (۳) نوشت:

$$g_{SteelBeam}(w, L, E, I) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{wL^4}{EI} \quad (3)$$

با برازش داده‌های عددی مربوط به هرکدام از پارامترهای بار گسترده، مدول الاستیسیته و ممان اینرسی، هیستوگرام و توابع توزیع مطابق با جدول ۲ به‌دست آمد.

با توجه به جدول ۲، هر سه متغیر تصادفی در این مثال، دارای توزیع نرمال بوده‌اند. این بار هم مشابه با قبل نمونه‌های تصادفی به تعداد ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ۴۰۰۰ و ۵۰۰۰ نمونه با استفاده از توابع توزیع نرمال تولید شدند.

پس از انجام تحلیل بر روی داده‌های مربوط به سطح مقطع میلگرد، تنش جاری شدن میلگرد، مقاومت فشاری بتن و لنگرهای وارده که به‌عنوان متغیر تصادفی در نظر گرفته شدند، با ارزیابی توابع نرمال^{۱۶}، لوگ نرمال^{۱۷}، بتا^{۱۸}، ویبول، گاما^{۱۹}، یکنواخت^{۲۰}، نمایی^{۲۱} و رایلی^{۲۲}، نتایج به‌دست آمده مطابق جدول ۱ به‌دست آمد. همانطور که در جدول ۱ بیان شد، متغیرهای سطح مقطع میلگرد، تنش حد جاری شدن فولاد و مقاومت بتن، دارای توزیع نرمال بوده و لنگر وارده از تابع توزیع ویبول پیروی می‌کند. نمونه‌های تصادفی توسط هر دو روش به تعداد ۱۰۰۰، ۲۰۰۰، ۳۰۰۰، ۴۰۰۰ و ۵۰۰۰ نمونه با استفاده از این توابع و پارامترهای مربوط به تابع، تولید شدند. سپس نمونه‌ها در تابع شرایط حدی قرار داده شده و برای هرکدام از تعداد نمونه‌ها، احتمال خرابی تیر ۱۰ مرتبه محاسبه گردید. میانگین ۱۰ پاسخ به‌دست آمده به‌عنوان احتمال خرابی تیر مورد بررسی قرار گرفت. همچنین بار دیگر، نمونه‌های تصادفی توسط روش نوین ارائه شده در این پژوهش به کمک هیستوگرام تولید شدند و احتمال خرابی با پنج تعداد مختلف نمونه ذکر شده محاسبه شد. این احتمال نیز برای هرکدام از تعداد نمونه‌ها ۱۰ مرتبه به‌دست آمد و میانگین آن با احتمال خرابی به‌دست آمده توسط تابع توزیع، مورد بحث قرار گرفت.

با توجه به شکل ۷، با استفاده از ۱۰۰۰ نمونه، مشاهده می‌شود که پراکندگی پاسخ‌ها زیاد می‌باشد، اما میانگین احتمال خرابی که با استفاده از روش معمول و روش SGH به‌دست آمد کاملاً برهم منطبق بوده است. با افزایش تعداد نمونه‌ها، پراکندگی پاسخ‌های به‌دست آمده کمتر شد و نتایج به‌هم نزدیک‌تر شدند. به‌طوری که با استفاده از ۵۰۰۰ نمونه، پاسخ‌های به‌دست آمده از هر دو

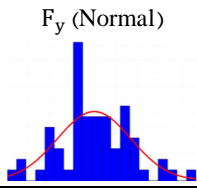
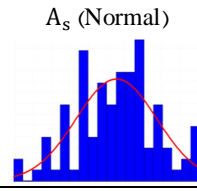
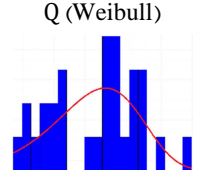
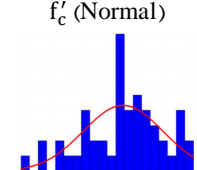
16- Normal
17- Log Normal
18- Beta
19- Gamma
20- Uniform
21- Exponential
22- Rayleigh

و به کمک هیستوگرام، تولید شدند و احتمال خرابی با پنج تعداد مختلف نمونه ذکر شده محاسبه شد. این احتمال نیز برای هرکدام از تعداد نمونه‌ها ۱۰ مرتبه به دست آمد و میانگین آن با احتمال خرابی به دست آمده توسط تابع توزیع مقایسه شد که در شکل ۹ نشان داده شده است.

