

**S. M. Abdollahi**

Young Researchers and Elite Club, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran.

**e-mail:** sm.abdolahi71@gmail.com

**A. Tavana Amlashi**

Young Researchers and Elite Club, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran.

**e-mail:** amir.tavana.amlashi@gmail.com

**M. M. Ranjbar\***

Technical College, University of Guilan, Rasht, Iran.

**e-mail:** ranjbar@guilan.ac.ir

## **Analytical Study of Punching Shear Capacity in Reinforced Concrete Flat Slabs with Opening Strengthened with Steel Plates and Shear Stud**

*Reinforced concrete flat slabs are widely employed in structural systems. The location of the slab-column connection is the most sensitive part of the flat slab due to the existence of a high flexural anchor and shear force. On the other hand, the utilization of flat slabs directly resting on columns, in the case of punching shear failure, reveals their vulnerability that the presence of openings will increase the probability of punching shear failure. This study is the numerical study of the effect of strengthening the reinforced concrete flat slabs with opening and external steel plates on the punching shear capacity. Initially, verification of the numerical model by the experimental sample conducted. Then some reinforced concrete flat slabs with reinforced opening and external steel plates with various dimensions and thickness as well as diameter, length, number and order of the different shear studs under the load, by using the finite element method analysis and the results of the various samples were compared with each other. The strengthening of the reviewing slabs improved the condition of stiffness and increased the punching shear capacity. The reviews also indicated that this situation improve dependent on the dimensions and the thickness of the plate and the diameter, length, number, and order of the shear studs. The results of this research suggested that if you use the right behavioral model in the simulation process, the finite element method can be a useful tool for analysis and secure and optimum design of reinforced concrete slab.*

**Keywords:** Flat slab, Punching shear, Steel plates, Opening, Shear stud.

---

\* Corresponding author

Received 13 January 2019, Revised 26 July 2019, Accepted 02 August 2019.

DOI: 10.22091/cer.2019.3982.1139

## بررسی تحلیلی ظرفیت برشی پانچ دال‌های تخت بتن مسلح با بازشو تقویت‌شده با صفحات فولادی و گل‌میخ

سید محمد عبداللهی

باشگاه پژوهشگران جوان و  
نخبگان، واحد رشت، دانشگاه آزاد  
اسلامی، رشت، ایران.

پست الکترونیک:

sm.abdolahi71@gmail.com

### امیر توانا املشی

باشگاه پژوهشگران جوان و  
نخبگان، واحد رشت، دانشگاه آزاد  
اسلامی، رشت، ایران.

پست الکترونیک:

amir.tavana.amlashi@gmail.com

### ملک محمد رنجبر\*

دانشیار گروه مهندسی عمران،  
دانشکده فنی، دانشگاه گیلان،  
رشت، ایران.

پست الکترونیک:

ranjbar@guilan.ac.ir

استفاده از دال‌های تخت بتن مسلح که به طور مستقیم بر روی ستون قرار می‌گیرند، در سیستم‌های سازه‌ای بسیار رایج است. اتصال ستون- دال تخت، همواره در معرض ترکیب لنگر خمی و تنفس برشی قرار می‌گیرد که سوراخ شدگی (پانچ) و شکست برشی را به دنبال خواهد داشت. از آنجاکه در دال‌های تخت، بار کف مستقیماً از دال به ستون منتقل می‌شود، تنفس‌های برشی قابل ملاحظه‌ای در دال به وجود می‌آید و پدیده بش پانچ در محل اتصال دال به ستون رخ می‌دهد که در صورت وجود بازشو در دال، احتمال وقوع پدیده پانچ بیشتر می‌شود. این پژوهش، مطالعه عددی اثر تقویت دال‌های تخت بتن مسلح دارای بازشو با صفحات فولادی خارجی و گل‌میخ بر روی ظرفیت برشی پانچ آن می‌باشد. به این منظور، چند نمونه دال تخت بتن مسلح دارای بازشو تقویت‌شده با صفحات فولادی خارجی با ابعاد و ضخامت مختلف و همچنین قطر، طول، تعداد و آرایش متفاوت گل‌میخ‌ها با استفاده از روش اجزای محدود تحلیل و نتایج حاصل از نمونه‌های مختلف با یکدیگر مقایسه گردید. ملاحظه می‌شود که تقویت دال‌های مورد بررسی، باعث بهبود وضعیت سختی و افزایش ظرفیت برشی پانچ گردیده است. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد که میزان این بهبود وضعیت وابسته به ابعاد و ضخامت ورق و قطر، طول، تعداد و آرایش گل‌میخ‌ها می‌باشد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در صورت استفاده از مدل‌های رفتاری مناسب در فرآیند شبیه‌سازی، روش اجزای محدود می‌تواند ابزار مناسبی جهت تحلیل و طراحی ایمن و بهینه دال‌های بتن مسلح باشد.

وازگان کلیدی: دال تخت، بش پانچ، صفحه فولادی، بازشو، گل‌میخ.

لنگر خمی و تنفس برشی قرار می‌گیرد که سوراخ شدگی (پانچ) و شکست برشی را به دنبال خواهد داشت. از آنجاکه در دال‌های تخت، بار کف مستقیماً از دال به ستون منتقل می‌شود، تنفس‌های قابل ملاحظه‌ای در دال به وجود می‌آید به‌طوری که در بسیاری موارد ضخامت دال در محل ستون‌ها، جوابگوی این تنفس‌ها نمی‌باشد و پدیده بش پانچ در محل اتصال دال به ستون رخ می‌دهد. این شکست نامطلوب است، زیرا بدون هشدار به وقوع می‌بیوندد و ممکن است منجر به خرابی تدریجی دال شود. به سبب تنفس کششی زیاد، ترک‌های قطری پیرامون ستون شکل می‌گیرد. سطح شکست از کف دال

استفاده از دال‌های تخت بتن مسلح که به طور مستقیم بر روی ستون قرار می‌گیرند در سیستم‌های سازه‌ای بسیار رایج است. فواید استفاده از سیستم سازه‌ای دال- ستون به خوبی شناخته شده است و در ساختمان‌های با کاربری متفاوت بسیار استفاده می‌گردد [۱]. اتصال ستون- دال تخت، همواره در معرض ترکیب

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۰/۲۳/۱۳۹۷، بازنگری ۰۵/۰۴/۱۳۹۸، پذیرش ۰۵/۱۱/۱۳۹۸.

(DOI): 10.22091/cer.2019.3982.1139

متغیرهای اصلی نمونه‌های آنها دو بازشو مربعی (۱۵۰ میلیمتر) در مجاورت کوچک‌ترین وجه ستون و استفاده از آرماتور برشی در اطراف ستون بود. نتایج نشان داد که بازشوهای مجاور ستون بر مقاومت برشی پانچ تأثیر می‌گذارند، در حالی که استفاده صحیح از آرماتور برشی می‌تواند این کاهش مقاومت را به حداقل برساند و حتی جبران کند [۱۲].

محققان، در تحقیق خود ضمن بررسی اثربخشی تقویت اتصال دال تخت با استفاده از ورق پلیمر فیبر کربن تقویت شده (CFRP<sup>۴</sup>) نشان دادند که تقویت دال بدون بازشو، ظرفیت برش پانچ را ۱۱٪ افزایش داد. در حالی که در مورد دال‌های دارای بازشو، این تقویت، ظرفیت برش پانچ را تا ۲۳٪ افزایش می‌دهد [۱۳]. در پژوهشی دیگر نیز بهصورت تجربی به بررسی تقویت برش پانچ دال تخت بتن مسلح با سیستم‌های پلیمری تقویت شده با فیبر کربن (CFRP) پرداخته شده است. در این تحقیق، حداکثر افزایش ظرفیت پانچ ۶۷٪ با استفاده از تکنیک‌های تقویت پیشنهادی بهدست آمد، که امکان تبدیل شکست ترد به یک شکست شبکه‌پذیر خمی را فراهم نمود [۱۴]. ناوارو<sup>۵</sup> و همکاران، یک مدل عددی غیرخطی مبتنی بر المان محدود برای مطالعه پدیده برش پانچ در دال بتن مسلح ارائه دادند. این دال در نرم افزار ABAQUS شبیه‌سازی و مدل با نتایج آزمایشگاهی اعتبارسنجی شد. کالیبراسیون نیز با استفاده از برخی نتایج تجربی از پایگاه داده ACI برای آزمایش‌های پانچ دال بتن مسلح صورت گرفت. سپس یک تحلیل پارامتری برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف هندسی و مکانیکی که سازه دال-ستون کلاسیک را تعریف می‌کرد، انجام شد [۱۵]. ریکر<sup>۶</sup> و همکاران، با بررسی بتن با عملکرد فوق العاده بالا (UHPC<sup>۷</sup>) در محدوده پر تنش اتصال دال

بر ستون گسترش می‌یابد که بهصورت قطری رو به سطح بالا (رأس) است [۲]. در گذشته، ظرفیت برش پانچ دال‌ها بهصورت گستردۀ از دیدگاه‌های تجربی و نظری مورد مطالعه قرار گرفته است [۹-۳].

وجود بازشو در دال تخت به دلایل مختلفی از قبیل راپله یا آسانسور، عبور لوله‌های انتقال گاز، برق، آب و تهویه مطبوع اجتناب‌ناپذیر است. اثرات وجود بازشو بر ظرفیت برشی دال تخت در محل اتصالات دال-ستون به دلیل آسیب‌پذیری این ناحیه باید به دقت مورد بررسی قرار گیرد [۱]. بهطورکلی، روش‌هایی چون استفاده مشترک از صفحات فولادی و یا الیاف و پلیمرهای تقویت شده (FRP<sup>۱</sup>) برای تقویت دال‌ها از جمله روش‌های اثربدار و مورد توجه بوده است. پژوهشگران، تحقیقاتی بهصورت آزمایشگاهی برای تقویت دال بتن مسلح تحت بارگذاری پانچ با استفاده از صفحات فولادی و گل‌میخ انجام دادند. آنان استفاده از صفحه‌هایی با ابعاد متفاوت و تعداد گل‌میخ‌های مختلف را در مطالعه خود در نظر گرفتند. تقویت دال از طریق ترکیب صفحات و گل‌میخ‌های فولادی که توسط آنها انجام شد، باعث افزایش بار نهایی در نمونه‌های مختلف از ۳۶ درصد تا ۶۵ درصد بسته به آرایش صفحات و تعداد استفاده از گل‌میخ‌های فولادی بوده است [۱۰]. سیم<sup>۲</sup> و همکاران، در تحقیقات آزمایشگاهی خود نشان دادند که می‌توان با استفاده از صفحات فولادی خارجی، ظرفیت تحمل بار و سختی خمی پائل‌های بتن مسلح عرشه پل را در برابر برش پانچ به مقدار قابل توجهی افزایش داد [۱۱]. در مورد ظرفیت برشی پانچ دال‌های با بازشو نیز تحقیقات آزمایشگاهی از مدت‌ها پیش صورت گرفته است. سیلوا<sup>۳</sup> و همکاران، در مطالعه خود به تحلیل آزمایشگاهی ۹ دال بتن مسلح مربعی (عرض: ۱۸۰۰ میلیمتر؛ ضخامت: ۱۳۰ میلی‌متر) تحت بارگذاری در مرکز صفحه دال پرداختند.

<sup>۴</sup>- Carbon-fiber-reinforced polymer

<sup>۵</sup>- Navarro

<sup>۶</sup>- Ricker

<sup>۷</sup>- Ultra-High Performance Concrete

<sup>۱</sup>- Fiber Reinforced Polymer

<sup>۲</sup>- Sim

<sup>۳</sup>- Silva

بازشو را بر کاهش مقاومت برشی پانچ دال بررسی نمودند [۲۱، ۲۲ و ۲۳].