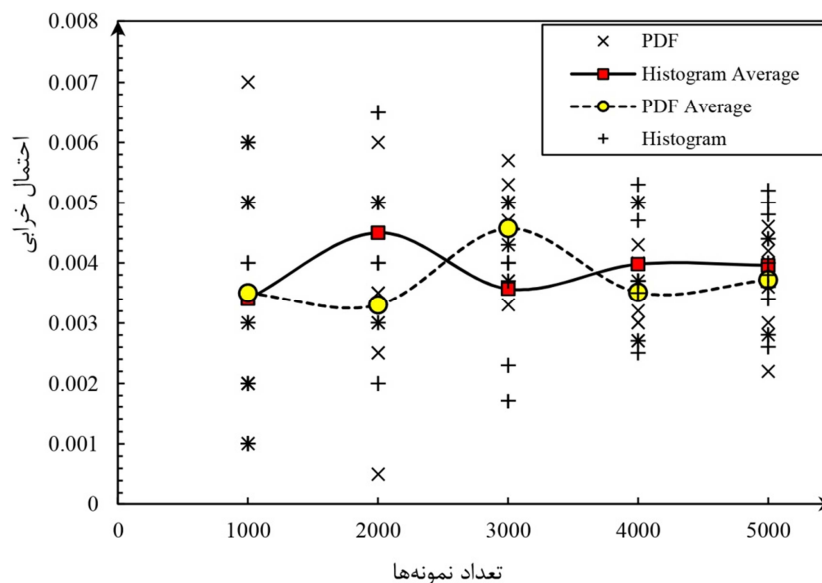
سپس با جای‌گذاری نمونه‌ها در تابع شرایط حدی، برای هرکدام از تعداد نمونه‌ها، احتمال خرابی تیر به تعداد ۱۰ مرتبه محاسبه شد و میانگین ۱۰ پاسخ به دست آمده به عنوان احتمال خرابی تیر مورد بررسی قرار گرفت. همچنین بار دیگر، نمونه‌های تصادفی توسط روش SGH

جدول ۱- پارامترهای متغیرهای تصادفی مثال تیر بتنی [۲۰]

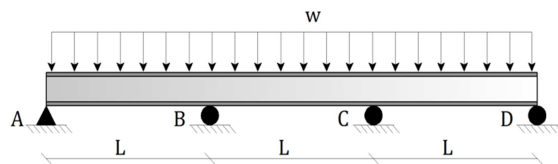
متغیر	$A_s (cm^2)$	$F_y (\frac{Kg}{cm^2})$	$f'_c (\frac{Kg}{cm^2})$	$Q (kg.cm)$
تعداد نمونه	۱۰۲	۶۳	۵۱	۳۰
بهترین تابع	نرمال	نرمال	نرمال	ویبول
میانگین- β	۲۵/۲۵	۳۲۰۴	۲۳۰/۹	۲۳۶۵۰۰۰
واریانس- α	۰/۴۴۳۳	۳۳۳/۲	۲۸/۹	۸/۹۷۴
خطای کاسکوور	۱/۲۳۵	۰/۵۴۶۸	۱/۱۸۱	۲/۸۶۳
خطای کولموگروف	۰/۰۵۱۷	۰/۰۷۹۶	۰/۱۳۴۴	۰/۱۲۸۵

 <p>F_y (Normal)</p>	 <p>A_s (Normal)</p>
 <p>Q (Weibull)</p>	 <p>f'_c (Normal)</p>

نمودار تابع توزیع



شکل ۷- پاسخ دو روش در برآورد احتمال خرابی تیر بتنی

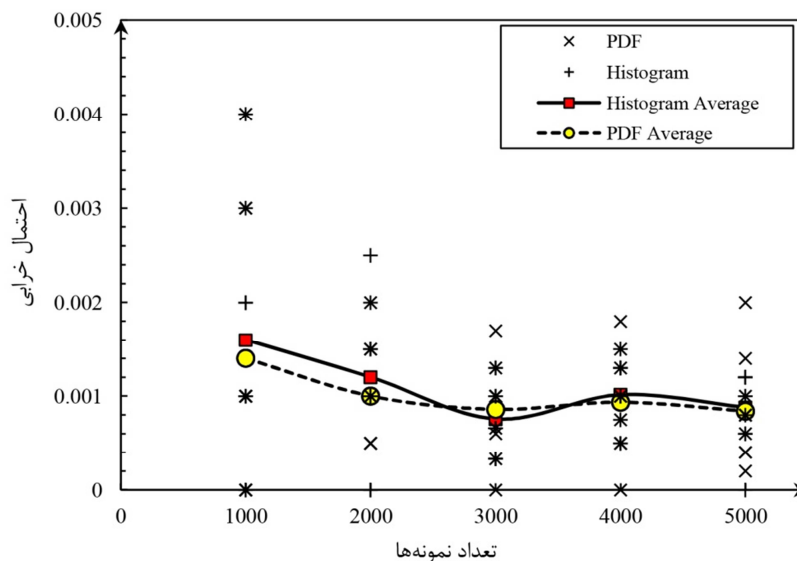


شکل ۸- تیر سراسری فولادی سه دهانه [۲۰]

جدول ۲- پارامترهای متغیرهای تصادفی تیر فولادی [۲۰]

متغیر	$E \left(\frac{KN}{m^2} \right)$	$I \left(m^4 \right)$	$w \left(\frac{KN}{m} \right)$
تعداد نمونه	۶۸	۷۳	۴۹
بهترین تابع	نرمال	نرمال	نرمال
میانگین	$20/05 \times 10^6$	$8/111 \times 10^{-4}$	۹/۹۷۷
واریانس	$4/623 \times 10^6$	$1/454 \times 10^{-4}$	۰/۳۹۱۸
خطای کاسکوور	۴/۰۵۸	۲/۸۹۵	۱/۷۲۳
خطای کولموگروف	۰/۰۸۹۸	۰/۰۵۸۶	۰/۰۷۶۸