تحقیقات آزمایشگاهی صورت گرفته در مورد اثر بازشو در کاهش ظرفیت و تأثیر آن در تغییرشکل دال‌ها، به دلایل اقتصادی از محدودیت‌هایی برخوردار می‌باشند. امروزه استفاده از روش‌های تئوری و کلاسیک تحلیل و آنالیز سازه‌ها برای تمامی انواع اشکال، المان‌ها با شرایط مرزی و بارگذاری‌های مختلف امکان‌پذیر نبوده و نیازمند روش‌هایی دقیق و در عین حال جامع برای تعیین تنش و تغییرشکل در سازه‌ها هستیم. در بین روش‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های کامپیوتری، روش‌های عددی به دلیل حل دقیق مدل‌هایی با هندسه، شرایط مرزی و بارگذاری پیچیده و همچنین هزینه بسیار کمتر در مقایسه با تحقیقات آزمایشگاهی جزو پرکاربردترین روش‌ها در حل مسائل مهندسی است. در پژوهش حاضر، به عنوان روشی جدید جهت تقویت و افزایش ظرفیت برشی پانچ دال‌های تخت دارای بازشو اثر تقویت آن‌ها با صفحات فولادی و گل‌میخ، با روش اجزای محدود و در نرمافزار ABAQUS 2016 مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی تأثیر هریک از متغیرها بر ظرفیت برشی پانچ نمونه‌ها و ارائه رابطه تحلیلی جهت پیش‌بینی ظرفیت برشی پانچ دال تخت دارای بازشو نیز در این پژوهش انجام شده است.

## ۲- مدل‌سازی

در این پژوهش، برای مدل‌سازی دال دارای بازشو از نمونه آزمایشگاهی مرجع [۲۴] برای صحبت‌سنگی مدل استفاده شد که در آن دال مربعی با طول ضلع ۱۰۰۰ و ضخامت ۷۰ میلی‌متر به کار برده شده است و مقطع ستون نیز مربعی و با طول ضلع ۱۵۰ میلی‌متر می‌باشد. در تمام نمونه‌ها از یک شبکه میلگرد تحتانی به قطر ۴ و فاصله ۷۵ با عمق مؤثر متوسط ۵۴ میلی‌متر استفاده شد. نمونه‌ها با استفاده از بتن نرم‌مال با مقاومت فشاری ۳۵/۵

به ستون نتیجه گرفتند که دال‌های با UHPC به‌طور قابل‌توجهی به بار شکست بالاتری نسبت به نمونه‌های آزمون بدون UHPC رسیده‌اند [۱۶].

اثر وجود و عدم وجود میلگرد برشی و بازشو وجود یک بازشو یا دو بازشو در دو جهت بر روی ۲۰ دال مربعی بتن مسلح در پژوهشی دیگر انجام گرفت. از این آزمایش نویسنده به این نتیجه رسید که استفاده از میلگرد برشی در دال‌های با بازشو باعث ۸۶٪ افزایش مقاومت نسبت به دال مشابه با بازشو و بدون میلگرد برشی می‌شود و به دال کمک می‌کند که حداقل به مقاومت برشی پانچ برابر با دال مشابه بدون بازشو برسد [۱۷]. محققان، در مطالعه عددی خود به بررسی رفتار پانچ دال تخت بتن خودمتراکم تخت تقویت‌شده با فیبر فولاد تحت بار مرکزی پرداختند. مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی نشان‌دهنده دقت بالای آن‌ها در پیش‌بینی رفتار نیرو- جابه‌جایی آزمایشگاهی بود. نوع شکست مشاهده شده به صورت آزمایشگاهی نیز در شبیه‌سازی‌های عددی پیش‌بینی شد [۱۸]. صفائی<sup>۸</sup> و همکاران، به توسعه مدل شبکه عصبی مصنوعی (ANN<sup>۹</sup>) برای پیش‌بینی مقاومت برشی پانچ دال‌های تخت بتن مسلح پرداختند. آن‌ها همچنین آیین‌نامه‌های طراحی فعلی برای پیش‌بینی ظرفیت برش پانچ دال‌های تخت بتن مسلح را با استفاده از نتایج آزمایشگاهی منتشرشده در پیشینه تحقیق مورد ارزیابی قرار دادند [۱۹]. پژوهشگران در تحقیقی، مقاومت برش پانچ دال‌های تخت را با و بدون تقویت‌کننده‌های برشی و براساس یک مدل برش تیر مورد بررسی قرار دادند. متغیرهای این پژوهش، محل قرارگیری ستون‌ها (مرزی یا گوشه)، جنس فیبر فولادی و تقویت دال با FRP و یا سیستم‌های مختلف تقویت بود [۲۰]. تحقیقات آزمایشگاهی دیگری از جمله وجود بازشو مربعی در مجاورت ستون انجام شده است که همگی اثر وجود

<sup>8</sup>- Safiee

<sup>9</sup>- Artificial Neural Networks

مسلح دارای بازشو تقویت شده با صفحات فولادی خارجی و گل‌میخ در نرمافزار تحت بارگذاری قرار گرفت. مشخصات نمونه‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

مگاپاسکال ساخته شد. در این مقاله دو نمونه دال تخت بتون مسلح، یک نمونه با بازشو و دیگری بدون بازشو به عنوان نمونه شاهد و سپس چند نمونه دال تخت بتون

جدول ۱- مشخصات نمونه‌های مدل‌سازی شده

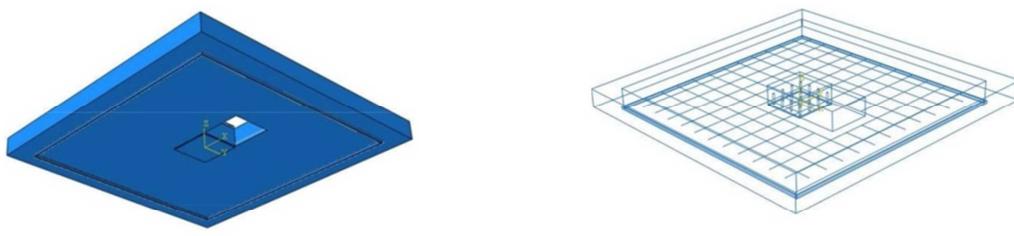
نمونه	ابعاد بازشو (mm)	اندازه صفحه فولادی (mm)	ضخامت صفحه فولادی (mm)	قطر گل‌میخ (mm)	طول گل‌میخ (mm)	تعداد گل‌میخ	آرایش گل‌میخ
S0	-	-	-	-	-	-	-
S1	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۴	-	-	-	-
S2	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۴۰	۱۶	مربعی نوع ۱
S3	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۵۰	۱۶	مربعی نوع ۱
S4	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۱۰	۴	۴۰	۱۶	مربعی نوع ۱
S5	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۴۰	۲۵	مربعی نوع ۱
S6	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۴۰	۳۶	مربعی نوع ۱
S7	۱۵۰×۱۵۰	۲۰۰×۲۰۰	۶	۴	۴۰	۱۶	مربعی نوع ۱
S8	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۶	۴۰	۱۶	مربعی نوع ۱
S9	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۴۰	۱۶	مربعی نوع ۲
S10	۱۵۰×۱۵۰	۱۵۰×۱۵۰	۶	۴	۴۰	۱۶	دایره‌ای

(شکل ۱-الف) و همچنین نحوه مدل‌سازی تکیه‌گاه و صفحه فولادی در زیر دال (شکل ۱-ب) نشان داده شده است. المان solid جهت مدل‌سازی گل‌میخها و صفحه فولادی استفاده گردیده است. فرض شده است که قید کامل بین گل‌میخها و بتون اطرافش وجود داشته باشد و از قید Embedded region برای معرفی اندرکنش میان گل‌میخ و بتون استفاده شده است. قید Tie نیز برای معرفی اندرکنش میان صفحه فولادی و بتون به کار رفته است.

برای مدل‌سازی آرماتورها فرض شده است که قید کامل بین میلگرد و بتون اطرافش وجود داشته باشد. به عبارت دیگر، در مدل‌سازی اجزای محدود از اثرات لغزش میان بتون و میلگردهای مدفون در دال صرف‌نظر شده است. همانند گل‌میخها از قید Embedded region برای معرفی اندرکنش میان آرماتورها و بتون استفاده شده است. مدول الاستیسیته فولاد مصرفی ۲۰۰ گیگاپاسکال و تنش کششی نهایی آن ۵۰۰ مگاپاسکال می‌باشد.

در این پژوهش، در مدل‌سازی دال‌ها از مدل پلاستیک آسیب‌دیده بتون استفاده شده است [۲۵]. برای مدل‌سازی دال بتنی از المان solid استفاده گردیده است. همچنین برای مشبندی دال از تکنیک Sweep و با الگوریتم Medial axis با سایز ۵ استفاده شده است. در این تحقیق، برای تعریف رابطه تنش-کرنش بتون، مدل Mander به کار برده شده است [۲۶]. مدول الاستیسیته بتون مورد استفاده ۲۴ گیگاپاسکال و مقاومت فشاری آن ۳۵/۵ مگاپاسکال می‌باشد. تکیه‌گاه زیر دال همانند شرایط آزمایشگاهی به صورت نشان داده شده در شکل ۱ مدل‌سازی شد و با معرفی اندرکنش مناسب میان دال بتنی و تکیه‌گاه، شرایط مرزی به تکیه‌گاه زیر دال به صورت مفصلی اعمال گردید که امکان جابه‌جایی نمونه‌ها در راستای محورهای X، Y و Z وجود نداشته باشد.

در شکل ۱، هندسه مدل ایجاد شده در نرمافزار، شامل نحوه آرماتورگذاری دال بتنی و قرارگیری گل‌میخها



شکل ۱- (الف) نحوه آرماتورگذاری دال بتنی و (ب) نحوه مدلسازی تکیه‌گاه دال

مدل شده در نرمافزار در جدول ۲ و ۳ نشان داده شده است.

در پژوهش حاضر، برای مدلسازی آرماتورها از المان wire و برای معرفی رابطه تنش- کرنش فولاد از مدل Simple استفاده شده است. مشخصات بتن و فولاد

جدول ۲- مشخصات بتن

چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	مقاومت فشاری (Mpa)	ضریب پواسون	مدول الاستیسیته (Gpa)
۲۴۰۰	۳۵/۵	۰/۲	۲۴

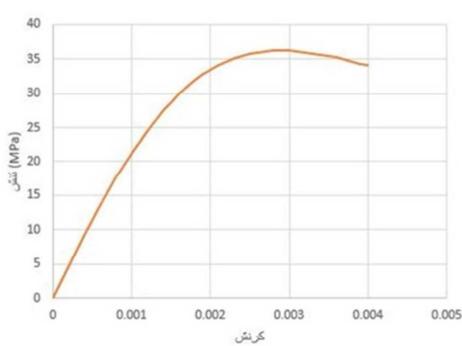
جدول ۳- مشخصات فولاد

چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	تنش تسلیم (Mpa)	تنش کششی نهایی (Mpa)	ضریب پواسون	مدول الاستیسیته (Gpa)
۷۸۵۰	۳۴۰	۵۰۰	۰/۳	۲۰

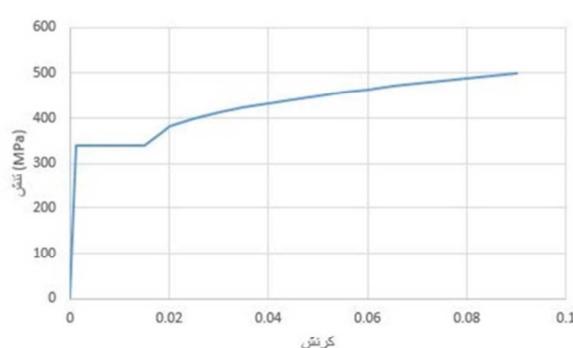
مدل سازی شده‌اند. نمونه S0 فاقد بازشو و نمونه S1 دارای بازشو در بر ستون به ابعاد ۱۵ در ۱۵ سانتی‌متر می‌باشند. سایر نمونه‌ها توسط صفحه فولادی و گل‌میخ در محل ستون (که بیشترین احتمال برش پانچ وجود دارد) تقویت شدند.