نمودار تابع توزیع



شکل ۹- پاسخ دو روش در برآورد احتمال خرابی تیر فولادی

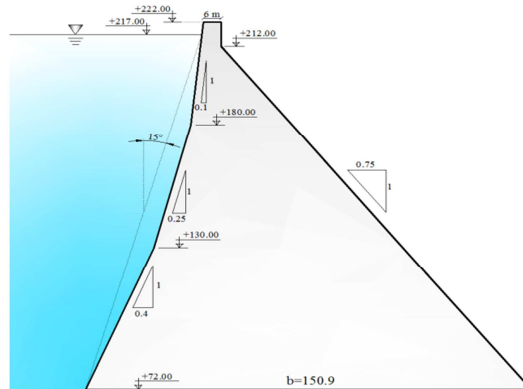
میانگین پاسخ‌ها با استفاده از هر تعداد نمونه تقریباً برهم منطبق بوده است. همچنین باز هم مشابه با قبل، با استفاده از ۱۰۰۰ نمونه برای هر متغیر، پراکندگی در

همانطور که در شکل ۹ مشخص شده است پاسخ به‌دست آمده از روش SGH و روش معمول با استفاده از تابع توزیع، همخوانی بسیار بالایی با یکدیگر داشته‌اند و

پاسخ‌های به‌دست آمده زیاد بوده و با افزایش تعداد نمونه، این مقدار پراکندگی کمتر شده است.

۴-۳- احتمال خرابی لغزشی و واژگونی سد بتنی وزنی

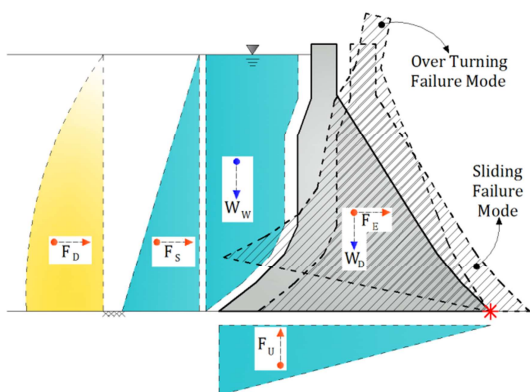
برای ارائه یک مثال عملی و ارزیابی عملکرد روش بیان شده در پژوهش حاضر، از مشخصات هندسی و مکانیکی سد بتنی شفارود استفاده شده است. سد مخزنی شفارود در غرب گیلان، منطقه پونل رضوانشهر بر روی رودخانه شفارود و در فاصله ۲/۵ کیلومتری شهرستان رضوانشهر و ۶۵ کیلومتری کلان‌شهر رشت احداث شده است. با اجرای طرح مذکور، شرایط لازم جهت تأمین آب مطمئن برای بخش‌های کشاورزی، شرب، صنعت و محیط‌زیست فراهم می‌گردد. ارتفاع سد برابر ۱۵۰ متر و عرض تاج ۶ متر می‌باشد که مشخصات دقیق آن در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- مشخصات هندسی سد بتنی شفارود [۲۱]

نیروهای موجود در نظر گرفته شده در مثال حاضر عبارتند از: وزن بدنه سد، نیروی عمودی وزن آب روی شیب‌های بدنه سد، نیروی افقی هیدرواستاتیک، نیروی افقی هیدرودینامیک، نیروی زلزله با ضریب ۰/۱ و نیروی برکنش [۲۱]. مدل مورد بررسی به‌صورت دوبعدی در نظر گرفته می‌شود و نیروهای موجود برای ضخامت ۱ متر بدنه محاسبه می‌گردند [۲۲]. به این ترتیب، وزن بدنه سد برابر خواهد بود با ضرب مساحت بدنه در وزن مخصوص بتن مورد استفاده. همچنین نیروهای هیدرواستاتیک، هیدرودینامیک و بالابردگی نیز در شکل ۱۱ مشخص

شده‌اند.



شکل ۱۱- نیروهای وارده و موده‌های خرابی سد بتنی وزنی [۲۳]

در شکل ۱۱، نیروهای W_D برابر وزن بدنه سد و W_W نشان‌دهنده نیروی عمودی حاصل از وزن آب باقی‌مانده روی شیب‌های بالادست بدنه می‌باشند. این دو نیرو در جهت پایداری سد عمل کرده و عاملی در جهت افزایش ایستایی سازه خواهند بود. نیروهای F_E ، F_D ، F_S و F_U به‌ترتیب بیانگر نیروی هیدرواستاتیک، هیدرودینامیک، نیروی زلزله وارد شده به بدنه سد و نیروی بالابرنده در کف سازه می‌باشند که باعث ایجاد دو مود خرابی در سازه خواهند شد. این دو مود عبارتند از: خرابی لغزشی و خرابی چرخشی که در شکل ۱۱ توسط هاشور نشان داده شده‌اند [۲۳].