شکل ۲، منحنی تنش- کرنش بخش فشاری بتن و منحنی رفتاری فولاد را که در مدلسازی مورد استفاده قرار گرفت، نشان می‌دهد.

پلان مدل‌های ایجاد شده در نرمافزار در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، دو نمونه S0 و S1 به عنوان نمونه شاهد

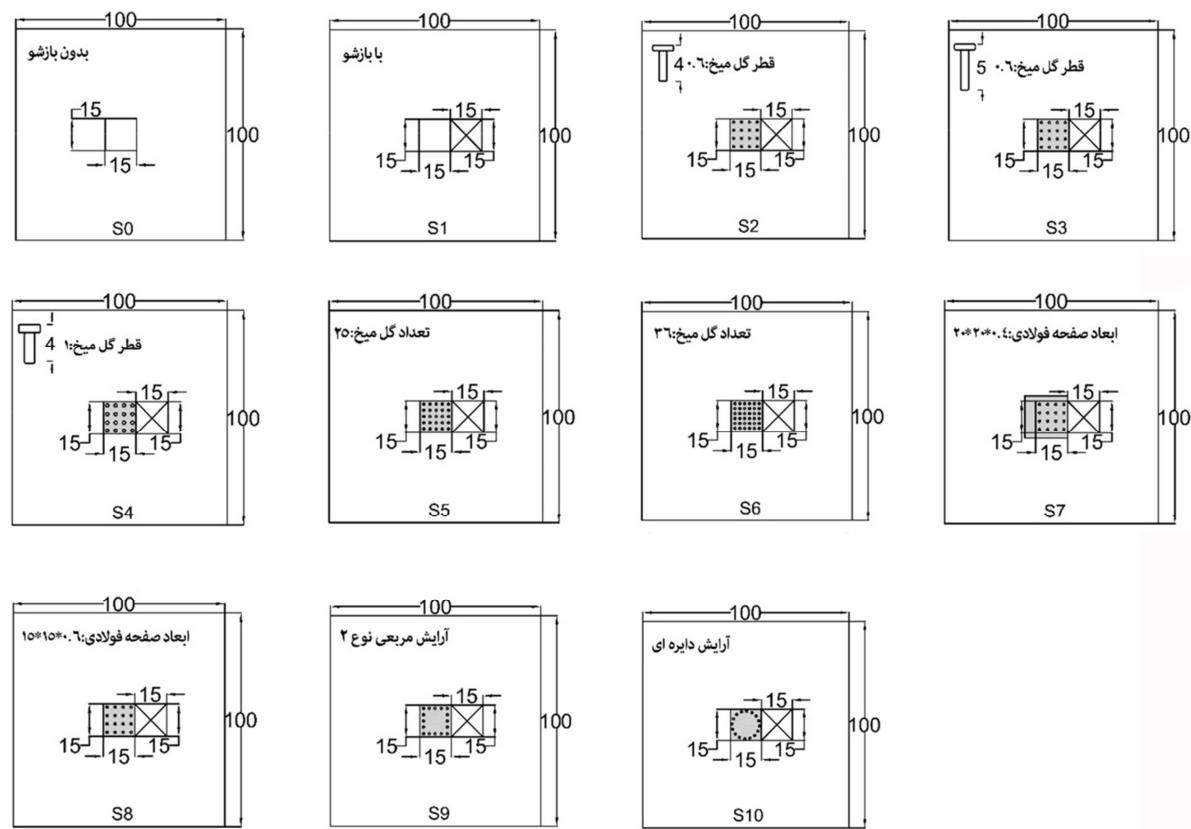


(ب)



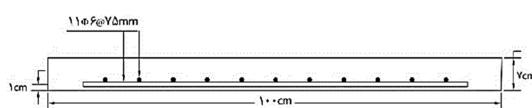
(الف)

شکل ۲- (الف) منحنی تنش- کرنش بخش فشاری بتن و (ب) منحنی رفتاری فولاد

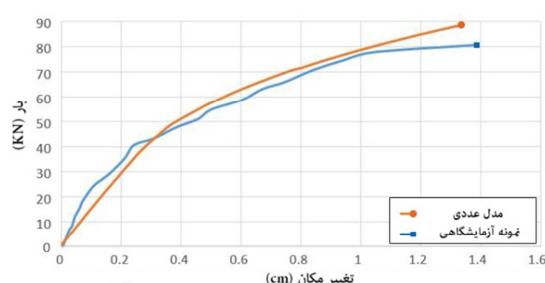


شکل ۳- پلان مدل‌های ایجاد شده در نرم‌افزار

ستون استفاده گردید. هندسه مدل آزمایشگاهی Oukaili در شکل ۴ آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، منحنی بار-تغییرمکان مرکز دال مدل‌سازی شده توسط نرم‌افزار با منحنی بار-تغییرمکان حاصل از نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد.



شکل ۴- هندسه مدل آزمایشگاهی [۲۴] Oukaili



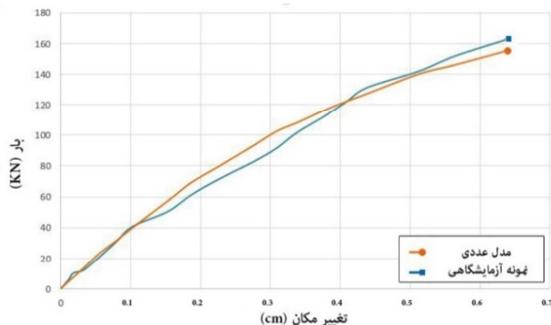
شکل ۵- مقایسه نمودارهای بار-تغییرمکان مدل عددی دال Oukaili با بازشو با نمونه آزمایشگاهی

در نمونه‌های S2 تا S8 متغیرهای تحلیل، طول، قطر، تعداد گل میخ و ضخامت صفحه فولادی می‌باشد. در نمونه‌های S9 و S10 نیز نحوه آرایش گل میخ‌ها تغییر کرده است که در شکل قابل مشاهده می‌باشد.

#### ۱-۲- صحبت‌سنگی مدل عددی با نمونه آزمایشگاهی

تحلیل نمونه‌ها تا رسیدن به بار شکست که لحظه رسیدن نمونه‌ها به کرنش پلاستیک نهایی بتن بود، ادامه یافت. کرنش پلاستیک نهایی بتن مطابق شکل ۲- (الف) به نرم‌افزار معرفی گردید. سپس جهت صحبت‌سنگی، نمودار بار نهایی-تغییرمکان وسط دال شاهد در نرم‌افزار ترسیم شد و با نمودار حاصل از نمونه آزمایشگاهی مقایسه گردید. ابتدا جهت صحبت‌سنگی دال با بازشو از نمونه آزمایشگاهی اوکایلی<sup>۱۰</sup> [۲۴] با دال مربعی به طول ضلع ۱۰۰ و ضخامت ۷۰ با بازشو ۱۵۰ میلی‌متری در بر

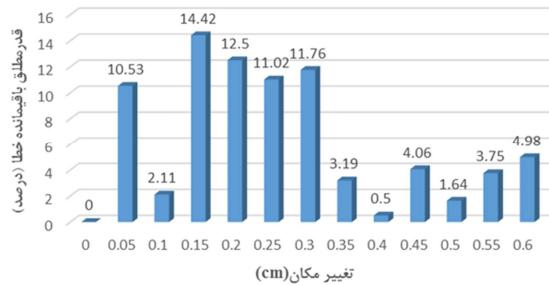
۱۰- Oukaili



شکل ۸- مقایسه نمودارهای بار- تغییرمکان مدل عددی دال تقویت شده با صفحات فولادی خارجی با نمونه آزمایشگاهی

Elbakry

مقادیر قدرمطلق باقیمانده خطای نسبت به تغییرمکان‌های مختلف مبتنی بر خروجی مدل عددی دال تقویت شده با صفحات فولادی خارجی و نمونه آزمایشگاهی Elbakry در شکل ۹ به نمایش در آمد. همان‌طور که می‌توان دید، بیشترین درصد قدرمطلق باقیمانده خطای در تغییرمکان ۰/۱۵ سانتی‌متر به مقدار ۱۴/۴۲ درصد محاسبه شده است. همین‌طور میانگین درصد قدرمطلق باقیمانده خطای برابر با ۶/۱۹ درصد بودست خواهد آمد که نشان از صحت اعتبارسنجی مدل عددی دارد.



شکل ۹- مقادیر قدرمطلق باقیمانده خطای نسبت به تغییرمکان‌های مختلف مبتنی بر خروجی مدل عددی دال تقویت شده با صفحات فولادی خارجی و نمونه آزمایشگاهی

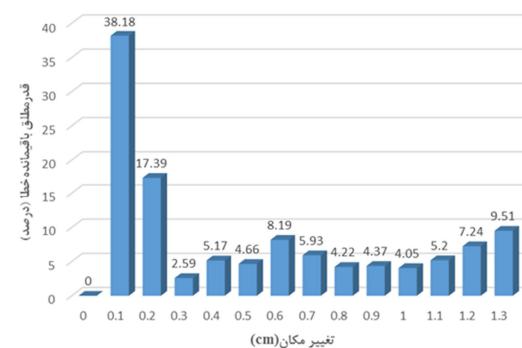
Elbakry

### ۳- مقایسه تغییرشکل وسط نمونه‌های دال

#### ۱- بررسی تأثیر تقویت با صفحه فولادی خارجی

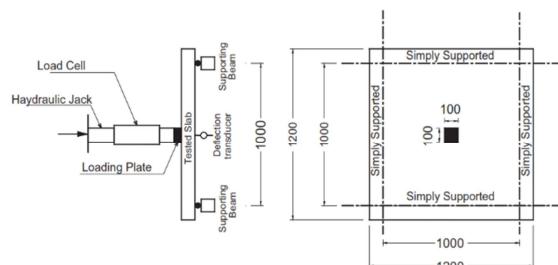
در این بخش نیز تحلیل نمونه‌ها تا رسیدن به بار شکست (لحظه رسیدن نمونه‌ها به کرنش پلاستیک نهایی

شکل ۶ مقادیر قدرمطلق باقیمانده خطای نسبت به تغییرمکان‌های مختلف مبتنی بر خروجی مدل عددی دال با بازشو و نمونه آزمایشگاهی Oukaili را به خوبی نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌توان دید بیشترین درصد قدرمطلق باقیمانده خطای در تغییرمکان ۰/۱ سانتی‌متر به مقدار ۳۸/۱۸ درصد رخ داده است؛ اما در کل با توجه به شکل ۶، شاهد میانگین درصد قدرمطلق باقیمانده خطای برابر با ۸/۳۴ درصد هستیم که این خود نمایانگر دقت بالای فرآیند صحت‌سنجی است.



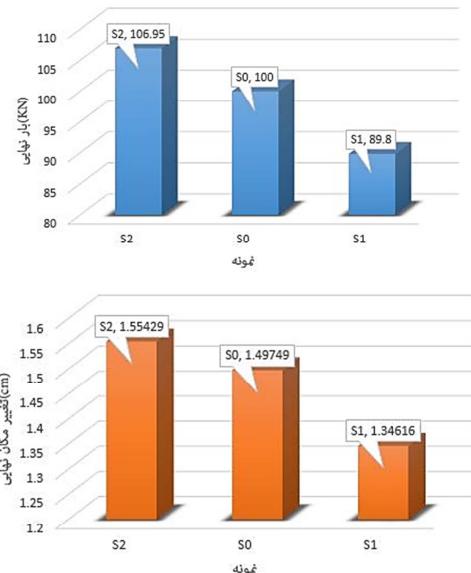
شکل ۶- مقادیر قدرمطلق باقیمانده خطای نسبت به تغییرمکان‌های مختلف مبتنی بر خروجی مدل عددی دال با بازشو و نمونه آزمایشگاهی Oukaili

همچنین برای صحت‌سنجی مدل‌سازی دال تقویت شده با صفحه فولادی خارجی از نمونه آزمایشگاهی [۲۷] استفاده گردید (شکل ۷)، که مطابق شکل ۸ نمودار بار- تغییرمکان نمونه مدل‌سازی شده با نمونه آزمایشگاهی تطابق خوبی داشت. در تغییرمکان یکسان، تفاوت میزان بار ثبت شده میان نمونه آزمایشگاهی و نمونه عددی قابل قبول می‌باشد.



شکل ۷- هندسه مدل آزمایشگاهی [۲۷] Elbakry

میزان بار نهایی نمونه S2 با بازشو و تقویت فولادی، ۱۹/۱٪ در مقایسه با بار نهایی نمونه S1 با همان بازشو ولی بدون تقویت، و به میزان ۶/۹۵٪ نسبت به نمونه بدون بازشو و تقویت افزایش داشته است. به عبارت دیگر، در صورت استفاده از تقویت فولادی مناسب در دال‌های بازشو می‌توان کاهش مقاومت ناشی از وجود بازشو را به خوبی جبران نمود و حتی به بار نهایی بیشتر از دال بدون بازشو دست پیدا کرد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است میزان تغییرمکان نهایی نمونه S2 بیشتر از دو نمونه شاهد دیگر می‌باشد.

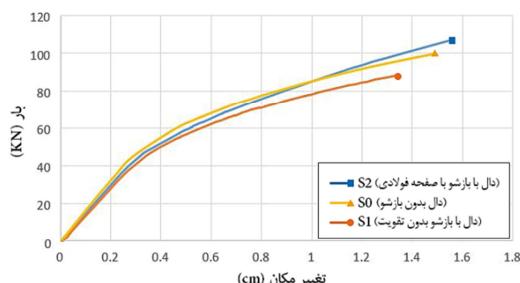


شکل ۱۱- تأثیر تقویت با صفحه فولادی بر بار و تغییرمکان نهایی نمونه‌ها

### ۲-۳- بررسی تأثیر ابعاد گل‌میخ

جهت بررسی تأثیر ابعاد گل‌میخ در رفتار نمونه‌ها، از دال‌های تقویت شده با صفحه فولادی به ابعاد  $150 \times 150 \times 4$  میلی‌متر به همراه ۱۶ عدد گل‌میخ استفاده شد و فقط طول و قطر گل‌میخ تغییر کرد. بنابراین نمودار بار- تغییرمکان نمونه‌های S3 (با گل‌میخ به قطر ۶ و طول ۵۰ میلی‌متر) و نمونه S4 (با گل‌میخ به قطر ۱۰ و طول ۴۰ میلی‌متر) ترسیم شد و با نمونه S2 (با گل‌میخ به قطر ۶ و طول ۴۰ میلی‌متر) مقایسه گردید.

بتون) ادامه یافت. برای بررسی تأثیر تقویت با صفحه فولادی خارجی در رفتار نمونه‌ها، ابتدا نمودار بار- تغییرمکان نمونه‌های S2 (دال با بازشو مربعی با طول ضلع ۱۵۰ میلی‌متر تقویت شده با صفحه فولادی)، S1 (دال با بازشو مربعی با طول ضلع ۱۵۰ میلی‌متر بدون تقویت) ترسیم شد و با نمونه شاهد S0 (بدون بازشو) مقایسه گردید. تأثیر تقویت با صفحه فولادی خارجی بر رفتار منحنی بار- تغییرمکان نمونه‌ها در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- تأثیر تقویت با صفحه فولادی بر رفتار منحنی بار- تغییرمکان نمونه‌ها

نتایج مدل‌سازی نشان می‌دهد که بازشو سبب ایجاد تغییرشکل بزرگ‌تری در سطح بار یکسان می‌شود. از طرف دیگر استفاده از صفحه فولادی به ابعاد  $150 \times 150 \times 4$  میلی‌متر به همراه ۱۶ عدد گل‌میخ با قطر ۶ و طول ۴۰ میلی‌متر اتصال بین صفحه فولادی و دال بتنی، باعث کاهش تغییرشکل به ازای بار یکسان شده است. به طور مثال در سطح بار یکسان ۷۰ کیلونیوتن میزان تغییرمکان ثبت شده برای نمونه بدون بازشو S0  $0.64$  سانتی‌متر، نمونه S2  $0.69$  سانتی‌متر و نمونه S1  $0.79$  سانتی‌متر می‌باشد که نشان‌دهنده کاهش میزان تغییرشکل مرکز دال در صورت استفاده از صفحه فولادی به عنوان تقویت می‌باشد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، نمودار بار- تغییرمکان حاصل از دال با بازشو تقویت شده توسط صفحه فولادی بسیار نزدیک به دال بدون بازشو می‌باشد.

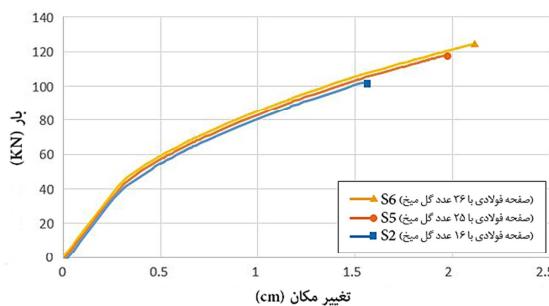
باتوجه به شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، وجود صفحه فولادی بر بارهای نهایی دال تخت بتون تأثیر بتنی می‌گذارد.

نمونه S2 با گل میخ به قطر ۶ و طول ۴۰ میلی‌متر، افزایش داشته است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در صورت افزایش قطر گل میخ میزان بار نهایی دال، افزایش قابل توجهی خواهد یافت. همچنین در صورت استفاده از گل میخ با ابعاد بزرگ‌تر، تغییر مکان نهایی نمونه‌ها بیشتر از نمونه شاهد گردیده است.

### ۳-۳- بررسی تأثیر تعداد گل میخ

در این مرحله جهت مطالعه و بررسی تأثیر تعداد گل میخ بر رفتار نمونه‌ها، از دال‌های تقویت‌شده با صفحه فولادی به ابعاد  $150 \times 150$  میلی‌متر با ابعاد یکسان گل میخ (قطر ۶ و طول ۴۰ میلی‌متر) استفاده گردید. نمودار بار- تغییر مکان نمونه‌های S6 (با ۳۶ عدد گل میخ) و S5 (با ۲۵ عدد گل میخ) ترسیم شد و با نمونه مرجع S2 مقایسه گردید.

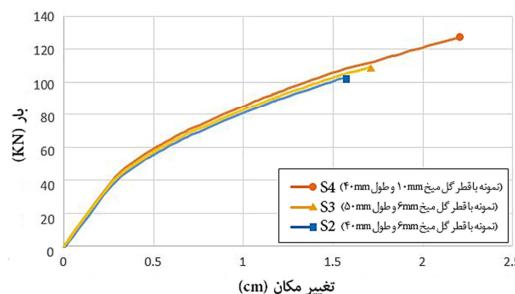
شکل ۱۴ تأثیر تعداد گل میخ بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نمونه‌ها را نشان می‌دهد که در آن رفتار نمونه‌ها با تعداد متفاوت گل میخها با ابعاد یکسان، با یکدیگر مقایسه گردیده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، تغییر شکل‌های ثبت‌شده در این حالت نیز در سطح بار یکسان برای نمونه‌های مختلف بسیار نزدیک به هم می‌باشد، ولی تفاوت اصلی ایجاد شده در تغییر شکل و بار نهایی حاصل از آن‌ها می‌باشد.



شکل ۱۴- تأثیر تعداد گل میخ‌ها بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نمونه‌ها

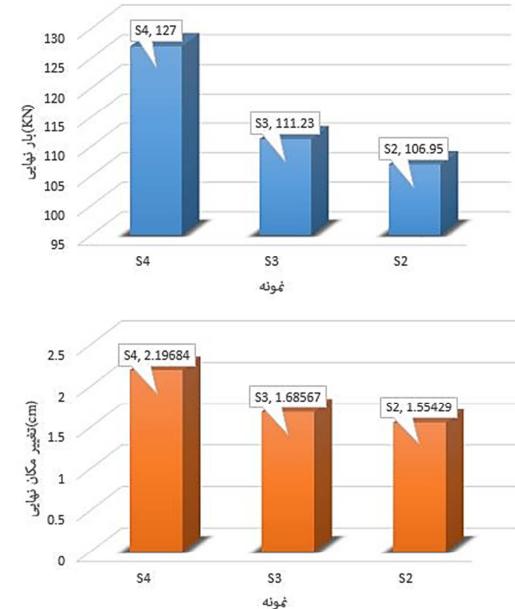
با توجه به شکل ۱۵، تعداد گل میخ‌ها بر بارهای نهایی دال تخت بتنی تأثیر می‌گذارد. میزان بار نهایی نمونه S6 با ۳۶ عدد گل میخ، ۱۶٪ و نمونه S5 با ۲۵

شکل ۱۲ تأثیر ابعاد گل میخ بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نمونه‌ها را نشان می‌دهد که در آن رفتار نمونه‌ها با ابعاد متفاوت گل میخ‌ها، با یکدیگر مقایسه گردید. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، تغییر شکل‌های ثبت‌شده در سطح بار یکسان برای نمونه‌های مختلف بسیار نزدیک به هم می‌باشد، ولی تغییر شکل و بار نهایی حاصل از آن‌ها با یکدیگر متفاوت است.



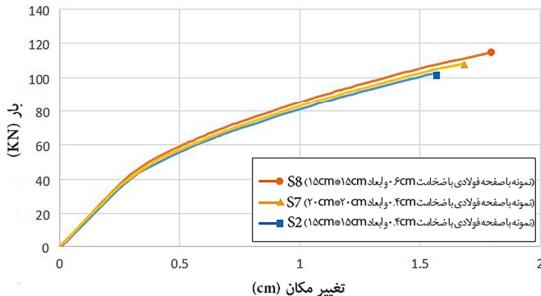
شکل ۱۲- تأثیر ابعاد گل میخ بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نمونه‌ها

براساس شکل ۱۳، ابعاد گل میخ‌ها بر بارهای نهایی دال تخت بتنی تأثیر می‌گذارد.



شکل ۱۳- تأثیر ابعاد گل میخ بر بار و تغییر مکان نهایی نمونه‌ها میزان بار نهایی نمونه S4 با گل میخ به قطر ۱۰ و طول ۴۰ میلی‌متر، ۱۸٪ و نمونه S3 با گل میخ به قطر ۶ و طول ۵۰ میلی‌متر، ۴٪ در مقایسه با بار نهایی

یکسان برای نمونه‌های مختلف و همچنین بار و تغییرشکل نهایی آن‌ها نزدیک به هم می‌باشد. به عبارت دیگر افزایش ضخامت ورق فولادی تا ۶ میلی‌متر برای نمونه S8 و افزایش ابعاد آن تا ۵ سانتی‌متر برای نمونه S7 تأثیر چندانی نسبت به نمونه S2، بر روی بار نهایی شکست، نمی‌گذارد. این به این معناست که صفحات فولادی به تنها یابی سبب توسعه تقویت دال نمی‌شود.