مود خرابی لغزشی هنگامی اتفاق می‌افتد که بردار برآیند نیروهای افقی رو به جهت پایین‌دست سد باشد [۲۴ و ۲۵]. روابط مورد نیاز برای محاسبه احتمال خرابی لغزشی در ادامه بیان شده است.

برای محاسبه احتمال خرابی لغزشی نیاز است تا نیروهای مقاوم در برابر لغزش و ایجادکننده لغزش، شناسایی شوند. نیروی موجود در سطح اندرکنش سد و فونداسیون در برابر حرکت افقی مقاومت می‌کند و نیروی افقی محرک که ایجاد حرکت در سد می‌نماید، نیروی هیدرواستاتیک و هیدرودینامیک آب دریاچه و زلزله می‌باشد [۲۶ و ۲۷]. تابع شرایط حدی براساس نسبت مقاومت موجود به بارهای وارده توسط رابطه (۴) به‌دست

می‌آید [۲۲ و ۲۳]:

$$g_{Overturning}(h, \gamma_c, \varphi, C) = \frac{W_D \times d_{wd} + W_W \times d_{WW}}{F_D \times d_{FD} + F_S \times d_{FS} + F_E \times d_{FE} + F_U \times d_{FU}} - 1 \quad (5)$$

خرابی واژگونی، هنگامی رخ می‌دهد که ضریب اطمینان در برابر واژگونی از ۱ کمتر شود. در رابطه (۵)، هرکدام از d ها برابر بازوی لنگر برای هرکدام از نیروهای ذکر شده در شکل ۱۱ می‌باشند.

به‌علت وجود عدم قطعیت در چهار پارامتر ارتفاع آب دریاچه (h)، وزن مخصوص بتن (γ_c)، زاویه اصطکاک داخلی خاک (φ) و همچنین چسبندگی خاک (C)، این عوامل به‌عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده‌اند. مطابق جدول ۳ مشاهده می‌شود که هر چهار متغیر از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. حال با استفاده از این چهار متغیر تصادفی می‌توان احتمال خرابی را محاسبه نمود.

$$g_{Sliding}(h, \gamma_c, \varphi, C) = \frac{(W_D + W_W - F_U) \tan \varphi + AC}{F_D + F_S + F_E} - 1 \quad (4)$$

در این رابطه، φ و C به‌ترتیب بیانگر زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی سطح اندرکنش فونداسیون و بدنه سد می‌باشند. مقدار A نیز مساحت این سطح اندرکنش است که برای ضخامت سد به مقدار ۱ متر در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه برابر با عرض بخش تحتانی سد خواهد بود. خرابی لغزشی هنگامی به‌وقوع می‌پیوندد که برآیند نیروهای مقاوم از برآیند نیروهای محرک کمتر شود و یا به‌عبارت دیگر، ضریب اطمینان کمتر از ۱ گردد [۲۸ و ۲۹].

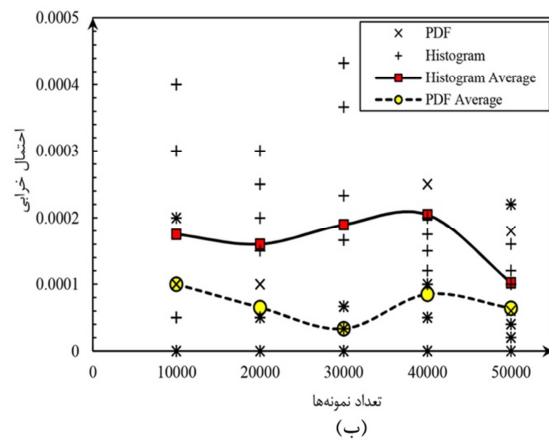
ضریب اطمینان در برابر واژگونی توسط تقسیم لنگرهای پادساعتگرد بر لنگرهای ساعتگرد حول نقطه (*) که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، مطابق رابطه (۵) به‌دست می‌آید [۲۹ و ۳۰]:

جدول ۳- پارامترهای متغیرهای تصادفی سد بتنی شفارود [۲۰ و ۲۱]

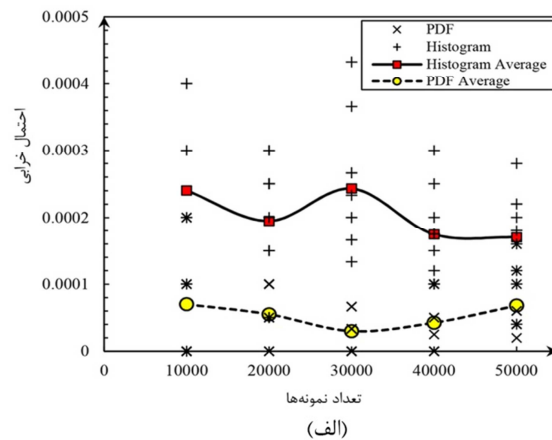
متغیر	h (m)	γ_c ($\frac{Kg}{m^3}$)	φ ($^\circ$)	C ($\frac{Kg}{m^2}$)
تعداد نمونه	۸۴	۷۱	۵۳	۶۳
بهترین تابع	نرمال	نرمال	نرمال	نرمال
میانگین	۱۴۰/۹	۲۳۵۵	۳۰/۰۱	۳۹۵۷۰۰
واریانس	۵/۸۳۵	۳۴۲/۹	۲/۸۹۴	۳۵۰۱۰
خطای کاسکوور	۱/۷۰۳	۱/۹۵۹	۰/۰۷۱۶	۰/۱۰۱۸
خطای کولموگروف	۰/۰۵۹۵	۰/۰۴۱۶	۳/۰۴۷	۵/۲۶۳
نمودار تابع توزیع				

مقایسه گردید.

احتمال خرابی لغزشی سد شفارود با توجه به شکل - (الف)، در محدوده بسیار کوچکی واقع شده است که در حداکثر حالت خود به $2/429 \times 10^{-4}$ محدود می‌شود. کاهش واریانس با افزایش تعداد نمونه در عملکرد هر دو روش مشاهده شده است. میزان احتمال خرابی به دست آمده توسط هر دو روش، بسیار نزدیک به هم بوده به طوری که منجر به ارائه شاخص قابلیت اطمینان بسیار نزدیکی به هم خواهند شد.



با توجه به اینکه احتمال خرابی سد بتنی وزنی بسیار پایین می‌باشد، لذا برای محاسبه احتمال خرابی توسط روش مونت کارلو از تعداد بیشتری نمونه استفاده شده است. تعداد نمونه‌ها عبارتند از: ۱۰,۰۰۰، ۲۰,۰۰۰، ۳۰,۰۰۰، ۴۰,۰۰۰ و ۵۰,۰۰۰ که احتمال خرابی لغزشی و واژگونی سد براساس شکل ۱۲، به طور جداگانه با استفاده از هر دو روش معمول و روش ارائه شده در این پژوهش با نام SGH محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است. باز هم مشابه با قبل برای هر تعداد نمونه ده مرتبه احتمال خرابی محاسبه شد و میانگین آنها با یکدیگر



شکل ۱۲- احتمال خرابی (الف) لغزشی و (ب) واژگونی سد بتنی شفارود

تابع چگالی به مقدار $3/719$ خواهد بود، در صورتی که این شاخص در روش SGH به مقدار $3/5678$ رسیده است. این اختلاف ناچیز بیانگر عملکرد مناسب روش پیشنهادی می‌باشد. همانطور که بیان شد با نگاهی دقیق‌تر مشخص می‌شود که روش SGH باعث کاهش عدم قطعیت‌های ناشی از برآزش نمودار خواهد شد و پاسخ به دست آمده تطابق بیشتری با واقعیت دارد.

۴-۴- احتمال خرابی خرابی قوسی پل بوروکریگ

مثال حاضر به منظور ارائه یک مسئله با تابع شرط حدی ضمنی، به تحلیل احتمال خرابی یک پل قوسی در آریزونا می‌پردازد [۳۱]. این پل دارای ۳۴ دهانه ۲۰ اینچی بوده که در کل، عرض دهانه آن برابر با ۶۸۰ اینچ

میانگین احتمال خرابی‌های به دست آمده برای سد بتنی شفارود در مود خرابی واژگونی با استفاده از ۱۰,۰۰۰ نمونه و روش معمول که در آن برای تولید نمونه از معکوس تابع تجمعی استفاده می‌شود و با نام تابع چگالی^{۲۳} نشان داده شده است، مقدار $0/0001$ بوده است. این احتمال با استفاده از روش پیشنهادی SGH به مقدار $0/00018$ رسیده است. مشاهده می‌شود که با وجود فاصله ظاهری دو نمودار، پاسخ‌ها بسیار به هم نزدیک بوده‌اند. اگر شاخص قابلیت اطمینان هر کدام از احتمال‌های خرابی با استفاده از معکوس تابع تجمعی استاندارد نرمال محاسبه شوند، شاخص مربوط به روش