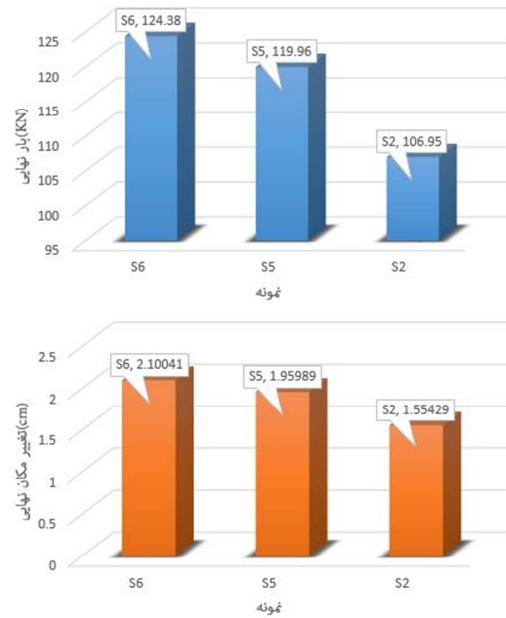
شکل ۱۶- تأثیر موقعیت ابعاد و ضخامت صفحه فولادی بر رفتار منحنی بار- تغییرمکان نمونه‌ها

همان‌طور که در شکل ۱۷ نشان داده شده است، تأثیر تغییر ابعاد صفحه فولادی بر بارهای نهایی دال تخت بتونی کمتر از تأثیر تغییرات گل‌میخ‌ها می‌باشد. میزان بار نهایی نمونه S8 با ابعاد  $150 \times 150 \times 6$  میلی‌متر، ۹۳٪ و نمونه S7 با ابعاد  $200 \times 200 \times 6$  میلی‌متر، ۷۹٪ در مقایسه با بار نهایی نمونه S2 با ابعاد  $150 \times 150 \times 4$  میلی‌متر افزایش داشته است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که تغییر ابعاد صفحه فولادی تأثیر کمی بر بارهای نهایی دال دارد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است میزان تغییرمکان نهایی نمونه S8 و S7 اندکی بیشتر از نمونه شاهد S2 می‌باشد.

### ۳-۵- بررسی تأثیر آرایش گل‌میخ‌ها

در مرحله آخر برای بررسی تأثیر آرایش متفاوت گل‌میخ‌ها در رفتار نمونه‌ها، صفحه‌های فولادی با آرایش مختلف گل‌میخ‌ها مدل‌سازی گردید. به این منظور، نمودار بار- تغییرمکان نمونه‌های S2 (صفحه فولادی با تعداد و ابعاد یکسان گل‌میخ ولی با آرایش مربعی نوع ۱ از گل‌میخ‌ها)، S9 (صفحه فولادی با تعداد و ابعاد یکسان

عدد گل‌میخ، ۱۲/۱۶٪ در مقایسه با بار نهایی نمونه S2 با ۱۶ عدد گل‌میخ، افزایش داشته است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت در صورت افزایش تعداد گل‌میخ، افزایش قابل‌توجهی بر ظرفیت باربری دال ایجاد می‌شود. همچنین با افزایش تعداد گل‌میخ، تغییرمکان نهایی نمونه‌ها، نسبت به نمونه S2 افزایش یافته است.



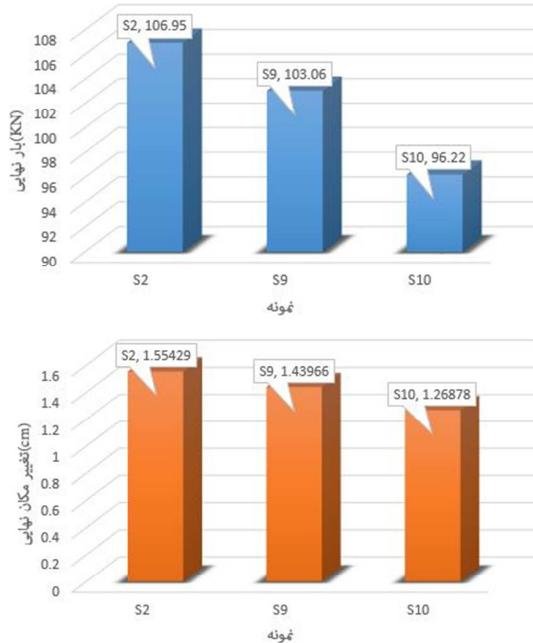
شکل ۱۵- تأثیر تعداد گل‌میخ‌ها بر بار و تغییرمکان نهایی نمونه‌ها

### ۴-۳- بررسی تأثیر ابعاد و ضخامت صفحه فولادی

در این مرحله نیز برای بررسی تأثیر ابعاد صفحه فولادی، از دال‌های تقویت شده با صفحه فولادی با ابعاد و تعداد یکسان گل‌میخ (۱۶ عدد گل‌میخ به قطر ۶ و طول ۴۰ میلی‌متر) استفاده شد. ابتدا نمودار بار- تغییرمکان نمونه‌های S8 (با صفحه فولادی به ابعاد  $150 \times 150 \times 6$  میلی‌متر) و S7 (با صفحه فولادی به ابعاد  $200 \times 200 \times 6$  میلی‌متر) ترسیم شد و با نمونه S2 (با صفحه فولادی به ابعاد  $150 \times 150 \times 4$  میلی‌متر) مقایسه گردید.

شکل ۱۶ تأثیر ابعاد صفحه فولادی بر رفتار منحنی بار- تغییرمکان نمونه‌ها را نشان می‌دهد که در آن رفتار نمونه‌ها با ابعاد متفاوت صفحه تقویتی، با یکدیگر مقایسه گردیده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، تغییرشکل‌های ثبت شده در این حالت نیز در سطح بار

همان طور که در شکل ۱۹ نشان داده شده است، نحوه قرارگیری گل میخها نیز تأثیر اندکی بر تغییر مکان نهایی نمونه ها می گذارد.



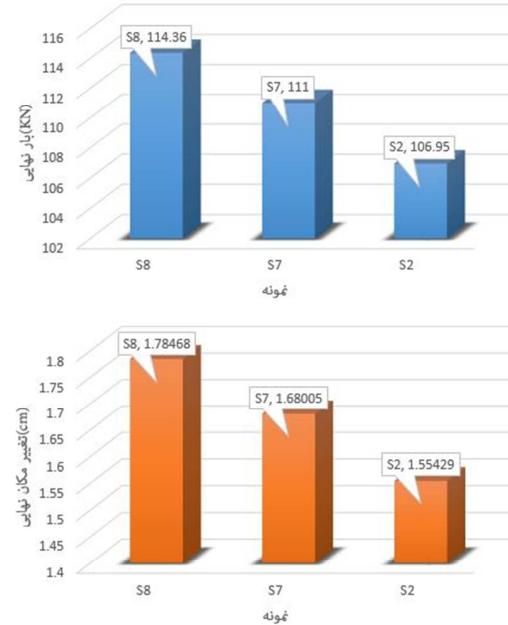
شکل ۱۹- تأثیر آرایش گل میخها بر بار و تغییر مکان نهایی نمونه ها

میزان بار نهایی نمونه S9 با آرایش مربعی نوع ۲ از گل میخها، ۳/۷۷٪ و نمونه S10 با آرایش دایره ای گل میخها، ۱۱/۱۵٪ در مقایسه با بار نهایی نمونه S2 با آرایش مربعی نوع ۱ از گل میخها، کاهش داشته است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که تغییر نحوه قرارگیری گل میخها نیز می تواند بر بارهای نهایی دال اثر بگذارد. با توجه به شکل، کاهش تغییر مکان نهایی نمونه های S9 و S10 با آرایش متفاوت گل میخ، نسبت به نمونه شاهد S2 را شاهد هستیم.

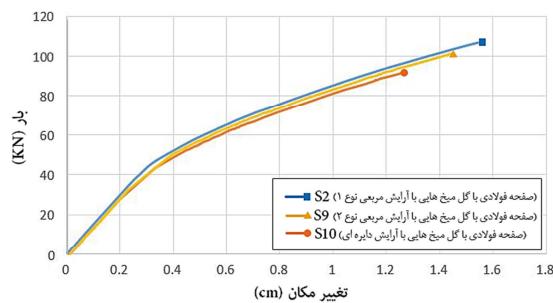
#### ۴- الگوی ترک خودگی و کانتور تغییر شکل نمونه ها

الگوی ترک نمونه ها در شکل ۲۰ مشاهده می شود. الگوی ترک از سطح زیرین دال گرفته شده است. همان طور که در شکل مشخص است، ترک در سطح زیرین دال ها از ناحیه بارگذاری مرکزی (زیرستون)

گل میخ ولی با آرایش مربعی نوع ۲ از گل میخها) و نمونه S10 (صفحه فولادی با تعداد و ابعاد یکسان گل میخ ولی با آرایش دایره ای گل میخها) مقایسه گردید که در شکل ۱۸ نشان داده شده است.



شکل ۱۷- تأثیر موقعیت ابعاد و ضخامت صفحه فولادی بر بار و تغییر مکان نهایی نمونه ها

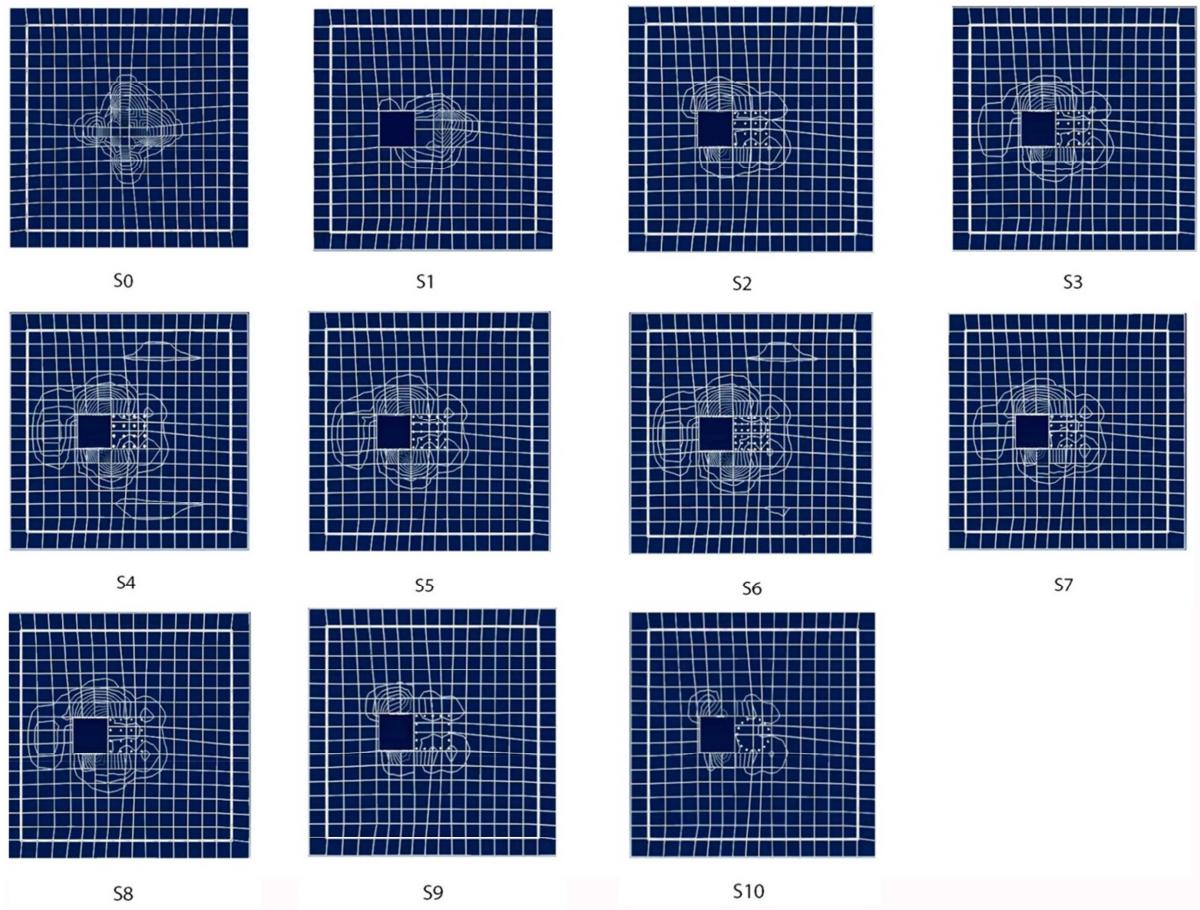


شکل ۱۸- تأثیر آرایش گل میخها بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نهایی نمونه ها

شکل ۱۸، تأثیر نحوه قرارگیری گل میخ بر رفتار منحنی بار- تغییر مکان نمونه ها را نشان می دهد. تغییر شکل های ثبت شده در این حالت نیز در سطح بار یکسان برای نمونه های مختلف بسیار نزدیک به هم می باشد ولی تفاوت اصلی ایجاد شده در بار نهایی حاصل از آن ها می باشد.

شکست نیز در این نمونه‌ها بیشتر گردیده است. همچنین ملاحظه گردید که در نمونه‌های با تعداد گل‌میخ بالاتر، گسترش ترک بیشتر از سایر نمونه‌ها می‌باشد. از طرفی، در نمونه‌های S9 و S10 با آرایش متفاوت گل‌میخ، گسترش ترک کمتر است و ترک همانند نمونه بدون تقویت S1 در ناحیه بارگذاری، متumerکز گردیده است.

به صورت شعاعی شروع شده و گسترش می‌یابد. وجود بازشو در دال بر الگوی ترک ایجاد شده تأثیر می‌گذارد و مشاهده می‌شود که در اکثر نمونه‌ها اولین ترک در نزدیک‌ترین گوش از بازشو نسبت به ستون آغاز شده و به لبه‌های دال گسترش پیدا می‌کند. در نمونه‌های تقویت شده با صفحه فولادی و گل‌میخ مشاهده گردید که الگوی ترک بیشتر به لبه‌های دال گسترش یافته که بار



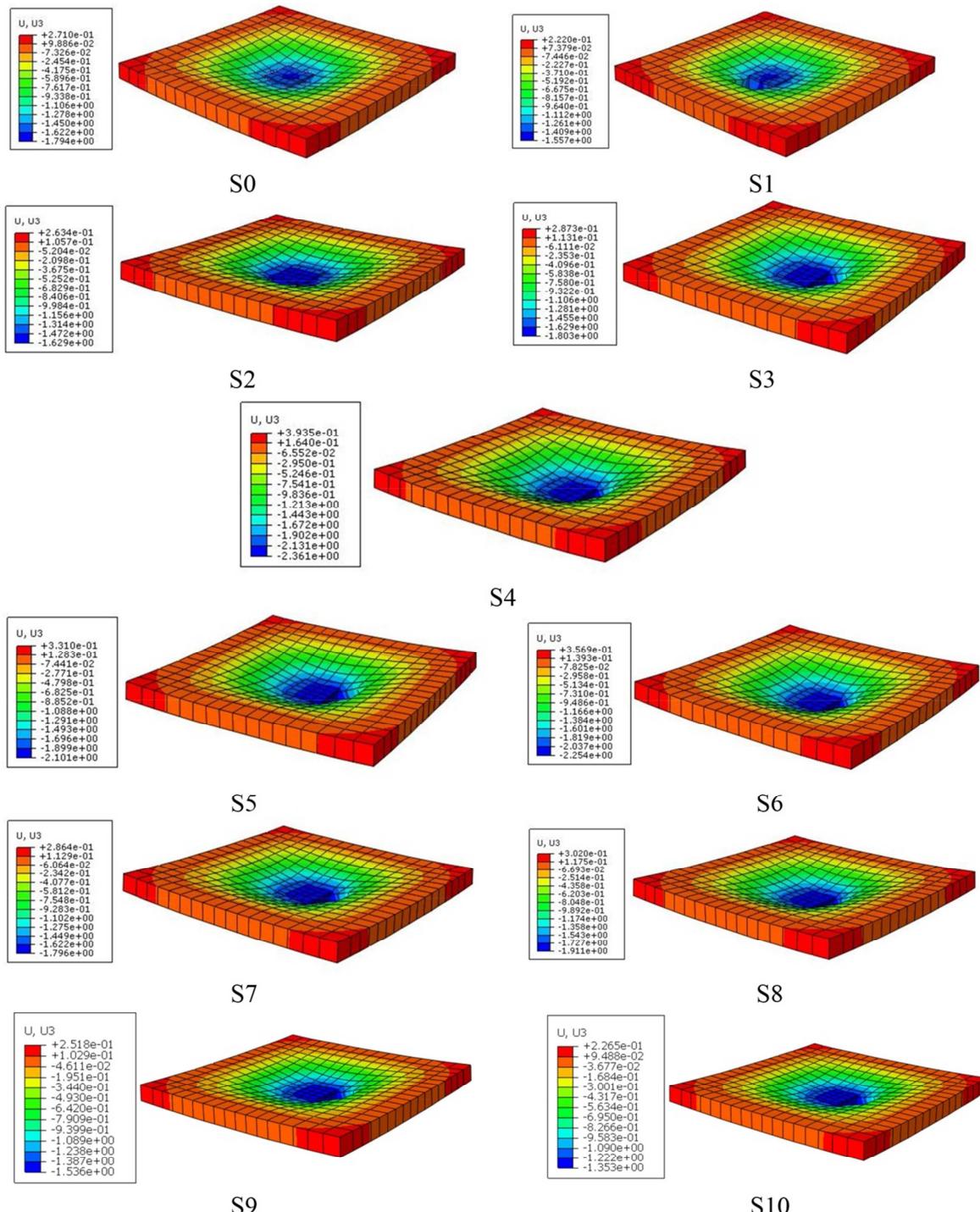
شکل ۲۰- الگوی ترک‌خوردگی نمونه‌ها

ظرفیت اتلاف انرژی و تنش S33 در مرکز دال‌ها تحت بار ثابت ۵۰ کیلونیوتون (جهت بررسی تنش نمونه‌ها در شرایط یکسان) نیز نشان داده شده است. یک عضو بتن مسلح، انرژی وارد را با رفتار غیرارتجاعی خود در هنگام بارگذاری از بین می‌برد که به آن ظرفیت اتلاف انرژی می‌گویند. از آنجاکه عضو بتن مسلح از آرماتور فولادی و بتن تشکیل شده است، ظرفیت اتلاف انرژی آن برابر است با مجموع ظرفیت اتلاف انرژی بتن و آرماتور

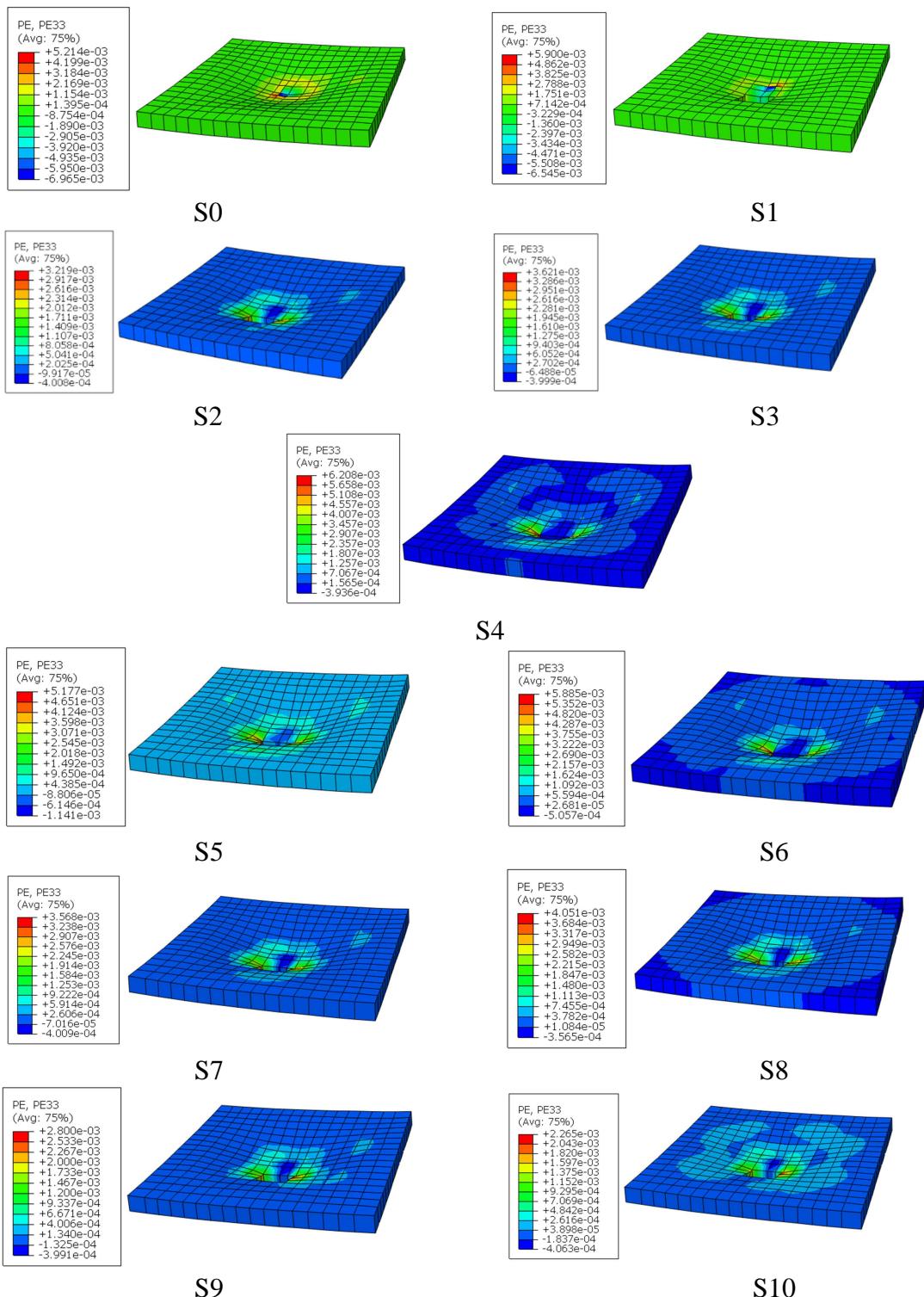
کانتور تغییرشکل مرکز دال در راستای محور Z در شکل ۲۱ و کانتور کرنش نمونه‌ها در شکل ۲۲ نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است حداقل تغییر مکان ایجاد شده با توجه به موقعه به وقوع برش پانچ، در مرکز دال رخ داده است. در جدول ۴، بار نهایی تمامی نمونه‌های مدل‌سازی شده و درصد تغییرات بار نهایی نمونه‌های مختلف نسبت به دال S2 دارای بازشو و تقویت شده با صفحه فولادی آورده شده است. همچنین

همان‌طور که در جدول ۴ ملاحظه می‌گردد، در صورت استفاده از صفحه فولادی و افزایش قطر، طول و تعداد گل‌میخ، ظرفیت اتلاف انرژی افزایش و تنش تحت مربعی نوع ۱ و دایره‌ای، ظرفیت اتلاف انرژی کاهش و تنش تحت بار یکسان افزایش یافته است.

فولادی. با این حال، لازم به ذکر است که برای یک عضو تحت فشار محوری، بتن انرژی قابل توجهی را جذب می‌کند، زیرا حجم زیادی از بتن به مقاومت در برابر بار محوری کمک می‌کند [۲۹]. هرچه ظرفیت اتلاف انرژی عضو بیشتر گردد میزان بار نهایی نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۲۱- کانتور تغییرشکل مرکز دال در راستای محور Z



شکل ۲۲- کانتور کرنش نمونه‌ها

روش سطح پاسخ (<sup>۱۱</sup> RSM) مجموعه‌ای از روش‌های آماری و ریاضی مفید برای توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرآیندها می‌باشد [۳۰]. روش سطح پاسخ یک

۵- پیش‌بینی ظرفیت پانچ با روش سطح پاسخ (RSM)

<sup>۱۱</sup>- Response Surface Methodology

متشکل از استراتژی‌های علمی برای کاوش در فضای فرآیند یا متغیرهای مستقل، مدل‌سازی آماری-تجربی بهمنظور توسعه یک رابطه مناسب میان متغیرهای ورودی و خروجی و بهینه‌سازی روش‌ها برای یافتن مقدار متغیرهای فرآیند که مقادیر مطلوب پاسخ را منجر می‌شود، است.