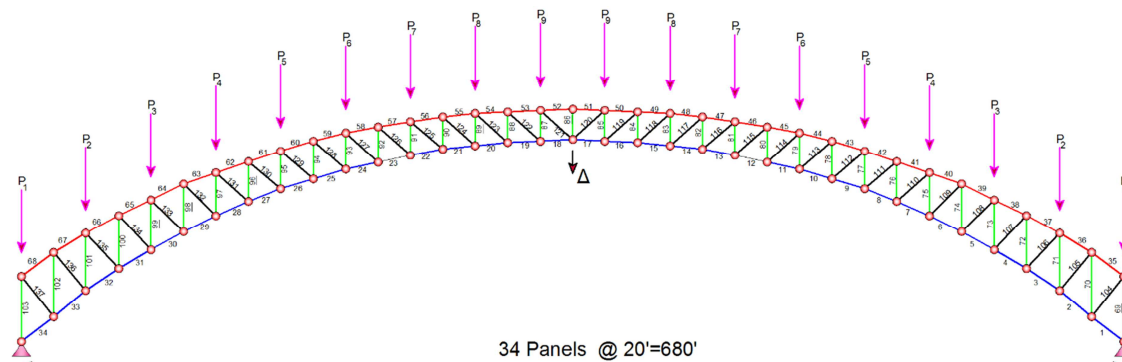
23. PDF

$$a_1 = 0.82 (ft^2) \quad a_2 = 0.4 (ft^2)$$

$$a_3 = 0.42 (ft^2) \quad a_4 = 0.2 (ft^2)$$

نه بار نقطه‌ای نیز توسط پارامترهای P_1 الی P_9 نشان داده شده‌اند که مقدار آنها نیز برحسب پوند می‌باشد و برای دو سمت خرپا به صورت متقارن هستند. بارهای وارده بر نقاط مشخص شده در این مثال به‌عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده‌اند.

می‌باشد. وترهای فوقانی و تحتانی پل دارای شکل غیرخطی قوسی می‌باشند. با توجه به شکل ۱۳، مساحت مقاطع با شماره‌های (۱ تا ۳۴)، (۳۵ تا ۶۸)، (۶۹ تا ۱۰۳) و (۱۰۴ تا ۱۳۷) به ترتیب با a_1 ، a_2 ، a_3 و a_4 نشان داده شده‌اند. مقادیر اسمی سطوح مقاطع به این ترتیب می‌باشند:



شکل ۱۳- خرپای قوسی پل بوروکریگ [31]

و تحلیل می‌شود. مقدار تغییرمکان در نقطه میانی وتر تحتانی که در شکل ۱۳ نشان داده شده است در هر تحلیل محاسبه شده و در تابع شرایط حدی قرار داده و احتمال خرابی محاسبه می‌شود.

شماره اعضا و نقاط مفصلی خرپا و همچنین موقعیت اعمال بار در شکل ۱۳ نشان داده شده‌اند. تابع شرایط حدی این مسئله، به این صورت است که تغییرمکان بیشینه نقطه میانی خرپا از $0/81$ فوت بیشتر نشود. لذا برای تابع شرایط حدی خواهیم داشت:

$$g_{T_{russ}}(P_1, \dots, P_9) = 0.81 - \Delta \quad (6)$$

پس از حل مسئله حاضر با دو رویکرد متداول و پیشنهادی، نتایج در برابر تعداد نمونه‌های مورد استفاده در جدول ۵ ارائه شده‌اند.

همچنین مطابق با روند پیشین نتایج حاصل از تحلیل این مسئله توسط روش معمول (PDF) و روش پیشنهادی (Histogram) در شکل ۱۴ بیان شده است.

این بارها از توزیع گامبل^{۲۴} پیروی می‌نمایند که پارامترهای آنها در جدول ۴ گزارش شده است. مدول الاستیسیته تمامی قطعات نیز برابر با $4/2 \times 10^9$ پوند بر فوت مربع می‌باشد.

جدول ۴- پارامترهای توزیع متغیرهای تصادفی مسئله خرپای پل قوسی [۳۱]

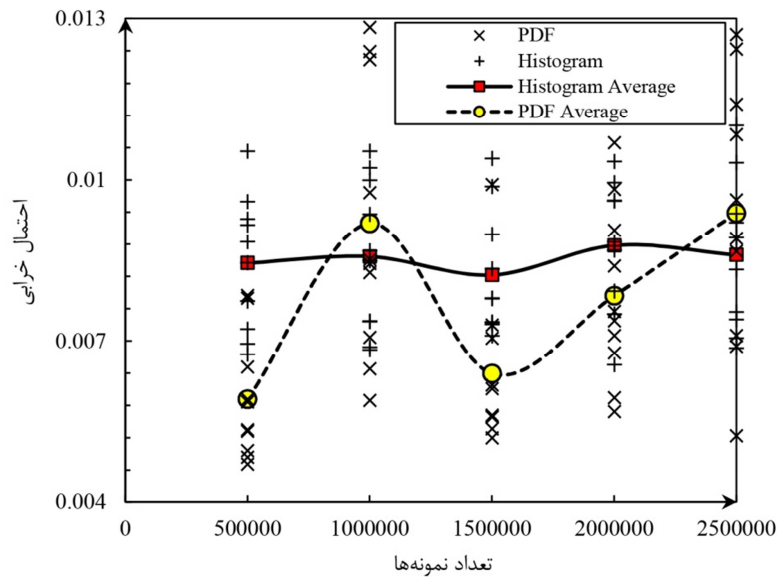
متغیر	توزیع	میانگین (پوند)	ضریب تغییرات
P_1	گامبل	۴۵۷۰۸۰	۰/۱۸
P_2	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۷
P_3	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۶
P_4	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۵
P_5	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۴
P_6	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۳
P_7	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۲
P_8	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۱
P_9	گامبل	۲۲۸۵۴۰	۰/۱۰

حل این مسئله با استفاده از روش اجزای محدود که توسط متلب کدنویسی شده است، برای هر نمونه فراخوانی