روش مبتنی بر رگرسیون برای برقراری ارتباط بین چندین متغیر ورودی به‌طور بالقوه و یک پارامتر خروجی است. در اصطلاح به این پارامتر، خروجی پاسخ گفته می‌شود. متغیرهای ورودی در اغلب اوقات به عنوان متغیرهای مستقل شناخته می‌شوند و در عمل وابسته به کنترل محققان و مهندسان می‌باشند. روش سطح پاسخ

جدول ۴- نتایج نهایی نمونه‌های مدل‌سازی شده

ظرفیت اتلاف انرژی (kN)	تنش در مرکز دال ۵۰ S33 تحت بار ۵۰ کیلونیوتن	درصد تغییرات بار نهایی نمونه نسبت به دال S2	تفاوت بار نهایی نمونه و بار نهایی دال S2	بار نهایی (kN)	ابعاد بازشو (mm)	نمونه
۹۱۰/۰۸	-۳۱/۲۶	-۶/۵۰	-۶/۹۵	۱۰۰/۰۰	-	S0
۷۹۰/۲۸	-۳۲/۶۵	-۱۶/۰۴	-۱۷/۱۵	۸۹/۸۰	۱۵۰×۱۵۰	S1
۱۰۷۲/۸۴	-۲۸/۰۲	۰	۰	۱۰۶/۹۵	۱۵۰×۱۵۰	S2
۱۲۰۴/۰۳	-۲۷/۲۸	۴/۰۰	۴/۲۸	۱۱۱/۲۳	۱۵۰×۱۵۰	S3
۱۸۴۰/۰۶	-۲۳/۴۳	۱۸/۷۵	۲۰/۰۵	۱۲۷/۰۰	۱۵۰×۱۵۰	S4
۱۵۲۷/۷۱	-۲۱/۷۳	۱۲/۱۷	۱۳/۰۱	۱۱۹/۹۶	۱۵۰×۱۵۰	S5
۱۷۲۹/۵۹	-۲۱/۲۱	۱۶/۳۰	۱۷/۴۳	۱۲۴/۳۸	۱۵۰×۱۵۰	S6
۱۱۹۰/۳۰	-۲۹/۴۲	۳/۷۹	۴/۰۵	۱۱۱/۰۰	۱۵۰×۱۵۰	S7
۱۳۵۱/۱۸	-۳۰/۲۵	۶/۹۳	۷/۴۱	۱۱۴/۳۶	۱۵۰×۱۵۰	S8
۹۴۰/۴۰	-۳۴/۴۵	-۳/۶۴	-۳/۸۹	۱۰۳/۰۶	۱۵۰×۱۵۰	S9
۷۶۴/۱۹	-۳۶/۰۴	-۱۰/۰۳	-۱۰/۷۳	۹۶/۲۲	۱۵۰×۱۵۰	S10

که اغلب به جهت داشتن یک توزیع احتمال نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  فرض می‌شود. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} E(y) &= \eta = E[f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)] + \\ E(\varepsilon) &= f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) \end{aligned} \quad (2)$$

متغیرهای  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$  در رابطه (2) معمولاً متغیرهای طبیعی نامیده می‌شوند، زیرا با واحدهای اندازه‌گیری طبیعی مانند درجه سانتی‌گراد یا کیلوگرم بر مترمکعب بیان شده‌اند.  $\eta$  نیز معرف تابع پاسخ می‌باشد. با مدل سطح پاسخ، به راحتی می‌توان متغیرهای طبیعی را به متغیرهای کد شده  $x_1, x_2, \dots, x_k$  که معمولاً به صورت بی بعد، با میانگین صفر و همان واریانس تعریف می‌شوند، تبدیل نمود. با در نظر گرفتن متغیرهای کد شده، تابع پاسخ رابطه (2) به صورت زیر نوشته خواهد شد:

در این تحقیق، بیشتر بر کاربرد دوم روش سطح پاسخ یعنی مدل‌سازی آماری بهمنظور توسعه یک رابطه تقریب مناسب میان پاسخ  $Y$  و متغیرهای مستقل  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$  تمرکز شده است. رابطه کلی به صورت زیر است:

$$Y = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) + \varepsilon \quad (1)$$

که در آن شکل تابع پاسخ دقیق  $f$  ناشناخته است و ممکن است پیچیده باشد و  $\varepsilon$  نشان‌دهنده خطای مدل‌سازی می‌باشد که در تابع  $f$  به حساب نیامده است.  $\varepsilon$  معمولاً شامل اثرات خطای اندازه‌گیری بر پاسخ و همچنین تأثیر خطای ناشی از عوامل پارامترهای ورودی ناشناخته در مدل‌سازی است.  $\varepsilon$  همانند یک خطای آماری رفتار کرده

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (6)$$

این مدل می‌تواند به عنوان یک تقریب از سطح پاسخ صحیح در یک منطقه نسبتاً کوچک، مفید واقع شود. دلایل استفاده از مدل مرتبه دوم موارد زیر است:

- ۱- مدل مرتبه دوم بسیار انعطاف‌پذیر است و می‌تواند طیف گسترده‌ای از توابع را در برگیرد. به همین منظور، اغلب به عنوان یک تقریب سطح پاسخ صحیح، بخوبی عمل خواهد کرد.
- ۲- محاسبه پارامترهای  $\beta$  به راحتی انجام خواهد پذیرفت و برای این منظور می‌توان از روش حداقل مربعات استفاده نمود.
- ۳- تجارب عملی نشان‌دهنده عملکرد مناسب مدل مرتبه دوم در حل مسائل واقعی سطح پاسخ است. در حالت کلی می‌توان مدل مرتبه اول را به صورت زیر نوشت:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \quad (7)$$

و مدل مرتبه دوم نیز به شکل زیر خواهد بود:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i=1, j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (8)$$

در این تحقیق، به منظور ساخت مدل RSM از نسخه ۱۰ نرم‌افزار Design Expert استفاده شده است. این نرم‌افزار امکان برآش، تحلیل و مقایسه توابع مختلف اعم از خطی، برهم‌کنش ( $2FI$ ) و چندجمله‌ای را فراهم می‌آورد. همچنین صحت مدل<sup>۱۲</sup> با استفاده از آزمون فیشر سنجیده شد و دقت عملکرد مدل به وسیله ضریب رگرسیون ( $R^2$ ) مورد ارزیابی قرار گرفت. به علاوه، تأثیر متغیرهای ورودی بر روی برش پانچ با استفاده از تحلیل واریانس (ANOVA<sup>۱۳</sup>) بررسی شد.

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (3)$$

به دلیل ناشناخته بودن شکل تابع پاسخ  $f$ ، باید آن را تقریب زد. در حقیقت، استفاده موفق از سطح پاسخ به توانایی محقق برای توسعه یک تقریب مناسب برای  $f$  بستگی دارد. معمولاً، یک تابع چندجمله‌ای مرتبه پایین در منطقه نسبتاً کوچکی از فضای متغیر مستقل مناسب است. در بسیاری موارد، از یک مدل چندجمله‌ای مرتبه اول یا مرتبه دوم استفاده می‌شود. مدل‌های مرتبه اول زمانی مناسب‌اند که محقق علاقه‌مند باشد تا سطح پاسخ صحیح را در بیش از یک منطقه نسبتاً کوچک از فضای متغیر مستقل و محلی که در آن انحنای کمی در  $f$  وجود دارد، تخمین بزند. در صورت وجود دو متغیر مستقل، مدل مرتبه اول با توجه به متغیرهای کد شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \quad (4)$$

در این رابطه مقادیر  $\beta_i$  همان ضرایب معادله می‌باشد. شکل مدل مرتبه اول در معادله (۴) گاهی اوقات تحت عنوان مدل تأثیرات اصلی نامیده می‌شود، زیرا فقط اثرات اصلی دو متغیر فرضی  $x_1$  و  $x_2$  را شامل می‌شود. در صورت وجود یک برهم‌کنش بین این متغیرها، می‌توان آن را بسادگی به مدل افزود:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (5)$$

افزودن جزء برهم‌کنش، معرف انحنای تابع پاسخ خواهد بود. اغلب اینها در سطح پاسخ صحیح به اندازه‌ای است که مدل مرتبه اول (حتی با وجود جزء برهم‌کنش) برای تقریب آن دارای کارایی لازم نمی‌باشد. در این شرایط به مدل مرتبه دوم نیاز خواهد بود. در حالت وجود دو متغیر مستقل، مدل مرتبه دوم به صورت زیر خواهد بود:

<sup>12</sup>- Significant of the model

<sup>13</sup>- Analysis of variance

T تعداد گل میخ، L طول گل میخ، D قطر گل میخ، N ضخامت صفحه فولادی و W ابعاد صفحه فولادی است.

داده‌های استفاده شده به منظور مدل‌سازی به صورت جدول ۵، مرتب شدند. در این جدول، P معرف برش پانچ،

جدول ۵- داده‌های استفاده شده به منظور مدل‌سازی

W	T	D	L	N	P
۱۵۰	۴	۶	۴۰	۱۶	۱۰۶/۹۵
۱۵۰	۴	۸	۴۰	۱۶	۱۱۸/۸۵
۱۵۰	۴	۶	۵۰	۱۶	۱۱۱/۲۳
۱۵۰	۴	۶	۶۰	۱۶	۱۱۳/۵۸
۱۵۰	۴	۱۰	۴۰	۱۶	۱۲۷
۱۵۰	۴	۶	۴۰	۲۵	۱۱۹/۹۶
۱۵۰	۴	۶	۴۰	۳۶	۱۲۴/۳۸
۲۰۰	۴	۶	۴۰	۱۶	۱۱۱
۱۷۵	۴	۶	۴۰	۱۶	۱۰۸/۱۲
۱۵۰	۲	۶	۴۰	۱۶	۹۴/۳۵
۱۵۰	۶	۶	۴۰	۱۶	۱۱۴/۳۶

ضرایب هریک از متغیرها نشان‌دهنده میزان اثرگذاری آن‌ها بر برش پانچ است.

$$R1 = +9.93926 + 0.086828 \times W + 5.00250 \times T + 5.35835 \times D + 0.38247 \times L + 0.99999 \times N \quad (9)$$

عملکرد مدل ساخته شده به روش سطح پاسخ در شکل ۲۳ نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود، مدل سطح پاسخ قادر به پیش‌بینی دقیق مقاومت فشاری است.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، از مدل اجزای محدود جهت بررسی رفتار برشی پانچ، در دال‌های بتن مسلح استفاده شده است. به همین منظور از ۱۱ نمونه دال بتن مسلح کمک گرفته شده است که در آن ۲ دال بتنی بدون تقویت جهت کنترل و ۹ دال تقویت شده با صفحات فولادی که مجهز به گل میخ هستند، قرار دارند. پارامترهای در نظر گرفته شده در این آزمایش شامل اندازه و ضخامت ورق، طول، قطر، نحوه قرارگیری و تعداد گل میخ می‌باشند که با استفاده از روش اجزای محدود، تحلیل و پس از حصول

در این تحقیق، از تابع خطی به منظور توسعه مدل سطح پاسخ برای پیش‌بینی برش پانچ استفاده شد و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه گردید. این مدل علاوه‌بر مقدار P کم (۰/۰۰۲۵)، ضریب رگرسیون ۰/۹۵۲۹ را نتیجه داده است (جدول ۶). منظور از درجه آزادی رگرسیون و خطای (DF<sup>۱۴</sup>) در هر مدل به ترتیب نشان‌دهنده تعداد متغیرهای پذیرفته شده و کنار گذاشته شده به علت تأثیر کم آنان در فرآیند پیش‌بینی از مدل کلی ساخته شده است.

نتایج تحلیل واریانس نیز در جدول ۷ به نمایش در آمده است. با توجه به مقادیر F می‌توان نتیجه گرفت که قطر گل میخ بیشترین تأثیر را بر برش پانچ دارد. پس از قطر گل میخ، به ترتیب ضخامت صفحه فولادی، تعداد گل میخ، طول گل میخ و اندازه صفحه فولادی بر برش پانچ اثرگذار هستند.

مدل ساخته شده با روش سطح پاسخ برای پیش‌بینی برش پانچ به صورت رابطه ۹ به دست آمد.

<sup>۱۴</sup>-Degree of Freedom

تقویت فولادی مناسب در دال‌های با بازشو می‌توان کاهش مقاومت ناشی از وجود بازشو را به خوبی جبران نمود و حتی به بار نهایی بیشتر از دال بدون بازشو دست پیدا کرد.

اطمینان از تطابق نتایج آزمایشگاهی و نمونه‌های تحلیلی نتایج زیر قابل استنتاج است:

۱. وجود بازشو باعث کاهش بار نهایی و ظرفیت برشی پانچ دال می‌گردد. در صورت استفاده از

جدول ۶- تحلیل آماری مدل RSM

۰/۹۵۲۹	$R^2$
۰/۹۰۵۷	Adj R-Squared ( تعدیل یافته $R^2$ )
۱۵/۲۹۴	کفايت دقت (Adeq Precision)
۲/۷۸	انحراف معیار
۲/۴۵	ضریب تغییر (C.V. %)

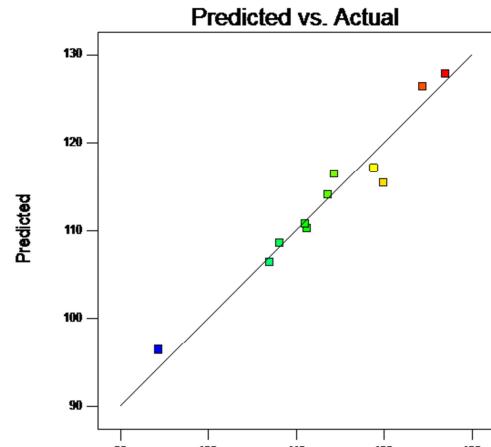
جدول ۷- تحلیل واریانس

P Prob > F	F	مجموع مربعات	نماد	متغیر
۰/۲۰۹۵	۲/۰۷	۱۶۰۶	W	اندازه صفحه فولادی
۰/۰۰۳۸	۲۵/۸۴	۲۰۰/۲۰	T	ضخامت صفحه فولادی
۰/۰۰۰۹	۵۰/۵۲	۳۹۱/۳۵	D	قطر گل‌میخ
۰/۰۵۲۱	۶/۴۳	۴۹/۸۵	L	طول گل‌میخ
۰/۰۰۱۳	۴۲/۷۰	۳۳۰/۸۲	N	تعداد گل‌میخ

۳. افزایش ضخامت ورق فولادی تا ۶ میلی‌متر برای نمونه S8، و افزایش ابعاد آن تا ۵ سانتی‌متر برای نمونه S7 تأثیر چندانی نسبت به نمونه S2، بر روی بار نهایی شکست، نمی‌گذارد. این بدین معناست که صفحات فولادی به تنها ی سبب توسعه تقویت دال نمی‌شود.

۴. کارایی تکنیک مورد استفاده برای اتصال صفحه فولادی به دال مسلح بتنی، بیشتر از تأثیر ضخامت صفحات فولادی، جهت افزایش ظرفیت برش پانچ بوده است. استفاده از قطر بزرگ‌تر و یا تعداد بیشتر از گل‌میخ‌ها به مراتب نتایج بهتری از افزایش ظرفیت برش پانچ، نسبت به استفاده از صفحه فولادی ضخیم‌تر داشته است.

۵. نحوه قرارگیری گل‌میخ‌ها نیز تأثیر اندکی بر بار نهایی و تغییر مکان نهایی نمونه‌ها می‌گذارد. قرارگیری گل‌میخ‌ها با آرایش مربعی بار نهایی



شکل ۲۳- عملکرد مدل ساخته شده به وسیله‌ی روش سطح پاسخ (RSM)

۲. تقویت دال بتنی مسلح در معرض برش پانچ با استفاده از صفحات فولادی مجهز به گل‌میخ، افزایش ۲۰ الی ۴۰ درصدی ظرفیت برشی بر روی نمونه‌های مورد مطالعه را سبب می‌شود.

۹. در نمونه‌های تقویت شده با صفحه فولادی و گل میخ مشاهده گردید که الگوی ترک بیشتر به لبه‌های دال گسترش یافته است که بار شکست نیز در این نمونه‌ها بیشتر گردیده است. همچنین مشاهده گردید که در نمونه‌های با تعداد گل میخ بالاتر، گسترش ترک بیشتر از سایر نمونه‌ها بوده است. همچنین در نمونه‌هایی با آرایش متفاوت گل میخ، گسترش ترک آرایش دایره‌ای نسبت به آرایش مربعی کمتر است و ترک همانند نمونه بدون تقویت در ناحیه بارگذاری متتمرکز گردیده است.

۱۰. در این تحقیق، از تابع خطی به منظور توسعه مدل سطح پاسخ برای پیش‌بینی برش پانج استفاده شد و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه گردید. با توجه به نتایج می‌توان دریافت که افزایش قطر گل میخ بیشترین تأثیر و افزایش ابعاد صفحه فولادی کمترین تأثیر را بر ظرفیت برشی پانج دال داشتند.

بیشتری نسبت به آرایش دایره‌ای با همان تعداد گل میخ می‌دهد.

۶. در صورت استفاده از صفحه فولادی و افزایش قطر، طول و تعداد گل میخ، ظرفیت اتلاف انرژی افزایش و تنش تحت بار یکسان کاهش یافته است. همچنین در صورت تغییر آرایش گل میخ‌ها به حالت مربعی نوع ۲ و دایره‌ای، ظرفیت اتلاف انرژی کاهش و تنش تحت بار یکسان افزایش یافته است.

۷. با افزایش ضخامت و ابعاد صفحه فولادی، ظرفیت اتلاف انرژی افزایش و تنش تحت بار یکسان افزایش یافته است.

۸. وجود بازشو در دال بر الگوی ترک ایجاد شده تأثیر می‌گذارد و مشاهده شده که در اکثر نمونه‌ها اولین ترک در نزدیک‌ترین گوشه بازشو نسبت به ستون آغاز شده و به لبه‌های دال گسترش می‌یابد.

## مراجع

- [1] Kadam, K. N., & Ingole, S. (2019). “Punching Shear Distribution of Flat Slab with Opening Adjacent to Column”, In *Smart Technologies for Energy, Environment and Sustainable Development*, 447-454.
- [2] Viswanathan, T. S., Mohan Ganesh, G., & Santhi, A. S. (2012). “Shear stress distribution of flat-plate using Finite Element Analysis”, *International Journal of Civil and Structural Engineering*, 2(3), 914-923.
- [3] Hegger, J., Ricker, M., Ulke, B., & Ziegler, M. (2007). “Investigations on the punching behaviour of reinforced concrete footings”, *Engineering Structures*, 29(9), 2233-2241.
- [4] Muttoni, A. (2008). “Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement”, *ACI structural Journal*, 105, 440-450.
- [5] Park, H. G., Choi, K. K., & Chung, L. (2011). “Strain-based strength model for direct punching shear of interior slab–column connections”, *Engineering Structures*, 33(3), 1062-1073.
- [6] Hegger, J., Sherif, A. G., Kueres, D., & Siburg, C. (2017). “Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs”, *ACI Structural Journal*, 114(3), 631.
- [7] Koppitz, R., Kenel, A., & Keller, T. (2013). “Punching shear of RC flat slabs—Review of analytical models for new and strengthening of existing slabs”, *Engineering Structures*, 52, 123-130.
- [8] Hoang, L. C., & Pop, A. (2015). “Punching shear capacity of reinforced concrete slabs with headed shear studs”, *Magazine of Concrete Research*.
- [9] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., & Bairán, J. M. (2018). “A punching shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement. *Engineering Structures*, 166, 413-426.
- [10] Ebead, U., & Marzouk, H. (2002). “Strengthening of two-way slabs using steel plates”, *Structural Journal*, 99(1), 23-31.
- [11] Sim, J., & Oh, H. (2005). “Structural improvement of strengthened deck panels with externally bonded plates”, *Cement and concrete research*, 35(7), 1420-1429.

- [12] Silva, J. A., Marques, M. G., Trautwein, L. M., Gomes, R. B., & Guimarães, G. N. (2017). "Punching of reinforced concrete flat slabs with holes and shear reinforcement", *REM-International Engineering Journal*, 70(4), 407-413.
- [13] Abdulrahman, B. Q., Wu, Z., & Cunningham, L. S. (2017). "Experimental and numerical investigation into strengthening flat slabs at corner columns with externally bonded CFRP", *Construction and Building Materials*, 139, 132-147.
- [14] Santos, G. S., Melo, G. S., & Barros, J. A. (2019). "Punching CFRP-based strengthening solutions for reinforced concrete flat slabs", *Composite Structures*, 111077.
- [15] Navarro, M., Ivorra, S., & Varona, F. B. (2018). "Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs", *Engineering Structures*, 165, 254-263.
- [16] Ricker, M., Häusler, F., & Randl, N. (2017). "Punching strength of flat plates reinforced with UHPC and double-headed studs", *Engineering Structures*, 136, 345-354.
- [17] Borges, L. L., Melo, G. S., Gomes, R. B., & Regan, P. E. (2013). "Punching shear of reinforced concrete flat plates with openings", *ACI Structural Journal*, 110(4), 547-556.
- [18] Teixeira, M. D., Barros, J. A., Cunha, V. M., Moraes-Neto, B. N., & Ventura-Gouveia, A. (2015). "Numerical simulation of the punching shear behaviour of self-compacting fibre reinforced flat slabs", *Construction and Building Materials*, 74, 25-36.
- [19] Safiee, N. A., & Ashour, A. (2017). "Prediction of punching shear capacity of RC flat slabs using artificial neural network", *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, 18(2), 285-309.
- [20] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., & Bairán, J. M. (2018). "A punching shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement", *Engineering Structures*, 166, 413-426.
- [21] Anil, Ö., Kina, T., & Salmani, V. (2014). "Effect of opening size and location on punching shear behaviour of two-way RC slabs", *Magazine of Concrete Research*, 66(18), 955-966.
- [22] Oliveira, D. C., Gomes, R. B., & Melo, G. S. (2014). "Punching shear in reinforced concrete flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer", *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 7(3), 414-467.
- [23] Ha, T., Lee, M. H., Park, J., & Kim, D. J. (2015). "Effects of openings on the punching shear strength of RC flat plate slabs without shear reinforcement", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 24(15), 895-911.
- [24] Oukaili, N. K., & Salman, T. S. (2014). "Punching shear strength of reinforced concrete flat plates with openings", *Journal of Engineering*, 20(1), 1-20.
- [25] Voyiadjis, G. Z., & Taqieddin, Z. N. (2009). "Elastic plastic and damage model for concrete materials: Part I-theoretical formulation", *The International Journal of Structural Changes in Solids*, 1(1), 31-59.
- [26] Khoshnood, H. R. (2012). Abaqus for reinforced concrete structures. Faculty of Civil Engineering.
- [27] Elbakry, H. M., & Allam, S. M. (2015). "Punching strengthening of two-way slabs using external steel plates", *Alexandria Engineering Journal*, 54(4), 1207-1218.
- [28] Tahouni, Sh. (2005). Design of reinforced concrete buildings. University of Tehran
- [29] Eom, T. S., & Park, H. G. (2010). "Evaluation of energy dissipation of slender reinforced concrete members and its applications", *Engineering Structures*, 32(9), 2884-2893.
- [30] Myers, R. H., Montgomery, D. C., & Anderson-Cook, C. M. (2016). *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. John Wiley & Sons.