24- Gumbel distribution

آءول ۵- نتآآء عءءی آاصل از آل مسئله آرا

روش پیشنهادی		روش معمول	
آآمال آرا	آءءء نمونه	آآمال آرا	آءءء نمونه
۰/۰۰۸۴۴۹	۵۰۰۰۰۰	۰/۰۰۵۹۱۱	۵۰۰۰۰۰
۰/۰۰۸۵۷۰	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۹۱۸۸	۱۰۰۰۰۰۰
۰/۰۰۸۲۲۶	۱۵۰۰۰۰۰	۰/۰۰۶۳۸۹	۱۵۰۰۰۰۰
۰/۰۰۸۷۷۷	۲۰۰۰۰۰۰	۰/۰۰۷۸۳۹	۲۰۰۰۰۰۰
۰/۰۰۸۶۰۱	۲۵۰۰۰۰۰	۰/۰۰۹۳۸۳	۲۵۰۰۰۰۰



آكل ۱۴- آآمال آرا مسئله پل بوروكرآء

۵- نتآآءء آءرآ

ءر پژوهش آاضر، آك روش ساده و مؤآر ءر ءولءء نمونه برای آاسبه آآمال آرا با استفاده از روش مونت كارلو ارائه شد. روش‌هاآ رآآء برای ءولءء، مجبور به پذیرفتن مقءارآ آلا برای سازگار نمودن ءابع ءوزآء با نمودار هآستوگرام ءاءه‌ها می‌باشند. همچنآ آافتن معكوس ءابع ءجمعی ءر برخی موارد آبرممكن است و می‌بآآست از روش‌هاآ ءقرآبی بهره آست كه آآ روش‌ها نیز ءارآ ءءم قطعآ هآستء [۳۲ و ۳۳]. روش ءولءء نمونه با استفاده از هآستوگرام، آك روش سریع و مستقآم بوده و ءر آن هآآ آآزآ به آاسبه پارمءرهای ءاءه‌هاآ موجود مثل میانآءن، واریانس، انآراف معآار و آبره

مشاهده می‌شوء كه ءر ءآلآل آآ مسئله پنج مقءار ۵۰۰,۰۰۰ آلى ۲,۵۰۰,۰۰۰ نمونه ءر نظر آرفءه شده است. آآمال آرا با استفاده از ءو روش معمول و پیشنهادی ءوسط پنج مقءار مختلف نمونه‌رآزآ آاسبه آرءآء. برای هر مقءار نیز ءه مرتبه ءكرار روش صورت ءاءه شد. میانآءن ءمأمآ مقءار آآمال آرا آاصل از روش معمول برابر با ۰/۰۰۷۷۴ و روش پیشنهادی ۰/۰۰۸۵۲ بوده است. اما همانظور كه ملاحظه می‌شوء نتآآء آاصل از روش پیشنهادی، با استفاده از هر مقءار نمونه‌رآزآ ءارآ نتآآء مطلوبی بوده‌اند و به میانآءن بسیار نزءآك بوده و انآراف معآار پاسخ كوآآكى نسبت به روش معمول ءاشءه‌اند. نتآآء، به‌ظور كل، نشان‌ءهنءه كارآآبی و پآءءارآ روش پیشنهادی بوده است.

گرفت. مثال سوم هم مربوط به بررسی احتمال خرابی لغزشی و واژگونی سد بتنی شفارود بوده است. نتایج به دست آمده از تمامی مثال‌ها با روش معمول تولید نمونه مقایسه شد. نتایج نیز به طور کل نشان‌دهنده سهولت و دقت استفاده از این روش نسبت به روش‌های معمول می‌باشد. تنها مشکل این روش این است که برای تولید نمونه‌های مناسب به تعداد داده‌های کافی نیاز است تا بتوان نمودار هیستوگرام مناسبی ایجاد نمود.

نیست. در این روش با استفاده از تنها یک کد عمومی می‌توان برای هر نوع توزیعی بدون دانستن نوع تابع توزیع داده‌ها و میانگین و واریانس آنها، نمونه تولید کرد. عملکرد این روش توسط سه مثال مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. مثال اول مربوط به یک مسئله در فضای چهاربعدی بوده که در آن احتمال خرابی یک تیر بتن مسلح تحت لنگر با چهار پارامتر به عنوان متغیر تصادفی محاسبه شد. در مثال دوم نیز احتمال خرابی یک تیر فولادی سراسری با سه متغیر تصادفی مورد بحث قرار

مراجع

- [1] Engelund, S., & Rackwitz, R. (1993). "A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability", *Structural Safety*, 12(4), 255-276.
- [2] Sorensen, J. D. (2004). "Structural Reliability Theory And Risk Analysis", Institute of Building Technology and Structural Engineering, *Aalborg University*.
- [3] Escuder-Bueno, I., Altarrejos-Garcia, L., & Serrano-Lombillo, A. (2012). "Methodology for estimating the probability of failure by sliding in concrete gravity dams in the context of risk analysis", *Structural Safety*, 36, 1-13.
- [4] Kiureghian, D. A., & Dakessian, T. (1998). "Multiple design points in first and second order reliability", *Struct Safety*, 20, 37-49.
- [5] Rahman, S., & Wei, D. (2006). "A univariate approximation at most probable point for higher-order reliability analysis", *International journal of solids and structures*, 43(9), 2820-2839.
- [6] Rackwitz, R. (1988). "Updating first and second-order reliability estimates by importance sampling", *Doboku Gakkai Ronbunshu*, 1988(392), 53-59.
- [7] Rackwitz, R., & Fiessler, B. (1978). "Structural reliability under combined random load sequences", *Computers & Structures*, 9(5), 489-494.
- [8] Kubler, O. (2007). *Applied decision-making in civil engineering*. Vol. 300, vdf Hochschulverlag AG.
- [9] Cornell, A. (1969). "A probability based structural code", *Journal Proceedings*, 66(12), 974-985.
- [10] Hasofer, A. M., & Lind, N. C. (1974). "Exact and invariant second-moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics division*, 100(1), 111-121.
- [11] Tu, J., Choi, K. K., & Park, Y. H. (1999). "A New Study on Reliability-Based Design Optimization", *Journal of Mechanical Design*, 121(4), 557-564.
- [12] Bartelt, P., Adams, E., Christen, M., Sack, R., & Sato, A. (2004). *Snow Engineering V*. Proceedings of the Fifth International Conference on Snow Engineering, Davos, Switzerland.
- [13] Hohenbichler, M., & Rackwitz, R. (1986). "Sensitivity and importance measures in structural reliability", *Civil engineering systems*, 3(4), 203-209.
- [14] Fiessler, B., Neumann, H. J., & Rackwitz, R. (1979). "Quadratic limit states in structural reliability", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(4), 661-676.
- [15] McKay, M. D., Beckman, R. J., & Conover, W. J. (1979). "Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code", *Technometrics*, 21(2), 239-245.
- [16] Thoft-Cristensen, P., & Baker, M. J. (2012). *Structural reliability theory and its applications*. Springer Science & Business Media.
- [17] Denny, M. (2001). "Introduction to importance sampling in rare-event simulations", *European Journal of Physics*, 22(4), 403-411.
- [18] Xu, Q., Chen, J., & Li, J. (2012). "A Study on the Functional Reliability of Gravity Dam", *Energy and Power Engineering*, 4(2), 59-66.
- [19] Bretas, E. M., Lemos, J. V., & Lourenco, P. B. (2014). "A DEM based tool for the safety analysis of masonry gravity dams", *Engineering Structures*, 59, 248-260.
- [20] Nowak, A. S., & Collins, K. R. (2012). *Reliability of Structures*. CRC Press.

- [21] Khatibinia, M., & Khosravi, S. (2014). "A hybrid approach based on an improved gravitational search algorithm and orthogonal crossover for optimal shape design of concrete gravity dams", *Applied Soft Computing*, 16, 223-233.
- [22] USBR. (1976). *Design of Gravity Dams*. United States Department of the Interior, USA.
- [23] FERC. (2002). "Manual for engineering guidelines for the evaluation of hydropower project", (<http://www.ferc.gov>), USA.
- [24] Su, H., & Wen, Z. (2013). "Interval risk analysis for gravity dam instability", *Engineering Failure Analysis*, 33, 83-96.
- [25] Teng-Fei, B., Miao, X., & Lan, C. (2012). "Stability Analysis of Concrete Gravity Dam Foundation Based on Catastrophe Model of Plastic Strain Energy", *Procedia engineering*, 28, 825-830.
- [26] Zhang, S., Wang, G., Wang, C., Pang, B., & Du, C. (2014). "Numerical simulation of failure modes of concrete gravity dams subjected to underwater explosion", *Engineering Failure Analysis*, 36, 49-64.
- [27] Kartal, M. E., Bayraktar, A., & Basaga, H. B. (2010). "Seismic failure probability of concrete slab on CFR dams with welded and friction contacts by response surface method", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(11), 1383-1399.
- [28] Jiang, S., Du, C., & Hong, Y. (2013). "Failure analysis of a cracked concrete gravity dam under earthquake", *Engineering Failure Analysis*, 33, 265-280.
- [29] Kartal, M. E., Basaga, H. B., & Bayraktar, A. (2011). "Probabilistic nonlinear analysis of CFR dams by MCS using Response Surface Method", *Applied Mathematical Modelling*, 35(6), 2752-2770.
- [30] Bretas, E. M., Léger, P., & Lemos, J. V. (2012). "3D Stability analysis of gravity dams on sloped rock foundations using the limit equilibrium method", *Computers and Geotechnics*, 44, 147-156.
- [31] Zhang, J., Xiao, M., & Gao, L. (2019). "A new method for reliability analysis of structures with mixed random and convex variables", *Applied Mathematical Modelling*, 70, 206-220.
- [32] Xu, J., & Kong, F. (2019). "Adaptive scaled unscented transformation for highly efficient structural reliability analysis by maximum entropy method", *Structural Safety*, 76, 123-134.
- [33] Mustapha, A., & Abejide, O. (2019). "Probabilistic Strength of Steel Poles Used for Power Production and Transmissions", *Reliability Engineering and Resilience*, 1(1), 29-41.